

VESMÍR II. – EINSTEINOVA ŠPECIÁLNA A VŠEOBECNÁ TEÓRIA RELATIVITY

Náš vesmír je vo veľkom opisovaný a definovaný Einsteinovou špeciálnou a najmä všeobecnou teóriou relativity, zatiaľ čo v malom ho zase relatívne presne opisuje a definuje kvantová mechanika. Pokiaľ chceme vesmíru aspoň sčasti porozumieť, musíme najprv porozumieť základným alebo hlavným poznatkom, ktoré prinášajú tieto dve klasické vedecké teórie. Jedným dychom však musíme dodať, že napriek enormnej snahe tisícov fyzikov, kozmológov a astronómov sa dodnes nepodarilo tieto dve základné fyzikálne teórie spojiť do jedného kontinuálneho a neprotirečivého celku. Je dosť možné, že ak a keď sa nám to podarí, získame, obrazne povedané, kľúč, ktorým si otvoríme vesmír.

1. Špeciálna teória relativity: Pre naše účely úplne vystačíme so základnými informáciami, ktoré prináša Wikipédia: **Špeciálna teória relativity** (ŠTR) je fyzikálna teória publikovaná v roku 1905 Albertom Einsteinom. Nahradzuje Newtonove predstavy o priestore a čase a zahŕňa teóriu elektromagnetického poľa reprezentovanú Maxwellovými rovnicami. Teória sa nazýva špeciálnou, lebo opisuje iba zvláštny prípad Einsteinovho princípu relativity, **kde sa vplyv gravitácie môže zanedbať**. O desať rokov neskôr publikoval Einstein všeobecnú teóriu relativity, ktorá zahŕňa aj gravitáciu. **Motivácia pre špeciálnu teóriu relativity:** Princíp relativity zaviedol už Galileo Galilei. Prekonal starý absolutistický pohľad Aristotela a zastával názor, že pohyb, alebo minimálne rovnomerný priamočiary pohyb, má zmysel iba relatívne (pomerne) k niečomu inému. Ďalej tvrdil, že neexistuje absolútne referenčné teleso, oproti ktorému by všetky ostatné veci mohli byť merané. Galileo zaviedol aj sadu transformácií nazývaných Galileove transformácie, ktoré sa používajú dodnes a definoval 5 pohybových zákonov. Keď Newton konštruoval svoju mechaniku, prevzal Galileiho princíp relativity a zredukoval počet základných pohybových zákonov na tri. Hoci sa zdalo, že Newtonova klasická mechanika funguje pre všetky javy zahrňujúce pevné telesá, svetlo bolo stále problematické. Newton veril, že svetlo má **časticovú povahu**, neskôr sa však zistilo, že model svetla ako **priečného vlnenia** vysvetľuje jeho vlastnosti omnoho lepšie. Mechanické vlnenie sa šíri v médiu, a to isté **bolo predpokladané pre svetlo**. Toto hypotetické médium bolo pomenované „svetlonosný éter“. Zdalo sa, že mal mať niektoré **nezlučiteľné**

vlastnosti, ako napríklad byť extrémne tuhý s ohľadom na vysokú rýchlosť svetla, na druhej strane takmer nehmotný, aby nespomaľoval Zem pri jej pohybe v ňom. Predstava éteru vzkriesila myšlienku absolútnej vzťažnej sústavy, ktorou by bola tá, ktorá je v zhlľadom na éter v pokoji. Na začiatku 19. storočia začali byť svetlo, elektrina a magnetizmus považované za rôzne aspekty elektromagnetického poľa. Maxwellove rovnice ukazovali, že elektromagnetické žiarenie vysielané urýchľovaným elektrickým nábojom **sa vždy šíri rýchlosťou svetla**. Tieto rovnice boli založené na myšlienke existencie **éteru**, v ktorom sa rýchlosť žiarenia **nemení v závislosti na rýchlosti pohybu zdroja**. Tieto vlastnosti sú analogické klasickému mechanickému vlneniu. Naproti tomu by sa mala v závislosti na rýchlosti pozorovateľa, meniť rýchlosť **žiarenia**. Fyzici sa pokúsili využiť túto myšlienku na zmeranie rýchlosti Zeme **vo vzťahu k éteru**. Najznámejší z týchto pokusov bol **Michelson-Morleyho experiment**. Pretože tieto pokusy boli neúspešné, vyšlo najavo, že rýchlosť svetla sa nemení s rýchlosťou pozorovateľa, a pretože – podľa Maxwellových rovníc – sa nemení ani s meniacou sa rýchlosťou zdroja, musí byť nemenná (invariantná) pre všetkých pozorovateľov. Ešte pred teóriou relativity si Hendrik Lorentz a iní všimli, že elektromagnetické sily sa líšia v závislosti od umiestnenia pozorovateľa. Napríklad jeden pozorovateľ nemusel pozorovať žiadne magnetické pole v určitej oblasti, zatiaľ čo iný, pohybujúci sa smerom k prvému áno. Lorentz navrhol teóriu éteru, v ktorej objekty a pozorovatelia pohybujúci sa vzhľadom na nehybný éter podliehajú **fyzickému skracovaniu** (Lorentz-Fitzgeraldova kontrakcia). Ukázalo sa, že táto teória by bola v úplne zhode s výsledkami experimentov, ak by podliehal zmene **navyše aj čas** (dilatácia času). Zdalo sa, že jeho teória umožňuje zladit' teóriu elektromagnetického poľa a klasickú Newtonovu fyziku nahradením Galileiho transformácie. Pri práci s rýchlosťami omnoho menšími ako je rýchlosť svetla bolo možné Lorentzove transformácie zanedbať a výsledné zákony zjednodušiť do Galileiho transformácie. Lorentz navrhol platnosť tejto teórie pre všetky sily, vtedy si však neuvedomil celú silu jeho teórie. Táto teória, dnes nazývaná Lorentzova teória éteru, bola kritizovaná dokonca i Lorentzom samotným, pre jej zrejmu **ad hoc podstatu**. Zatiaľ čo Lorentz navrhol rovnice Lorentzovej transformácie, Einsteinovým prínosom bolo vysvetlenie a odvodenie týchto rovníc **zo základnejších princípov** a **bez predpokladu existencie éteru**. Einstein chcel zistiť, čo je nemenné (invariantné) pre všetkých pozorovateľov. V špeciálnej teórii relativity sa zdanlivo zložité Lorentzove a Fitzgeraldove transformácie jasne odvodzujú z jednoduchej geometrie a Pytagorovej vety. Pôvodný názov teórie bol „O elektrodynamike

pohybujúcich sa telies“ (v nemeckom origináli – „*Zur Elektrodynamik bewegter Körper*“). Bol to Max Planck, kto odporučil termín „relativita“, ktorý zdôrazňuje predstavu transformácie zákonov fyziky medzi pozorovateľmi relatívne sa pohybujúcimi jeden k druhému. Špeciálna teória relativity sa obvykle zaoberá chovaním objektov a pozorovateľov, ktorí zostávajú v pokoji alebo sa pohybujú konštantnou rýchlosťou. V tomto prípade hovoríme, že pozorovateľ je v inerciálnej vzťažnej sústave. Umiestnenie a časy udalostí zaznamenané pozorovateľmi v rôznych inerciálnych vzťažných sústavách je možné porovnať pomocou rovníc Lorentzovej transformácie. O špeciálnej teórii relativity (ďalej ŠTR) sa často **nesprávne** uvádza, že nemôže byť použitá na objekty a pozorovateľov, ktorých pohyb nie je rovnomerný ale zrýchlený (neinerciálne vzťažné sústavy). Dokazuje to napríklad problém „relativistickej rakety“, kde ŠTR správne predpovedá chovanie zrýchľovaných telies (tiel) v prítomnosti konštantného alebo nulového gravitačného poľa alebo tých v rotujúcej vzťažnej sústave. Táto teória iba nie je schopná opísať presne pohyb v gravitačných poliach, pri ktorom sa teleso dostáva do miest s rôznym gravitačným potenciálom.



Postuláty špeciálnej teórie relativity: Einsteinova zásluha je v tom, že sa dokázal správne zorientovať v zmätku viacerých protichodných poznatkov vtedajšej doby, a že fyziku (aplikovanú na inerciálne sústavy) postavil na dvoch základných postulátoch:

- Prvý postulát (Princíp relativity) – **Všetky fyzikálne zákony musia byť vo všetkých inerciálnych sústavách invariantne vyjadrené.**
- Druhý postulát (konštantná rýchlosť svetla c) – **Rýchlosť svetla vo vákuu je vo všetkých inerciálnych sústavách rovnaká; alebo rýchlosť svetla je rovnaká pre všetkých inerciálnych pozorovateľov, vo všetkých smeroch a nezávisí na rýchlosti objektu vyžarujúceho svetlo.**

Matematická formulácia postulátov ŠTR: V prísne matematickej formulácii špeciálnej teórie relativity predpokladajme, že vesmír existuje v **štvorrozmernom časopriestore M** . Jednotlivé body v časopriestore sú **udalosťami**; fyzikálne objekty v časopriestore opíšeme ako **svetočiary** (ak predpokladáme, že objekt je bodový) alebo **svetoplochy** (ak predpokladáme, že objekt je väčší ako bodový). Svetočiary alebo svetoplochy opisujú **iba pohyb objektu**; objekt však môže mať aj iné fyzikálne charakteristiky ako energiu, hybnosť, hmotnosť, elektrický náboj, atď. Okrem udalostí a fyzikálnych objektov majme navyše **triedu inerciálnych pozorovateľov** (ktorí môžu alebo nemusia zodpovedať vlastnému fyzikálnemu objektu). Každý inerciálny pozorovateľ je spojený s nejakou inerciálnou vzťažnou sústavou. Táto vzťažná sústava poskytuje

súradnicový systém so súradnicami (x_1, x_2, x_3, t) pre udalosti v časopriestore M . Navyše táto vzťažná sústava poskytuje súradnice pre všetky ostatné charakteristiky objektu v časopriestore, napríklad poskytuje

súradnice (p_1, p_2, p_3, E) pre hybnosť a energiu objektu,

súradnice $(E_1, E_2, E_3, B_1, B_2, B_3)$ pre elektromagnetické pole a pod.

Predpokladajme, že pre akýchkoľvek dvoch inerciálnych pozorovateľov existuje **transformácia súradníc**, ktorá prevádza súradnice zo vzťažnej sústavy jedného pozorovateľa do vzťažnej sústavy druhého pozorovateľa. Táto transformácia nestanovuje iba prevod časopriestorových súradníc (x_1, x_2, x_3, t) , ale zaisťuje aj prevod všetkých ostatných fyzikálnych súradníc, ako napr. pravidlá prevodu pre hybnosť a energiu (p_1, p_2, p_3, E) , atď. (V praxi je možné s týmito prevodnými pravidlami efektívne pracovať **pomocou matematiky tenzorov**.)

Ďalej predpokladajme, že vesmír **sa riadi množstvom fyzikálnych zákonov**. Matematicky sa dá každý fyzikálny zákon vyjadriť vzhľadom na súradnicu niektorej inerciálnej vzťažnej sústavy **rovnice** (napríklad **diferenciálnou**), ktorá sa týka rôznych súradníc rôznych objektov v časopriestore. Typickými príkladmi sú Maxwellove rovnice a Newtonove pohybové zákony.

Prvý postulát (princíp relativity)

Žiadny fyzikálny zákon sa nemení transformáciou súradníc z jednej inerciálnej vzťažnej sústavy do druhej. Preto, ak sa objekt v časopriestore riadi matematickými rovnicami popisujúce fyzikálny zákon v jednej inerciálnej sústave, musí sa riadiť tými istými rovnicami pri použití v ľubovoľnej inej inerciálnej vzťažnej sústave.

Druhý postulát (konštantná rýchlosť svetla c)

Existuje základná konštanta $0 < c < \infty$ s nasledujúcou vlastnosťou. Pokiaľ A, B sú dve udalosti majúce súradnice (x_1, x_2, x_3, t) a (y_1, y_2, y_3, s) v inerciálnej vzťažnej sústave F , a súradnice (x'_1, x'_2, x'_3, t') a (y'_1, y'_2, y'_3, s') v inej inerciálnej vzťažnej sústave F' potom,

$$\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} = c(s - t) \text{ vtedy a len vtedy,}$$
$$\text{ak } \sqrt{(x'_1 - y'_1)^2 + (x'_2 - y'_2)^2 + (x'_3 - y'_3)^2} = c(s' - t').$$

Neformálne, druhý postulát stanovuje, že objekty pohybujúce sa rýchlosťou svetla c v jednej vzťažnej sústave sa budú nutne pohybovať rýchlosťou svetla c **vo všetkých vzťažných sústavách**. Ukázalo sa, že druhý postulát sa dá matematicky odvodiť z prvého postulátu a Maxwellových rovníc, v prípade, že rýchlosť svetla c je daná $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, kde μ_0 je permeabilita a ϵ_0 je permisivita vákua. Pretože sa Maxwellovými rovnicami riadi šírenie elektromagnetického žiarenia, akým je napríklad svetlo, označujeme bežne c ako rýchlosť svetla a druhý postulát sa dá interpretovať jednoducho ako tvrdenie, že elektrodynamika tak, ako bola popísaná Maxwellovými rovnicami, je správna, v protiklade so skoršou teóriou Galileovej relativity, ktorá bola v rozpore s Maxwellovými rovnicami (ak nepredpokladáme existenciu éteru). Formulácia druhého postulátu tak, ako je daná vyššie, však nevyžaduje existenciu elektromagnetického poľa ani Maxwellových rovníc.

Z druhého postulátu je možné vyvodit' jeho silnejšiu verziu – časopriestorový interval je **invariantný pri zmenách v inerciálnej vzťažnej sústave**. V predchádzajúcej notácii to znamená, že

$$c^2(s-t)^2 - (x_1-y_1)^2 - (x_2-y_2)^2 - (x_3-y_3)^2 = c^2(s'-t')^2 - (x'_1-y'_1)^2 - (x'_2-y'_2)^2 - (x'_3-y'_3)^2$$

pre ľubovoľné dve udalosti A, B. Tento vzťah sa dá využiť na odvodenie transformačných zákonov medzi vzťažnými sústavami, pozri Lorentzova transformácia.

Postuláty špeciálnej teórie relativity sa dajú vyjadriť veľmi stručne použitím matematického jazyka **pseudo-Riemannových variet**. Druhý postulát je potom tvrdením, že štvordimenzionálny časopriestor M je pseudo-Riemannovou varietou vybavenou Lorentzovou metrikou g signatúry (3,1), ktorá je daná rovinnou Minkowského metrikou v každej inerciálnej vzťažnej sústave. Táto metrika sa považuje za jednu z fyzikálnych veličín teórie, pretože sa istým spôsobom mení, ak zmeníme vzťažnú sústavu, a je ju možné preto využiť na opis fyzikál-

ných zákonov. Prvý postulát tvrdí, že zákony fyziky sú invariantné, pokiaľ sú prezentované vo vzťažnej sústave, pre ktorú g je dané Minkowského metrikou. Výhodou tejto formulácie je jednoduché porovnanie špeciálnej teórie relativity so všeobecnou teóriou relativity, ktorá obsahuje tiež dva postuláty, ale je vynechaná požiadavka, aby metrika bola Minkowského metrikou.

Galileiho princíp relativity je limitným prípadom špeciálnej teórie relativity v nerelativistickej limite $c \rightarrow \infty$. V tomto prípade zostáva prvý postulát nezmenený, ale druhý postulát sa zmení nasledovne:

Ak A, B sú dve udalosti majúce súradnice (x_1, x_2, x_3, t) a (y_1, y_2, y_3, s) v jednej inerciálnej sústave F , a súradnice (x'_1, x'_2, x'_3, t') a (y'_1, y'_2, y'_3, s') v inej inerciálnej vzťažnej sústave F' , potom $s - t = s' - t'$. Ak navyše $s - t = s' - t' = 0$, potom:

$$\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} = \sqrt{(x'_1 - y'_1)^2 + (x'_2 - y'_2)^2 + (x'_3 - y'_3)^2}$$

Fyzikálna teória daná klasickou mechanikou a Newtonovou gravitačnou teóriou je v súlade s Galileovým princípom relativity, ale nie so špeciálnou teóriou relativity. Naopak, Maxwellove rovnice nie sú v súlade s Galileovým princípom relativity, **ak nepredpokladáme existenciu éteru**. V prekvapivom množstve prípadov sa dajú odvodiť fyzikálne zákony v špeciálnej teórii relativity (ako napríklad známa rovnica $E = mc^2$) kombináciou postulátov špeciálnej teórii relativity s hypotézou, že fyzikálne zákony v špeciálnej teórii relativity **sa blížia zákonom klasickej mechaniky v nerelativistickej limite**.

Postavenie špeciálnej teórie relativity: Špeciálna teória relativity je presná iba vtedy, ak sú **gravitačné účinky zanedbateľné alebo veľmi malé**. V ostatných prípadoch musí byť nahradená všeobecnou teóriou relativity. Vo veľmi malých mierkach (ako napríklad Planckova dĺžka a menšie) je možné, že špeciálna teória relativity neplatí **kvôli efektom kvantovej gravitácie**. Ale v makroskopických mierkach a pri neprítomnosti silných gravitačných polí špeciálnu teóriu relativity všeobecne prijala celá fyzikálna verejnosť a výsledky pokusov, ktoré sa ju zdajú vyvracať, sú pripisované nereprodukovateľným experimentálnym chybám. Naproti tomu **všeobecná teória relativity** nie je stále dostatočne experimentálne preverená a dokonca doteraz **neboli vyvrátené** alternatívne teórie gravitácie **ako napríklad Brans-Dickeova teória**.

Dôsledky špeciálnej teórie relativity: Špeciálna teória relativity má niekoľko dôsledkov, ktoré sa môžu zdať mnohým ako bizarné, medzi ktorými sú:

- Doba medzi dvoma udalosťami nie je medzi užívateľmi nemenná, ale závisí na relatívnych rýchlostiach medzi ich vzťahnými sústavami (pozri Lorentzova transformácia).
- Dve súčasné udalosti na dvoch rôznych miestach v jednej vzťažnej sústave nemusia byť súčasnými v druhej vzťažnej sústave.
- Rozmery (napr. dĺžka) objektu zmerané jedným pozorovateľom sa môžu líšiť od výsledkov merania toho istého objektu inými pozorovateľmi (pozri Lorentzova transformácia).
- **Paradox dvojčiat** sa týka dvojčiat, z nich jedno odletí v kozmickej lodi letiacou rýchlosťou blízkou rýchlosti svetla. Keď sa vráti, zistí, že druhé dvojča, ktoré zostalo na Zemi, starlo omnoho rýchlejšie (alebo prvé dvojča starlo pomalšie).
- **Rebríkový paradox**, kde rebrík letiaci rýchlosťou blízkou rýchlosti svetla je v garáži, ktorá je menšia.

Hmotnosť, hybnosť, energia: Okrem zrevidovaní predstáv o priestore a čase vyžaduje špeciálna teória relativity takisto **aj nový pohľad na koncept hmoty, hybnosti a energie**, ktoré sú dôležitými pojmami Newtonovej mechaniky. Podobne ako špeciálna relativita dala do vzájomného vzťahu priestor a čas, aj u týchto ukazuje, že prakticky **ide o rôzne aspekty tej istej fyzikálnej veličiny**.

Existuje niekoľko rovnocenných ciest ako definovať hybnosť a energiu v ŠTR. Jedna z metód používa **zákony zachovania**. Aby tieto zákony zostali platné v ŠTR, **musia platiť v každej inerciálnej sústave**. Ak by sme však urobili jednoduchý myšlienkový experiment s Newtonovými definíciami hybnosti a energie, zistíme, že tieto veličiny v ŠTR **nie su zachovávané**. Jedinou ich možnou záchranou je urobiť malé zmeny v definíciách, ktoré sa uplatnia iba pri relativistických rýchlostiach. Nasledujúce nové definície boli prijaté ako správne pre hybnosť a energiu v ŠTR.

Majme objekt o hmotnosti m pohybujúci sa rýchlosťou v . Jeho energia a hybnosť sú dané vzťahmi:

$$E = \gamma mc^2$$

$$p = \gamma mv$$

kde γ (Lorentzov faktor) je daný vzťahom:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

a c je rýchlosť svetla. Výraz γ , ktorý sa v ŠTR často vyskytuje, pochádza z rovníc Lorentzovej transformácie. (Dá sa povedať, že jeho hodnota zhruba opisuje, ako veľmi sa chovanie telesa líši od klasickej mechaniky. Pre $\gamma = 1$ sa teleso správa úplne newtonovsky, a pre $\gamma \rightarrow \infty$ sa zvýrazňujú relativistické javy.) Vzťah energie a hybnosti vyjadruje vzorec

$$E^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2.$$

Pre rýchlosti omnoho menšie ako je rýchlosť svetla sa γ aproximuje použitím Taylorovho rozvoja a dá sa zistiť, že

$$E \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$p \approx mv$$

Okrem prvého výrazu vo vyjadrení energie (diskutovaného nižšie) sú tieto vzorce presne v súlade so štandardnými definíciami newtonovskej kinetickej energie. To je ako požadované, lebo pri nízkych rýchlostiach musí ŠTR súhlasiť s newtonovskou mechanikou. Ak sa pozrieme na predchádzajúce vzorce pre energiu, jeden z nich vyzerá, že pokiaľ je objekt v pokojovom stave ($v = 0$ a $\gamma = 1$), dostaneme nenulový energetický zvyšok:

$$E = mc^2$$

Táto energia je nazývaná **pokojuv energia**. Pokojov energia nie je v rozpore s Newtonovou teóriou, pretože je **konstantn**, a čo sa kinetickej energie týka, je podstatn **iba rozdiel v energii**. Ak vezmeme vzorec tak, ako je napísan, vidíme, že v teórii relativity platí, že hmotnosť je iba dalšou formou energie. Tento vzorec sa stáva dôležitým napríklad pri meraní hmotnosti rôznych atómových jadier. Porovnaním rozdielov hmotnosti je možno predpovedať, ktoré atómové jadrá ukrývajú veľkú vnútornú energiu, ktorá môže byť uvoľnená jadrovými reakciami. Tieto dáta poskytli dôležité informácie pri konštrukcii atómovej bomby. Dopady tohto vzorca na život v 20. storoi z neho urobili jednu z najznámejších vedeckých rovníc.

O hmotnosti: Často, hlavne v staršej literatúre a v úvodných kurzoch fyziky, sa uvádza, že podľa špeciálnej teórie relativity so zvyšujúcou sa rýchlosťou vzrastá hmotnosť telesa. Toto tvrdenie sa opiera o jednu definíciu hmotnosti, ale v ŠTR **existujú dve rôzne predstavy hmotnosti**. Predchádzajúca rovnica hovorí o tzv. pokojovej hmotnosti. Táto hmotnosť je nemennou veličinou v tom zmysle, že je **rovnaká pre všetkych inercialnych pozorovateľov**. Predovšetkym sa pokojová hmotnosť **nezvyšuje s rýchlosťou telesa**.

Inou definíciou hmotnosti je **relativistická hmotnosť**, ktorá je daná vzťahom

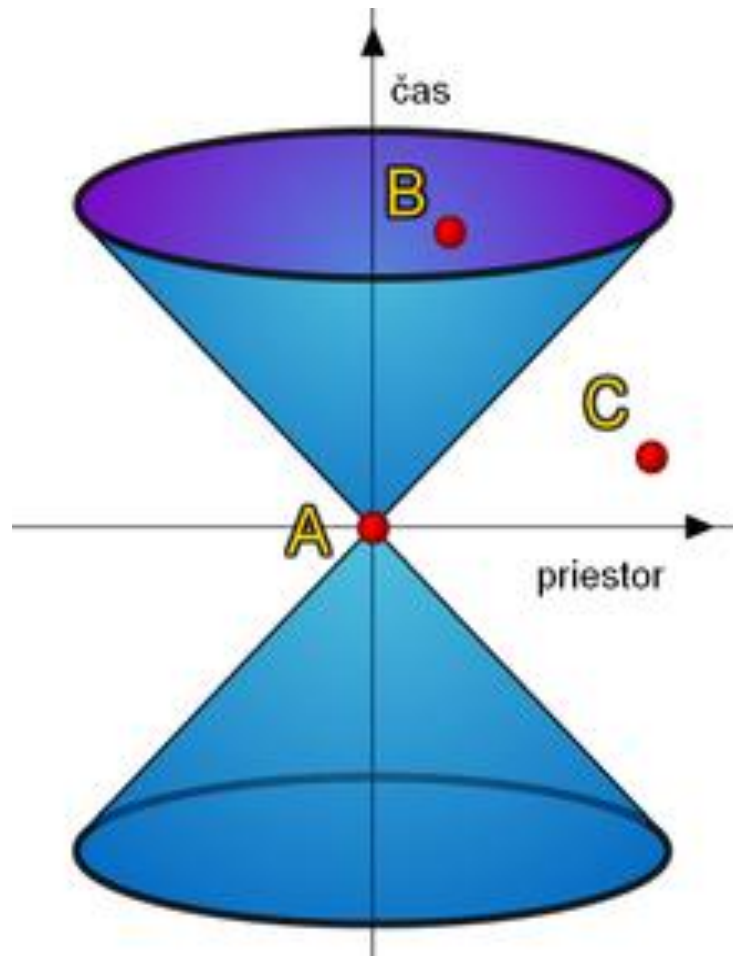
$$M = \gamma m$$

Pretože γ **rastie s rýchlosťou**, takisto rastie **aj relativistická hmotnosť**. Táto definícia je konzistentnejšia s (relativistickou) dĺžkou a časom a je vhodná pre viacero účelov. Predovšetkým je možné jednoducho odvodiť rovnice pre energiu a hybnosť

$$\begin{aligned} E &= Mc^2 \\ p &= Mv, \end{aligned}$$

ktoré sú platné vo všetkých vzájomných sústavách. Pokiaľ je rýchlosť rovná nule, relativistická a pokojová hmotnosť **sú si rovné**. O žiadnej z týchto definícií sa nedá povedať, že je správna alebo nesprávna. Ale mnohí fyzici nemajú radi koncept relativistickej hmotnosti, pretože sa mení v Lorentzovej transformácii, a dávajú prednosť vo formulovaní ŠTR invariantnými veličinami. Naopak, pokojová hmotnosť sa stala dôležitou veličinou vo všeobecnej teórii relativity a v kvantovej teórii polí. Veľa fyzikov preto jednoducho hovorí o hmotnosti, hoci **majú na mysli pokojovú hmotnosť**.

Súčasnosť a kauzalita: Špeciálna teória relativity pripúšťa, že udalosti, ktoré sú súčasné v jednej vzájomnej sústave, **nemusia byť súčasné v inej vzájomnej sústave**. Interval AB na diagrame dole je „časový“. To znamená, že tu máme sústavu súradníc, v ktorej udalosť A a udalosť B nastávajú na rovnakom mieste v priestore a líšia sa iba v čase. Ak A predchádza B v tejto sústave súradníc, potom A predchádza B vo všetkých sústavách súradníc. Hypoteticky je možné premiestňovanie hmoty (alebo informácie) z A do B a môže tu nastávať príčinný vzťah (kde A je príčina a B je následok). Interval AC na diagrame je „priestorový“. To znamená, že tu máme sústavu súradníc, v ktorej sa udalosť A a udalosť B udiali súčasne, oddelené iba priestorom. Hoci tu existujú súradnicové systémy, v ktorých A predchádza C (ako je to vyznačené) a súradnicové systémy, kde C predchádza A, okrem cestovania nadsvetelnou rýchlosťou nie je možné pre žiadne teleso (ani informáciu) cestovať z A do C alebo z C do A. Preto tu nemôže existovať žiadna príčinná súvislosť.



Geometria časopriestoru v špeciálnej teórii relativity: ŠTR používa „rovný“ štvorrozmerný Minkowského priestor, obvykle označovaný ako časopriestor. Tento priestor je však veľmi podobný štandardnému trojrozmernému Euklidovskému priestoru a vďaka tomu sa s ním veľmi jednoducho pracuje. Diferenciál vzdialenosti (ds) v karteziánskom trojrozmernom priestore je definovaný ako:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2,$$

Kde (dx_1, dx_2, dx_3) sú diferenciály troch priestorových dimenzií. V geometrii ŠTR je pridaná štvrtá dimenzia – čas – s jednotkou c , takže rovnica pre diferenciál vzdialenosti sa zmení na:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - c^2 dt^2$$

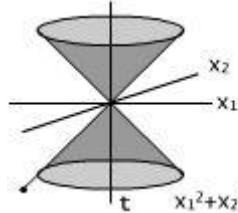
V mnohých situáciách môže byť užitočné považovať čas za imaginárny (napríklad to môže zjednodušiť rovnice). V takom prípade je t v predchádzajúcej rovnici nahradené $i.t'$ a metrika sa zmení na:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + c^2 (dt')^2$$

Pokiaľ pre zjednodušenie zmeníme počet priestorových dimenzií na dve, môžeme reprezentovať fyzikálny svet trojrozmerným priestorom:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 - c^2 dt^2$$

Vidíme, že nulové (svetelné) geodetiky ležia pozdĺž



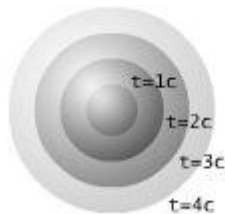
dvojkúžeľa $x_1^2 + x_2^2 = t^2$ a sú definované rovnicou

$$ds^2 = 0 = dx_1^2 + dx_2^2 - c^2 dt^2,$$

alebo

$$dx_1^2 + dx_2^2 = c^2 dt^2$$

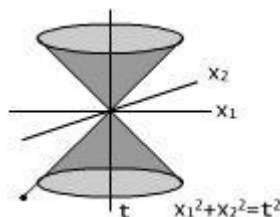
Čo dáva rovnicu kružnice o polomere $r = c \cdot dt$. Ak to rozšírime do troch priestorových dimenzií, koncové body nulových geodetik budú sústredenými guľovými plochami, kde polomer = vzdialenosť $c \cdot \pm$ čas.



$$ds^2 = 0 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - c^2 dt^2$$

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = c^2 dt^2$$

Tento prázdny dvojkúžeľ reprezentuje „líniu pohľadu“ z bodu v priestore. Vtedy, keď sledujeme hviezdy a povieme „Svetlo tejto hviezdy, ktoré mi dopadá do oka, je X rokov staré.“, tak sa práve pozeráme pozdĺž línie pohľadu, pozdĺž nulové geodetiky. Pozeráme sa na udalosť vzdialenú $d = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ metrov a d/c sekúnd v minulosti. Z tohto dôvodu je prázdny svetelný dvojkúžeľ známy takisto ako aj „svetelný kužeľ“. (Bod v ľavom dolnom rohu znázorňuje hviezdu, počiatok súradnicového systému znázorňuje pozorovateľa a čiara ku hviezde znázorňuje nulovú geodetiku „líniu pohľadu“.)



Kužeľ v oblasti $-t$ sú informácie, ktoré bod „prijíma“, zatiaľ čo kužeľ v oblasti $+t$ sú informácie, ktoré bod „vysiela“.

2. Všeobecná teória relativity: Všeobecná teória relativity je teória o priestore, čase a gravitácii, ktorú sformuloval Albert Einstein v rokoch 1911 až 1916 (zverejnená bola v roku 1916). Opisuje vzájomné pôsobenie (interakciu) priestoru a času na jednej strane a hmoty (vrátane polí) na strane druhej. Jej hlavná výpoveď je, že gravitácia vlastne nie je nič iné ako geometrický jav v zakrivenom štvorrozmernom časopriestore, presnejšie: Hmotné telesá sú zdrojom gravitačného poľa, ktoré určuje metriku (vlastnosti) časopriestoru v danej oblasti, ktorá zas naopak spätne ovplyvňuje stav a pohyb telies v danej oblasti. Niektoré vlastnosti:

- **Teória aplikuje princíp relativity na oblasti, v ktorých má rozhodujúcu úlohu gravitácia.**
- **Jej základom je princíp ekvivalencie.**

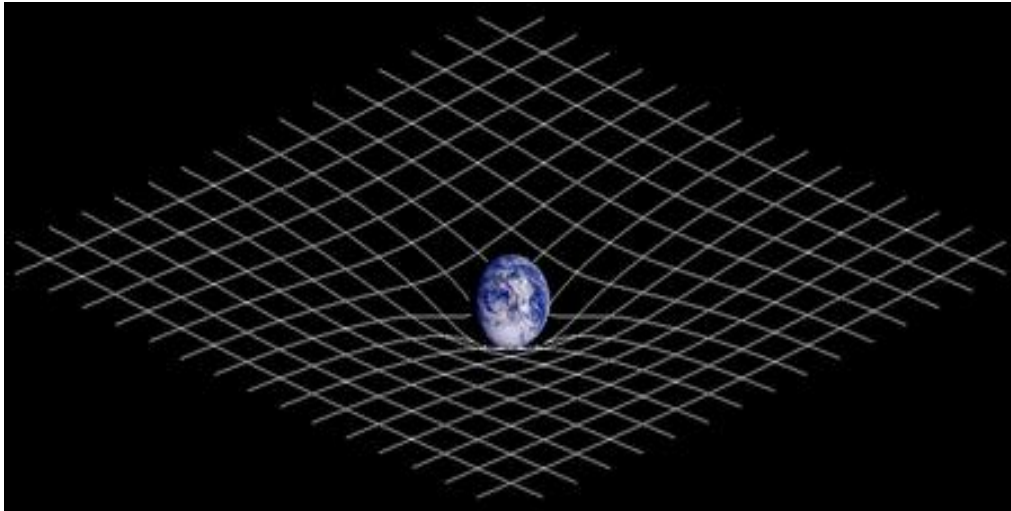
Všeobecná teória relativity je rozšírením špeciálnej teórie relativity a pre dostatočne malé oblasti časopriestoru sa s ňou stáva identickou. V porovnaní so špeciálnou teóriou relativity je pre laika **oveľa ťažšie zrozumiteľná**, existuje však pre ňu **dostatočné množstvo experimentálnych dôkazov**.

Gravitácia a zakrivenie priestoru: Všeobecná teória relativity vyvodzuje gravitáciu z geometrického javu v zakrivenom časopriestore, pretože konštatuje:

- **Hmota (presnejšie jej energia a hybnosť) zakrivuje časopriestor vo svojom okolí.**
- **Predmet, na ktorý nepôsobí žiadna sila, sa pohybuje medzi dvoma miestami časopriestoru vždy po najpriamočiarejšej trajektórii, takzvanej geodetickej čiare.**

Prvá výpoveď opisuje pôsobenie energie ahybnosti na časopriestor, druhá naopak – ide teda o vzájomné pôsobenie (interakciu) v pravom slova zmysle. Už štvorrozmerný časopriestor špeciálnej teórie relativity sa dá ťažko názorne predstaviť - pri zakrivenom časopriestore **je to o to ťažšie**. V záujme predstavivosti si však možno pozrieť situácie so zníženým počtom rozmerov. Napríklad v prípade dvojrozmernej zakrivenej krajiny zodpovedá najpriamejšej trajektórii, ktorú by prešlo vozidlo s riadením zafixovaným na jazdu rovno vpred. Ak by dve takéto vozidlá odštartovali na rovníku paralelne smerom na sever, stretli by

sa na severnom póle. Pozorovateľ, ktorý by nevedel o guľovom tvare Zeme, by z toho vyvodil, že medzi dvomi vozidlami existuje príťažlivá sila. V skutočnosti ide o geometrický jav (guľatosť Zeme). Gravitačné sily sa preto niekedy označujú aj ako zdanlivé sily.



Dvojrozmerné zobrazenie zakrivenia časopriestoru. Prítomnosť hmoty mení geometriu časopriestoru a táto (zakrivená) geometria je interpretovaná ako gravitácia.

Princíp ekvivalencie: Keďže najpriamejšia dráha časopriestorom prirodzene nezávisí od hmotnosti, padajú všetky telesá v gravitačnom poli rovnako rýchlo, čo zistil už Galileo Galilei. Túto okolnosť vysvetľuje newtonovská mechanika princípom ekvivalencie (gravitačná hmotnosť a zotrvačná hmotnosť telesa sú si rovné), ktorý týmto vlastne všeobecnú teóriu relativity vysvetľuje. Presnejšie možno povedať, že z klasického princípu ekvivalencie vyplýva, že pozorovateľ v uzavretom priestore bez pozorovania okolia nedokáže z pohybu predmetov v priestore zistiť, či je v stave beztiaže alebo voľného pádu. Einstein tento princíp zovšeobecnil takto: Pozorovateľ v uzavretom priestore bez informácií zvonku nemôže *vôbec žiadnym* pokusom zistiť, či je v stave beztiaže alebo nie.

Hodiny v gravitačnom poli: Vo všeobecnej teórii relativity nezávisí chod hodín len od ich relatívnej rýchlosti, ale aj od ich polohy (miesta) v gravitačnom poli. Hodiny na kopci idú rýchlejšie ako hodiny v údolí. Tento efekt je síce v pozemskom gravitačnom poli veľmi slabo badateľný, ale napríklad navigačný systém GPS ho zohľadňuje príslušnou úpravou frekvencie signálu, aby sa zabránilo chybám pri určovaní polohy.

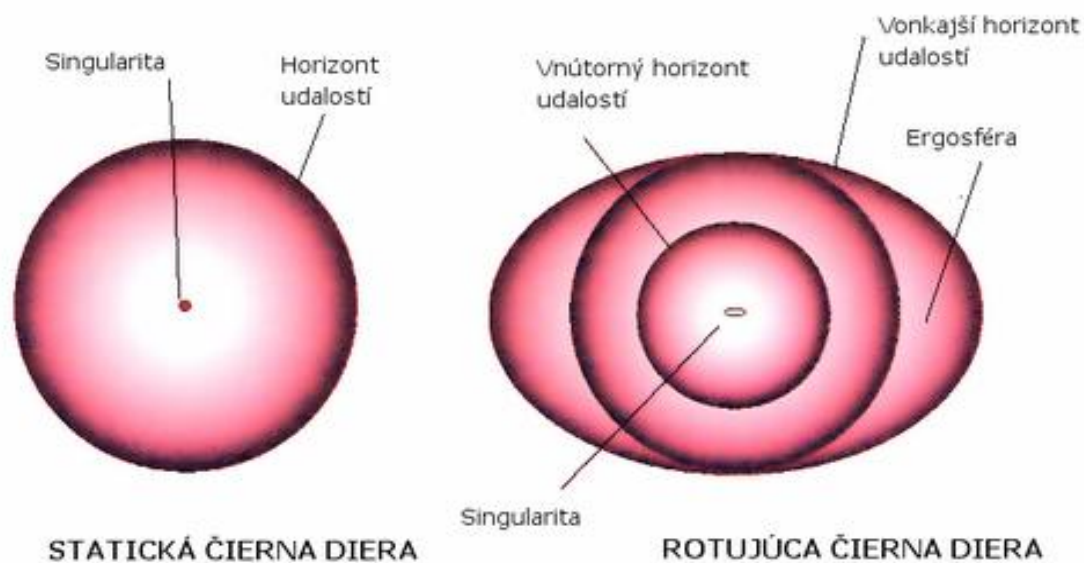
Matematická štruktúra teórie: Kým špeciálnu teóriu relativity možno pochopiť aj s pomerne slabými znalosťami matematiky, je všeobecná teória relativity podstatne náročnejšia. Zakrivený časopriestor sa opisuje pomocou metód diferenciálnej geometrie, ktorá nahradila euklidovskú geometriu nám známeho plochého priestoru. Vznik zakrivenia sa opisuje pomocou einsteinovských rovníc poľa. Sú to **diferenciálne rovnice tenzorového poľa s desiatimi zložkami**, ktoré sú analyticky – čiže pomocou matematickej rovnice - riešiteľné **len v špeciálnych prípadoch**.

Kozmológia: Kým špeciálna teória relativity platí za prítomnosti hmotných telies len v oblastiach časopriestoru, ktoré sú **také malé**, že zakrivenie možno zanedbať, zaobíde sa všeobecná teória relativity bez tohto obmedzenia. Možno ju teda aplikovať **aj na celý vesmír** – preto hrá **centrálnu úlohu v kozmológii**. Napríklad rozpínanie vesmíru, ktoré pozorujú astronómovia, primerane opisujú friedmannovské riešenia einsteinovských rovníc poľa v kombinácii s tzv. kozmologickou konštantou. Podľa nich začalo rozpínanie vesmíru veľkým treskom, ktorý sa podľa posledných výskumov udial pred **13,7 miliardami rokov**, a ktorý možno chápať **aj ako začiatok priestoru a času**. Celý vesmír bol pritom skoncentrovaný na priestorovú oblasť s priemerom Planckovej dĺžky (cca. $1,61624 \times 10^{-35}$ m).

Čierne diery: Ďalšou predikciou všeobecnej teórie relativity sú čierne diery. Einsteinovi sa myšlienka čiernych dier vôbec nepozdávala a bol presvedčený, že musí existovať mechanizmus, ktorý zabraňuje vzniku takýchto objektov. Podľa súčasných pozorovaní však takéto objekty vo vesmíre **skutočne existujú**, a to ako konečné štádium vývinu hviezd pri veľmi hmotných hviezdach a v centrách väčšiny galaxií.



Simulovaný pohľad na čiernu dieru v blízkosti Mliečnej cesty. Diera váži 10 hmotností slnka a vzdialená je približne 600 km.



Umelcova predstava akréčneho disku horúcej plazmy obiehajúcej okolo čiernej diery (zdroj: NASA)

Gravitačné vlny: A napokon zo všeobecnej teórie relativity vyplýva existencia gravitačných vln, čiže lokálnych deformácií časopriestoru, ktoré sa šíria svetelnou rýchlosťou. Vznikajú majú pri zrýchlení hmotných telies. Tieto deformácie sú však také malé, že sa ich dodnes nepodarilo priamo dokázať. Explózia supernovy v roku 1987 mala vytvoriť dokázateľné gravitačné vlny. Túto príležitosť storočia sme však prepásli, pretože v dôsledku chýbajúcej predchádzajúcej dohody boli všetky detektory gravitačných vln na celom svete v rozhodujúcich sekundách vypnuté z dôvodu údržby. Aspoň nepriamo sa gravitačné vlny podarilo dokázať z pozorovaní na sústavách dvojhviezd s pulzarmi.

Filozofický základ VTR: V špeciálnej teórii relativity (ŠTR) sa postuluje rovnocennosť inerciálnych vzťahných sústav. To znamená, že fyzikálne zákony majú rovnaký matematický tvar pre všetkých pozorovateľov, ktorí sa pohybujú len zotrvačnosťou (stoja, alebo sa pohybujú rovnomerne priamočiario). Táto požiadavka vedie k invariantnosti fyzikálnych zákonov voči Poincarého grupe. Einstein si položil otázku, prečo by mala príroda preferovať inerciálne sústavy. Zároveň si aj odpovedal: príroda sa o naše sústavy nestará, a preto musia byť zákony rovnaké pre všetkých pozorovateľov. Snažil sa preto zovšeobecniť ŠTR tak, aby mali fyzikálne zákony rovnaký matematický tvar pre všetkých pozorovateľov, inerciálnych aj zrýchlene sa pohybujúcich. To je základná myšlienka princípu relativity. Veľkým skokom v Einsteinových úvahách bolo uvedomenie si, že pozorovateľ voľne padajúci v gravitačnom poli sa cíti byť inerciálny. Toto tvrdenie je známe ako princíp ekvivalencie. Znamená to, že pozorovateľ voľne padajúci v gravitačnom poli necíti zotrvačné sily a platí pre neho zákon zotrvačnosti. Dôležité je, že princíp ekvivalencie platí len lokálne, pretože pri neloálnych meraniach sa uplatňujú nehomogenity gravitačného poľa.

Celkom na záver uvedieme **postuláty VTR**, najmä preto, aby si prípadný čitateľ uvedomil matematickú náročnosť tejto špičkovej vedeckej teórie: Princíp relativity požaduje, aby mali fyzikálne zákony rovnaký tvar vo všetkých sústavách. Každý vzťahnej sústave zodpovedá vhodná súradnicová sústava v priestoročase. To znamená, že fyzikálne zákony musia mať tvar rovnosti dvoch veličín, ktorá si pri zmene súradnicovej sústavy transformujú rovnako, takže rovnica si podrží svoju platnosť v každej sústave. **Tejto požiadavke všeobecnej kovariancie vyhovujú tenzory a spinory.** V ŠTR je priestoročas hladkou varietou dimenzie 4, na ktorej je možné zaviesť globálne kartézské súradnice $x^\mu = (ct, x, y, z)$, v ktorých má metrický tenzor tvar

$$\eta = c^2 dt \otimes dt - dx \otimes dx - dy \otimes dy - dz \otimes dz$$

To je zmysel tvrdenia, že Minkowského priestoročas je plochý. Predpokladajme teraz, že v skutočnosti je priestoročas hladká varieta s nejakým všeobecným metrickým tenzorom. Na všeobecnej variete nemusia existovať vôbec žiadne globálne súradnice, tobôž nie kartézské. Metrický tenzor vyjadrený v ľubovoľných lokálnych súradniciach má tvar

$$g = g_{\mu\nu} dx^\mu \otimes dx^\nu$$

Podľa princípu ekvivalencie sa však vhodnou súradnicovou transformáciou dá dosiahnuť, že komponenty metrického tenzora sú v jednom bode dané diagonálnou maticou

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1),$$

čo znamená, že **každý priestoročas je lokálne plochý**. Pozorovateľ voľne padajúci v gravitačnom poli zistí, že lokálne platia zákony ŠTR. To, že metrický tenzor sa dá lokálne previesť na diagonálny kanonický tvar platí vo všeobecnosti na každej hladkej variete. To, že v priestoročase bude mať signatúru (+ - - -), je matematická formulácia princípu ekvivalencie. Ako uvidíme, Einsteinove rovnice gravitačného poľa sú diferenciálne rovnice pre metrický tenzor, ale jeho signatúra z nich nevyplýva. Často sa používa opačná signatúra (- + + +), alebo (+ + + -). Podstatné je len to, že časová zložka musí mať opačné znamienko ako priestorové. Signatúry s touto vlastnosťou sa nazývajú lorentzovské. Nami používaná signatúra (+ - - -) je bežne používaná napr. v kvantovej teórii poľa a má niekoľko výhod. Čo je však dôležitejšie, táto signatúra prirodzene vyplýva zo spinorovej formulácie teórie relativity. **Vlastným časom τ pozorovateľa** nazývame čas, ktorý ukazujú hodiny, ktoré **sú voči tomuto pozorovateľovi v pokoji**. Pretože všetky merania je nutné robiť lokálne, predpokladáme, že poloha pozorovateľa a poloha hodín splývajú. Pri svojom pohybe v priestore opisuje pozorovateľ istú krivku v časopriestore. Túto krivku budeme nazývať svetočiara, čo je doslovný preklad anglického slova "worldline". Niekedy sa však aj slovo "geodetika" prekladá ako svetočiara, kým v tomto texte pojmom geodetika označujeme isté špeciálne svetočiary. Svetočiaru je možné ľubovoľne parametrizovať, zvolíme však ako parameter vlastný čas pozorovateľa τ . Ak svetočiaru označíme γ , pohyb pozorovateľa je

$$\gamma = \gamma(\tau)$$

V ľubovoľných lokálnych súradniciach

$$\gamma : x^\mu = x^\mu(\tau) , \quad x^\mu(\tau) = x^\mu(\gamma(\tau))$$

Vektor $\dot{\gamma}$ dotykový k svetočiare označme u . Jeho zložky sú

$$u = \dot{\gamma}(\tau) , \quad u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

Jeho norma je daná vzťahom

$$||u||^2 = g(u, u) = g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

Pritom dx^μ je rozdiel súradníc dvoch bodov na svetočiare vzdialených o infinitesimálnu parametrickú vzdialenosť $d\tau$. Dĺžka svetočiaru na tomto úseku je tzv. priestoročasový interval

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

a teda

$$||u||^2 = \frac{ds^2}{d\tau^2}$$

Táto veličina je invariant, a preto ju môžeme vyčísliť v ľubovoľných súradniciach. Predpokladajme, že x^μ sú súradnice pozorovateľa voľne padajúceho v gravitačnom poli. Potom časová súradnica je totožná s jeho vlastným časom, teda

$$x^0 = c\tau, \quad dx^0 = c d\tau$$

a pre ostatné súradnice

$$dx^i = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

Z toho

$$ds^2 = c^2 d\tau^2,$$

Vidíme, že dĺžka svetočiaru (priestoročasový interval) je len c -násobkom vlastného času. Norma štvorrýchlosti je potom

$$||u||^2 = c^2$$

Pretože interval a vlastný čas sa líšia len o multiplikatívnu konštantu, môžeme svetočiaru rovnako dobre parametrizovať jej dĺžkou. V tom prípade je štvorrýchlosť bezrozmerná a normovaná na jednotku:

$$||u||^2 = g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = \frac{ds^2}{ds^2} = 1$$

V diferenciálnej geometrii sa takémuto parametru hovorí normálny. V teoretickej fyzike sa často volia jednotky, v ktorých sú fundamentálne konštanty (c, \hbar, G) rovné jednej. Potom časopriestorový interval a vlastný čas môžeme stotožniť.

Ďakujem za trpezlivosť a pozornosť!