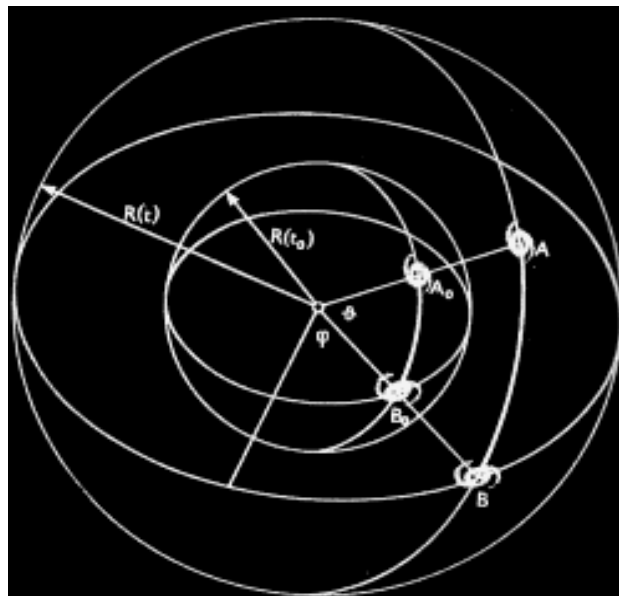
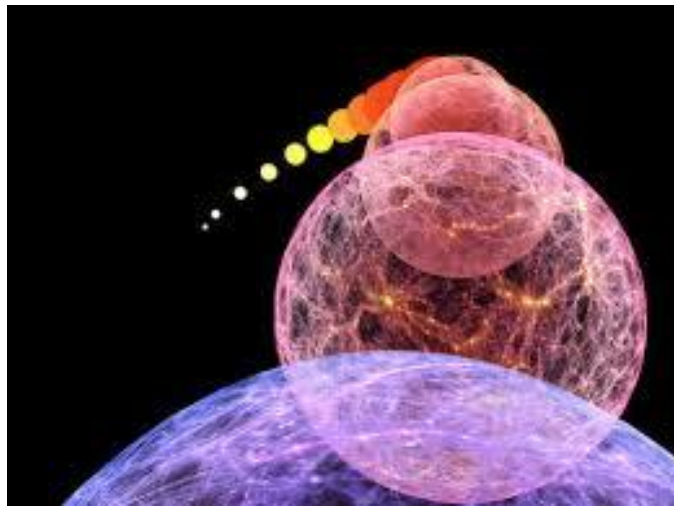


VESMÍR III. – PRVÉ KOZMOLOGICKÉ MODELY NÁŠHO VESMÍRU (EINSTEIN, FRIDMAN, LEMAITRE A DE SITTER)

1. Einsteinov prvý relativistický model vesmíru: Vstupnú informáciu o tomto modeli nám poskytne Wikipédia: „**Einsteinov vesmír** je kozmologický model homogénneho a izotropného vesmíru, v ktorom sa predpokladá kladná hodnota kozmologickej konštanty ($\lambda > 0$), vyjadrujúcej pôsobenie - repulzívnej sily. Odvodil ho v roku 1917 Albert Einstein pri riešení rovníc poľa na základe všeobecnej teórie relativity, do ktorej zaviedol **kozmozlogický člen lambda** s cieľom zachovať postulovanú stacionárnosť vesmíru. Einsteinov vesmír je preto stacionárny, má konštantnú, kladnú krivosť priestoročasu s indexom krivosti $k = +1$, je **do seba zatvorený**, preto je **konečný**, ale **neohraničený**. Stredná hustota Einsteinovho vesmíru je určená kozmologickou konštantou λ_E a gravitačnou konštantou G podľa vzťahu $\rho_E = \lambda_E / 4\pi G$. Pre Einsteinov vesmír vychádza polomer vesmíru $R_E = 1/\sqrt{\lambda_E}$, a celková hmotnosť vesmíru $M_E = \pi R_E^3 / 2 G$. Pri hustote $\rho_E = 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ vychádza napríklad pre Einsteinov vesmír polomer $R_E = 10^{26} \text{ m}$, t. j. 10^{10} ly , a hmotnosť $M_E = 2 \cdot 10^{53} \text{ kg}$, čo je 10^{12} **hmotnosti Galaxie**, pri kozmologickej konštante $\lambda_E = 10^{-58} \text{ m}^{-2}$. Predstavu Einsteinovho vesmíru s hypotézou nenulovej kozmologickej konštanty a stacionárnosti vesmíru zavrhol aj sám Einstein v roku 1931 po Hubblovom objave rozpínania vesmíru.“ Dokonca ju priamo označil za „najväčší omyl svojho života“. Neskôr sa ale ukázalo, že to až taký omyl nebol a kozmologická konštantu sa v tzv. inflačných modeloch vesmíru vrátila v plnej sile a sláve.





2. Fridmanove relativistické modely vesmíru: Najdôležitejšou vlastnosťou Fridmanových modelov je ich nestatickosť, resp. **dynamickosť**, t. j. vlastnosť, na základe ktorej sa **vesmír musí buď rozpínať, alebo zmršťovať**. Z toho malo logicky vyplývať, že dynamické modely vesmíru budú len tie, ktoré budú bez Einsteinovej kozmologickej konštanty, resp. repulzívnej, odpudivej sily (kozmickeho vákuu). Ako sa ale neskôr ukázalo, dynamické modely vesmíru môžu byť vytvorené či konštruované **aj s kozmologickým členom**, resp. **pozitívnou kozmologickou konštantou** a zabezpečovať tak napríklad zrýchlené rozpínanie sa vesmíru potvrdené koncom 90. rokov minulého storočia S. Perlmutterom a R. Kirshnerom (alebo ich tímami). V ďalšom výklade budeme vychádzať najmä z prehľadnej a zrozumiteľnej publikácie T. Opatrného a L. Richtereka s názvom *Vybrané partie súčasnej fyziky* (2005). Ako zdôrazňujú obaja autori na s. 7, ak chceme pochopiť správanie sa vesmíru, musíme najprv zohľadniť **princíp uniformity**, podľa ktorého je „vesmír vo veľkých merítkach homogénny a izotropný, t. j. rovnaký vo všetkých miestach a smeroch“. Do

úvahy tiež musíme vziať slávny Olbersov paradox, t. j. paradox, v rámci ktorého bola H. M. W. Olbersom spopularizovaná **Keplerova principiálna otázka**: „Ako je možné, že je nočná obloha tak temná?“ Vyplýva z nej totiž, že ak by bol vesmír „nekonečný a obsahoval nekonečné množstvo rovnomerne rozmiestnených hviezd, potom by nočná obloha mala byť rovnako jasná ako povrch Slnka“. Ako však vieme, nie je a tak musíme hľadať riešenia, prečo je tomu tak. Opatrný a Richterek (ďalej O&R) ponúkajú viacero riešení tohto paradoxu:

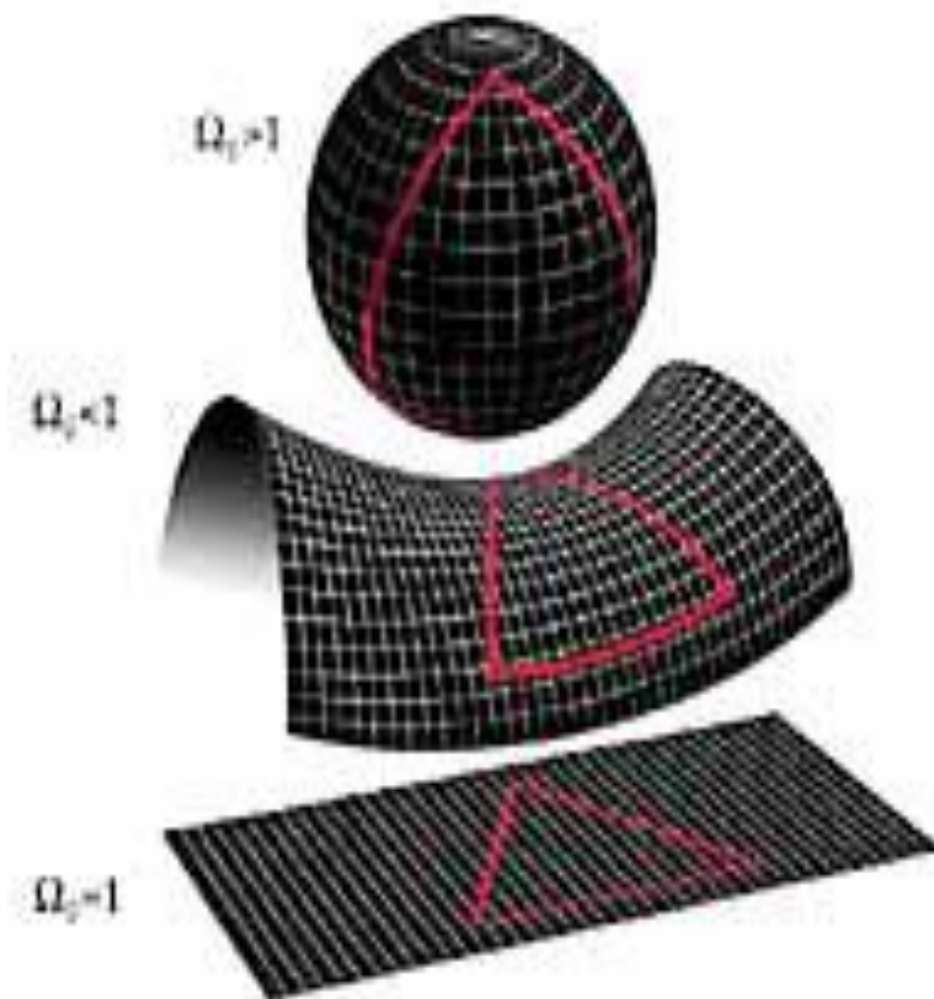
- **medzihviezdny prach nám bráni vidieť vzdialené hviezdy**
- **vesmír obsahuje len konečný počet hviezd**
- **hviezdy nie sú rozmiestnené rovnomerne**
- **vesmír sa rozpína, svetlo od najvzdialenejších hviezd má taký červený posun, že je mimo oblasť viditeľného svetla**
- **vesmír má konečný vek, svetlo od najvzdialenejších objektov ku nám ešte nedorazilo.**

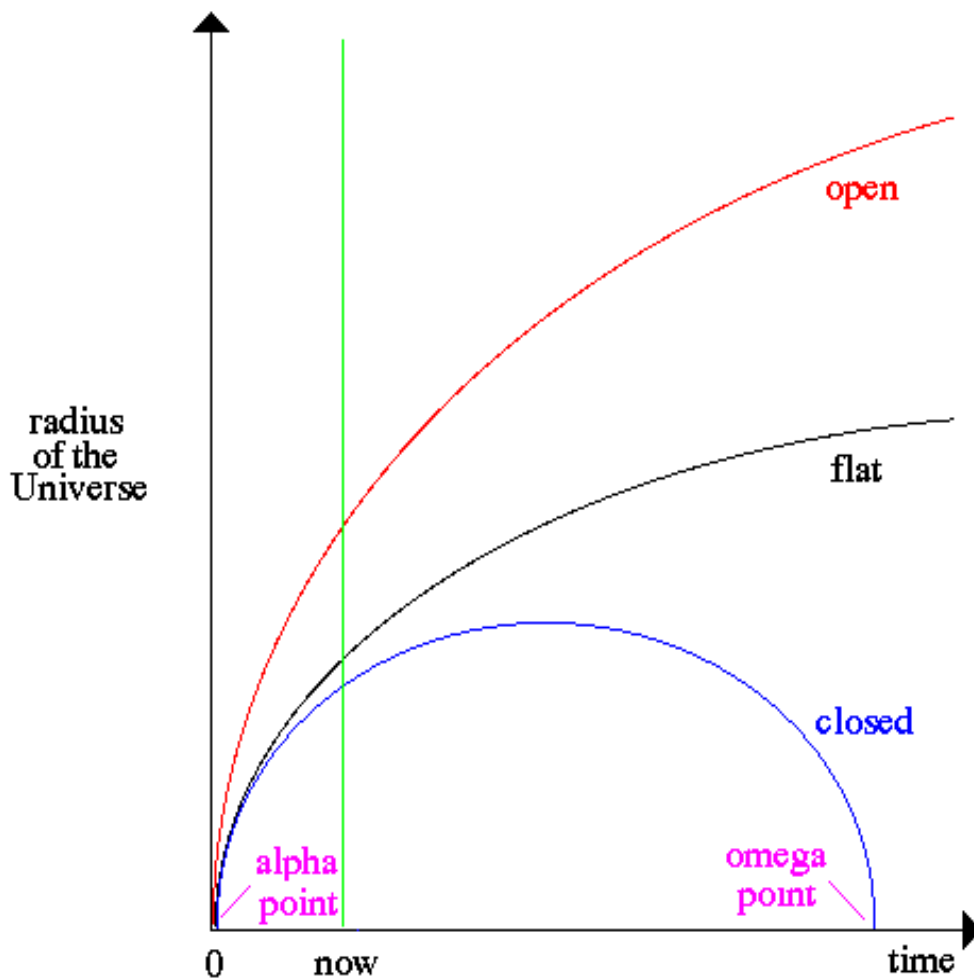
Ako v tejto súvislosti podotýkajú O&R, v modernej kozmológii sa najviac „uplatňuje práve posledná možnosť – vesmír existuje len konečný čas, podľa najnovších odhadov asi $13,7 \pm 0,2$ miliardy svetelných rokov“. Potom už O&R prechádzajú k Fridmanovej rovnici vesmírneho rozpínania (resp. vesmírneho pohybu), konštatujúc (tamže, s. 12), že najlepšie bude vyjsť z modelu newtonovského vesmíru, v ktorom sú uvažované „iba nerelativistické pohyby a gravitácia je chápaná ako sila pôsobiaca medzi hmotnými časticami. Fridmanova rovnica v takomto prípade opisuje zachovanie celkovej mechanickej energie častice (galaxie) v priebehu vesmírnej expanzie“. Rovnica má takúto podobu:

$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{da}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{1}{3} \Lambda c^2 - \frac{kc^2}{a}$$

Rozpínanie (sa) vesmíru potom „pozorujeme ako vzájomné vzdľavovanie sa galaxií objavené Edwinom Hubblom“. Daný „newtonovský model vesmíru si tak možno predstaviť ako rozpínajúci sa plyn, ktorého ‚molekulami‘ sú celé galaxie (tie samé sa nerozpínajú). Gravitácia naopak priťahuje galaxie k sebe a rozpínanie spomaľuje“. Od tohto spomaľovania je potom odvodený parameter vesmíru zvaný **decelerácia**, vyjadrujúci tempo, akým vesmír spomaľuje svoje rozpínanie. Podľa O&R „vzhľadom k homogenite a izotropii rozpínania je výhodné zaviesť tzv. comoving súradnice, ktoré sú ‚unášané‘ rozpínaním a pre zvolenú

galaxiu zostávajú po celý čas konštantné. Zväčšovanie vzájomných vzdialeností je potom opisované *expanzným faktorom* $a = a(t)$ závisiacim na čase. Pre skutočnú vzdialenosť preto platí $R = a(t)x$.“ Veľmi dôležitá je tu tiež krivosť alebo (geometrické) zakrivenie vesmíru. Podľa O&R (tamže, s. 14): „Parameter k s rozmerom m^{-2} charakterizuje konštantnú krivosť vesmíru a po vhodnom preškáľovaní súradníc možno uvažovať iba tri hodnoty $k = 0, \pm 1$; potom už ide o parametr bezrozmerný a s takým budeme ďalej pracovať. Hodnota $k = 0$ zodpovedá nekonečnému plochému vesmíru, v ktorom platia zákony eukleidovskej geometrie (súčet uhlov v trojuholníku je rovný 180° , obvod kruhu je rovný $2\pi r$). Hodnota $k = 1$ zodpovedá zatvorenému konečnému vesmíru, ktorého geometria je podobná geometrii guľovej plochy (možno ho v princípe ‚obísť dookola‘, súčet uhlov v trojuholníku je väčší než 180° , obvod kruhu menší než $2\pi r$). Nakoniec hodnota $k = -1$ zodpovedá nekonečnému otvorenému vesmíru, ktorého geometria je podobná geometrii sedlovej plochy (súčet uhlov v trojuholníku je menší než 180° , obvod kruhu väčší než $2\pi r$)“; dvojrozmerné analógie týchto geometrií vesmíru sú znázornené na nasledujúcom obrázku:



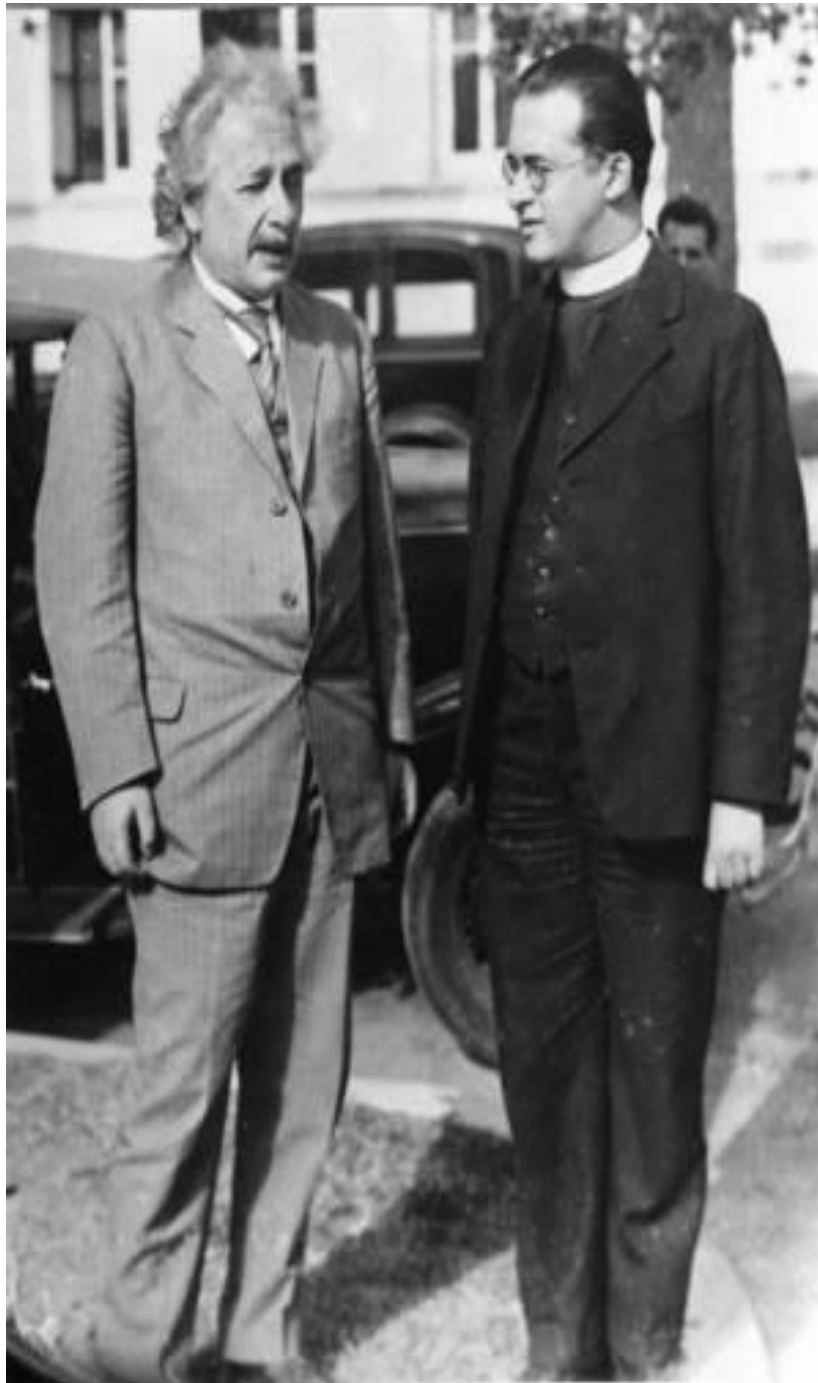


Určite ste si pritom všimli, že na prvom obrázku nie je uvedený parameter k , ale parameter Ω , ktorý vyjadruje nakoľko sa aktuálna hustota matérie vo vesmíre približuje (resp. rovná) kritickej hustote. Vcelku ale platí to isté, čo pri zakrivení vesmíru – ak sa aktuálna hustota vesmíru Ω rovná kritickej hustote, vesmír je plochý s $k = 0$; ak je nižšia, vesmír je otvorený a $k = -1$, a ak je vyššia ako empiricky zistiteľná kritická hustota, potom $k = +1$. Veľmi dôležité je tiež zohľadniť, ako veľmi sa zmení naše vnímanie vesmír po zohľadnení relativistických efektov. Ako uvádzajú O&R (tamže, s. 12): „V relativistickom odvodení namiesto klasickej hustoty hmotnosti musíme započítať hustotu energie v súlade se známou rovnicou ekvivalencie hmotnosti a energie $E = mc^2$ a namiesto gravitácie ako sily uvažovať zakrivenie časopriestoru, výsledok je však formálne taký istý, bez akýchkoľvek korekčných členov či priblížení. Do hustoty energie však musíme započítať všetky jej formy. Pri výklade a správnej interpretácii šírenia svetla v zakrivenom vesmíre (Hubbleove diagramy, fotometrická vzdia-

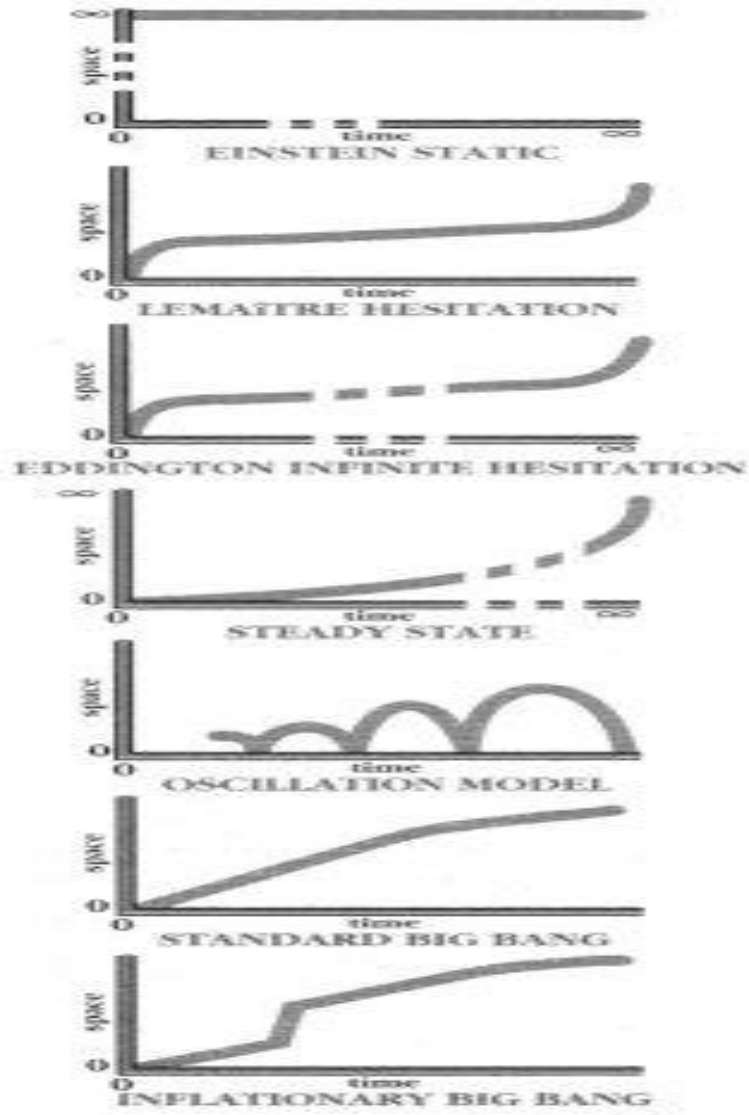
lenosť a pod.) sa potom bez teórie relativity nezaobídeme!“ Skôr ako prejdeme k Lemaîtreovým vesmírnym modelom, pripomenieme čitateľovi, že v tejto chvíli už pracujeme s viacerými vesmírnymi parametrami – napríklad s expanzným faktorom a , deceleráciou alebo spomaľovaním vesmíru, označovanou písmenom q , vekom vesmíru t , krivosťou alebo zakrivením vesmíru k a nakoniec aj hustotou vesmíru, vyjadrovanou jej vzťahom ku kritickej hustote vesmíru a označovanou písmenom Ω . A ďalšie parametre budú postupne pribúdať.

3. Lemaîtreove relativistické modely vesmíru: G. Lemaître je všeobecne považovaný za otca teórie veľkého tresku, pretože ako prvý už v 30. rokoch minulého storočia predpovedal, že vesmír musel vzniknúť a spolu s ním aj priestor a čas. Z hľadiska samotnej dynamiky vesmírnych modelov je však zaujímavý najmä tým, že ako prvý predložil modely s rozdielnou alebo meniacou sa rýchlosťou vesmírnej expanzie (alebo rozpínania), ktoré sa stali veľmi populárnymi a rozšírenými práve v súčasnosti. Vo svojom dnes už slávnom článku z roku 1927 taktiež tento belgický rímsko-katolícky kňaz predpovedal Hubblov zákon (resp. vzťah, ktorý ho definuje či je jeho obsahom), podľa ktorého existuje lineárny vzťah medzi vzdialenosťou galaxie a červeným posunom, ktorý u nej pozorujeme. Vo všeobecnosti by teda podľa neho malo platiť, že **čím ďalej je daná galaxia**, tým viac v červenej časti spektra **by malo byť posunuté jej svetlo**. Tento posun jej svetla pritom nie je spôsobený nejakým **špekulatívnym** starnutím fotónov svetla, ako sa niekedy môžeme dočítať v kozmologickej literatúre, ale jednoducho a proste **expanziou** alebo **roztáňovaním priestoru samotného**. Zaujímavé tiež je, že to bol práve Lemaître, kto spolu s A. Eddingtonom vrátil opäť kozmologickú konštantu Λ do rodiacej sa modernej kozmológie. Podľa vtedajších Hubblových meraní pohybu galaxií a ich červeného posunu by mal totiž mať vesmír len 2 miliardy rokov, čo bolo očividne **oveľa menej**, ako mal (mať) skutočne. Teoretici preto museli nájsť pre tento obrovský rozpor teórie s realitou nejaké vysvetlenie. G. Lemaître spolu s A. Eddingtonom preto prišli s **modelom akéhosi „prijbrzdeného“ alebo spočiatku spomaľovaného vesmíru**. V tomto vesmíre **existovala pozitívna kozmologická konštant**a mierne silnejšia ako v Einsteinovom prvom relativistickom vesmírnom modeli. Ďalší opis až nebezpečne presne pripomína súčasné modely vesmíru, v ktorých sa vesmír od istého momentu začína rozpínať čoraz rýchlejšie. Podľa Lemaîtrea totiž musíme počítať s dvomi etapami vesmírneho rozpínania, kedy je **v prvej etape** jeho rozpínania kozmologická konštant slabá alebo nedôležitá a expanzia vesmíru **je brzdená** gravitáciou, pričom polomer vesmíru sa postupne približuje

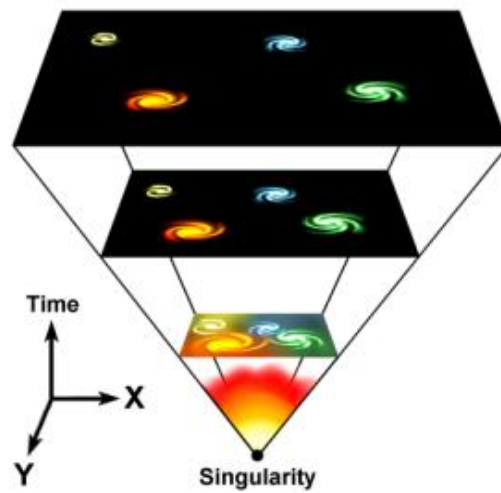
polomeru Einsteinovho vesmíru, zatiaľ čo v **druhej etape** vesmírne odpudzovanie zapríčinené pozitívnou kozmologickou konštantou zosilnie a vesmír sa začína rozpínať **čoraz rýchlejšie až inflačne**. Najdôležitejšie v danom čase však bolo, že veľmi pomalé počiatkové vesmírne rozpínanie umožnilo získať dostatok času na vznik a vývin aj tých najstarších hviezd a zosúladiť ich vek so samotnou expanziou vesmíru a jej trvaním. Nasleduje niekoľko obrázkov a schém:

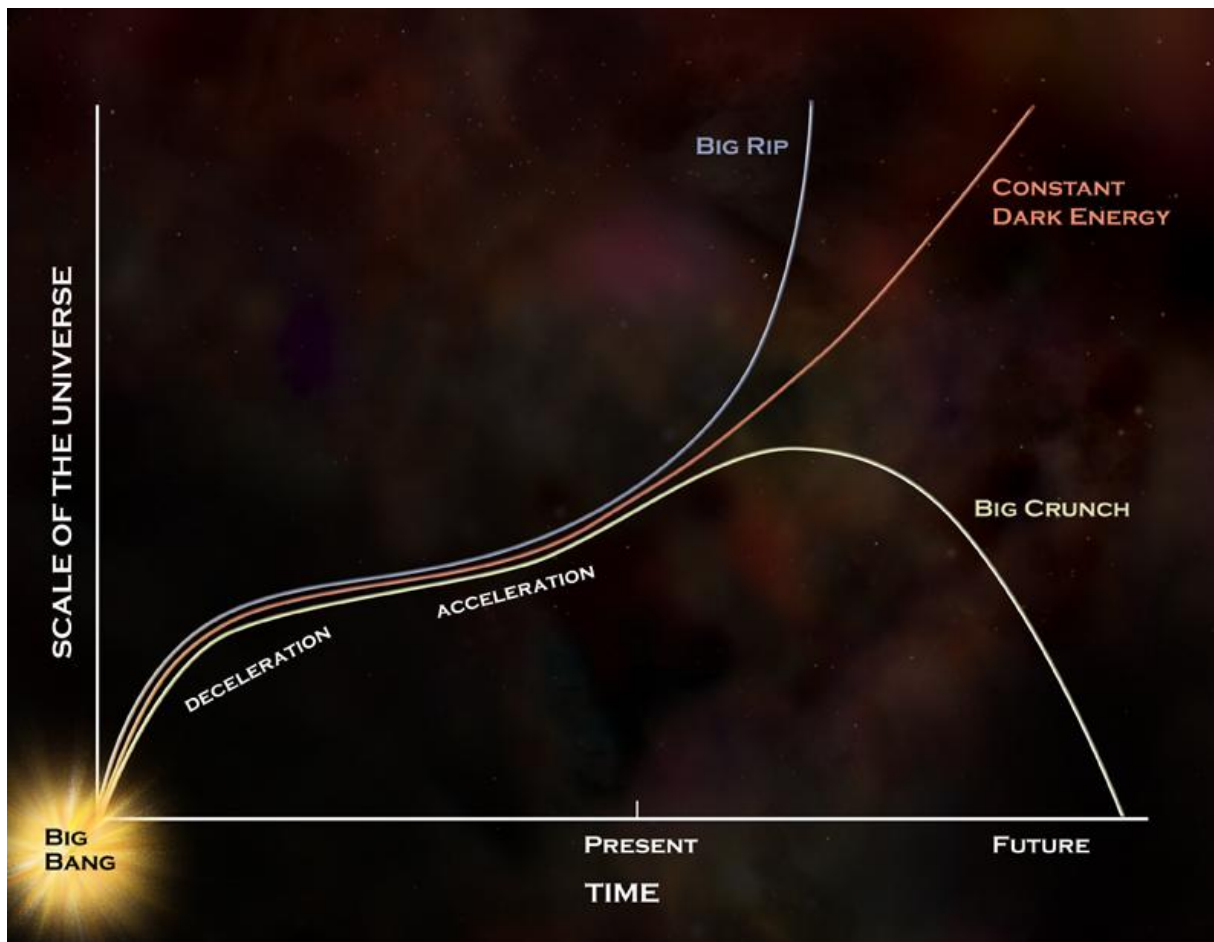


A. Einstein a G. Lemaître



Seven types of testable models for the universe
 Observations have ruled out all but the big bang models





4. De Sitterov relativistický model vesmíru: Jasnú a výstižnú charakteristiku tohto modelu podáva Wikipédia: „**De Sitterov vesmír** je kozmologický model homogénneho a izotropného kvázistacionárneho vesmíru, v ktorom sa predpokladá **kladná hodnota kozmologickej konštanty** ($\lambda > 0$) a **prázdny, plochý, euklidovský priestor bez zakrivenia** ($k = 0$). Priebeh expanzie de Sitterovho vesmíru je exponenciálny, rýchlosť expanzie trvale vzrastá. Krivka závislosti faktora škály R od času nemá prirodzený začiatok a bude pokračovať neobmedzene podľa vzťahu $R(t) = eHt$, kde H je Hubblova konštantá. Metrika de Sitterovho vesmíru tvorí základ aj pre stacionárny model vesmíru podľa teórie steady state. Táto teória však predpokladá nepretržitý vznik hmoty z ničoho, kým de Sitterov vesmír **je celkom bez hmoty**. Tento model má už len historický význam, ale závažné je to, že naň prechádza limitne v čase $t \gg \infty$ každý model vesmíru, v ktorom sa predpokladá kladná hodnota kozmologickej konštanty λ , s neobmedzeným vzrastaním faktora škály R . Sformuloval ho W. de Sitter v roku 1917.“ Podobné vlastnosti má aj Einsteinov-de Sitterov model vesmíru, ktorý je dodnes jedným z hlavných a všeobecne uznávaných vesmírnych modelov.

Wikipédia ho charakterizuje nasledovne: „**Einsteinov-de Sitterov vesmír** je najjednoduchší Fridmanov kozmologický model vesmíru s **nulovým zakrivením priestoru** (index krivosti $k = 0$). Priestor je v ňom **euklidovský a nekonečný**. Expanzia vesmíru sa začína zo singularity big bangom a pokračuje neobmedzene s **trvale klesajúcou rýchlosťou** (deceleračný parameter $q = 0,5$); expanzia **sa zastaví práve v čase $t = \infty$** . Vplyvom expanzie sa mení faktor škály podľa vzťahu $R(t) \sim t^{2/3}$ zo začiatkovej hodnoty $R = 0$ pri $t = 0$. Stredná hustota Einsteinovho-de Sitterovho vesmíru sa v každom časovom momente rovná práve kritickej hustote ρ_{kr} a klesá od začiatkovej nekonečne vysokej hodnoty k limitne nulovej hodnote podľa vzťahu

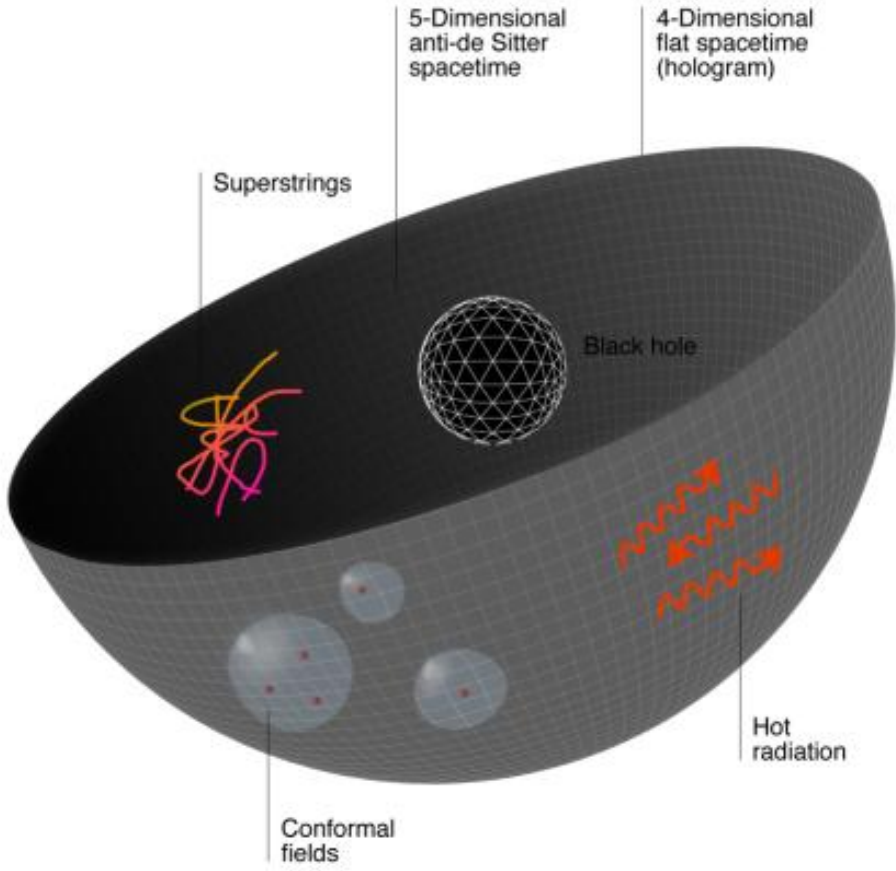
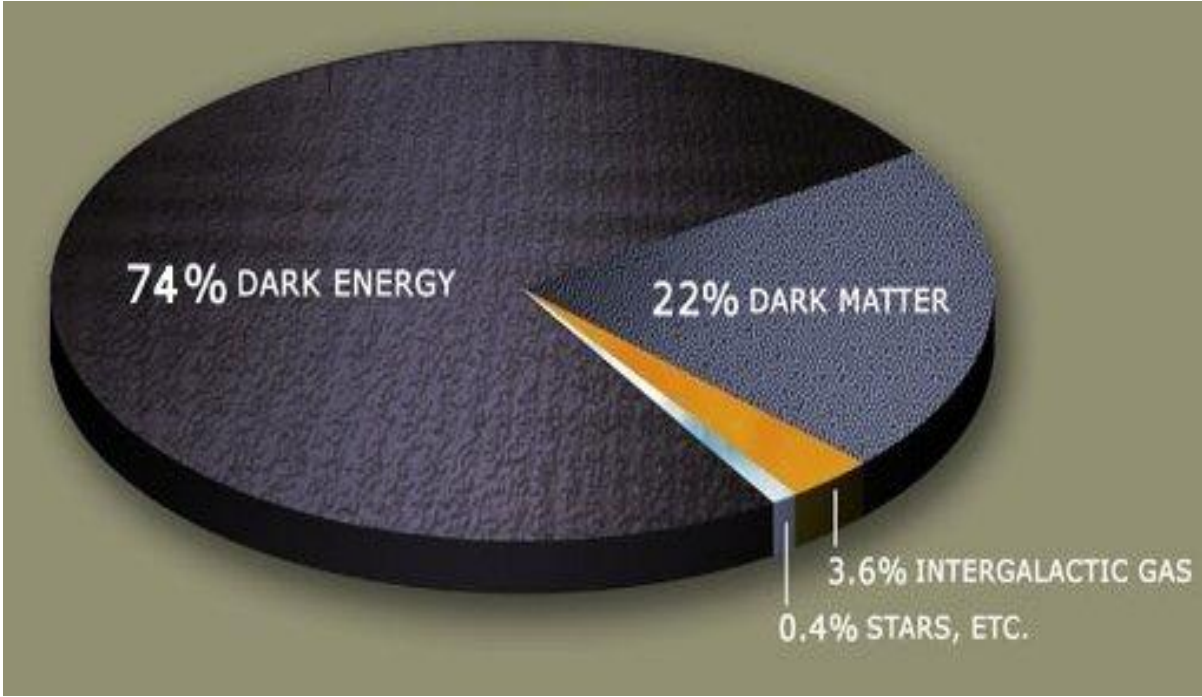
$$\rho = 3 H^2 / 8 \pi G$$

pričom Hubblova konštanta H je funkciou času $H(t) = 2/3 H_0 t^{-1}$. Pre vek vesmíru z toho vyplýva vzťah

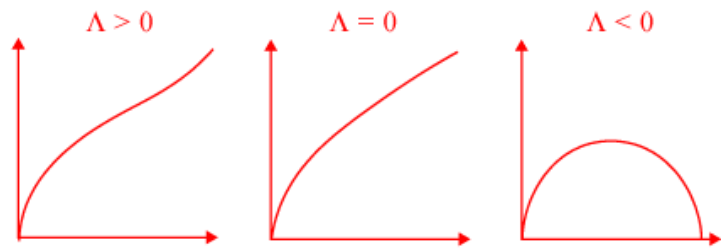
$$t_F = 2/3 H_0^{-1}$$

kde H_0 je terajšia hodnota Hubblovej konštanty; pre $H_0 = 75 \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ je napr. $t_F = 9 \cdot 10^9$ rokov. Zostáva nám už len pridať niekoľko obrázkov a schém:

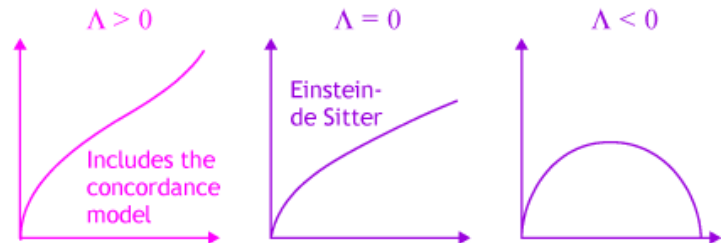




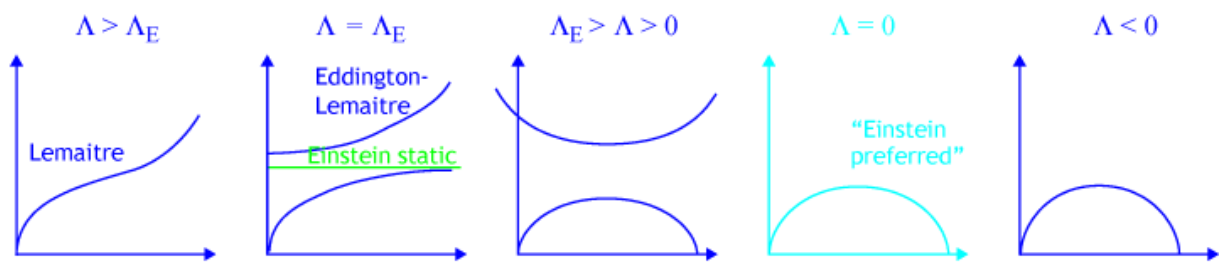
Negative Curvature Models: $k = -1, \Omega_k > 0$ (infinite space)



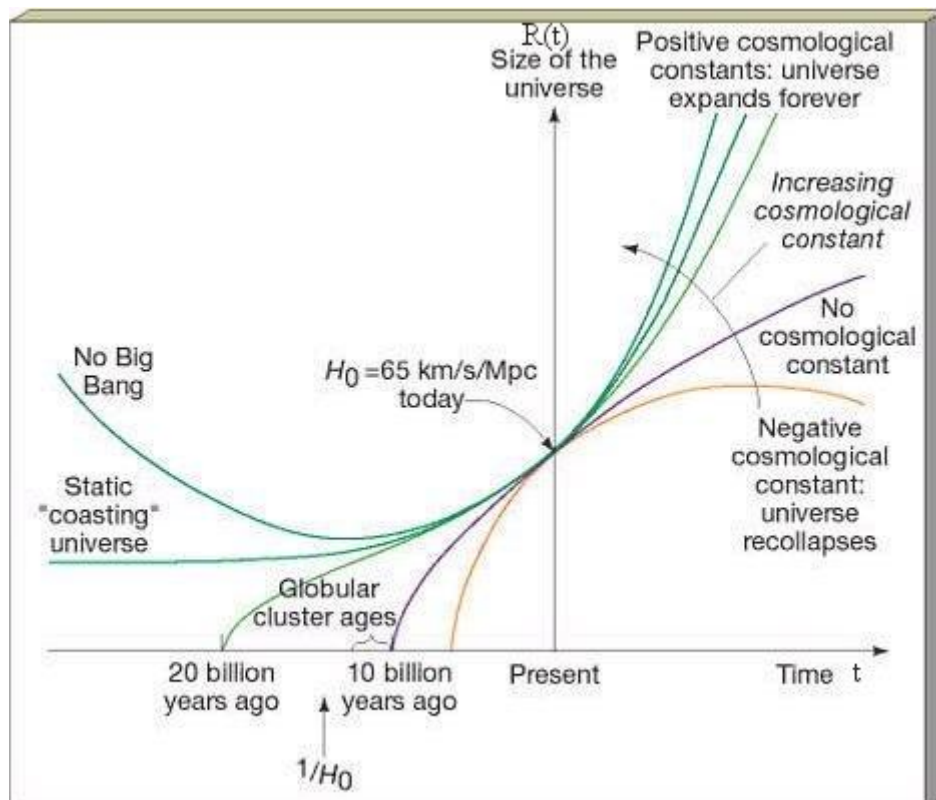
Flat Models: $k = 0, \Omega_k = 0$ (infinite space)



Positive Curvature Models: $k = 1, \Omega_k < 0$, (finite space)



Classification of Friedmann Models



Kontrolné otázky:

1. Výskumom čoho sa zaoberá kozmológia?
2. Prečo zaviedol Einstein kozmologickú konštantu do rovníc opisujúcich správanie jeho prvého statického vesmírneho modelu?
3. Ktorou vlastnosťou sa Fridmanove modely vesmíru najviac odlišujú od Einsteinovho statického vesmíru?
4. Na akú otázku sa hľadá odpoveď pri riešení Olbersovho paradoxu?
5. Uveď aspoň tri riešenia Olbersovho paradoxu!
6. Aký je vek vesmíru podľa najnovších odhadov (alebo meraní)?
7. Ktorý parameter vesmíru označujeme v kozmológii písmenom k ?
8. Ktorý parameter vesmíru označujeme gréckym písmenom Ω ?
9. Ako sa volá belgický kňaz-kozmológ, ktorý ako prvý predpovedal vzťah medzi rýchlosťou rozpínania galaxií a ich červeným posunom opisovaný Hubblovým zákonom?
10. Akú úlohu plnila kozmologická konštantá v Lemaîtreovom spočiatku decelerovanom modeli vesmíru?
11. A prečo ju abbé Lemaître zaviedol do svojho modelu vesmíru?
12. Aký je priestor v de Sitterovom najslávnejšom vesmírnom modeli?
13. Aká je rýchlosť expanzie v de Sitterovom vesmírnom modeli?
14. Čo predpokladá teória *steady state vesmíru* vo vzťahu k hmote?
15. Je v de Sitterovom vesmíre nejaká hmota?
16. Ak nie, v akom slova zmysle o ňom môžeme hovoriť ako o materiálnom, fyzikálnom objekte?
17. Aký je priestor v Einsteinovom-de Sitterovom vesmíre?
18. Akú hodnotu má deceleračný parameter Einsteinovho-de Sitterovho vesmíru?
19. Kedy sa zastaví expanzia Einsteinovho-de Sitterovho vesmíru?
20. Akú hodnotu má parameter Ω v Einsteinov-de Sitterovom vesmíre?