

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

# ŠÍŘENÍ ELEKTROMAGNETICKÝCH VLN A ANTÉNY

Prof. Ing. Miloš Mazánek, CSc.

Doc. Ing. Pavel Pechač, Ph.D.

KNIHOVNA ČVUT Elektrotechnická fakulta Praha 6 - Dejvice, Technická 2 2004 Přír.č. Zn.:

# Obsah

1.	Úvod		ideo de ante de com	6		
2.	Základy šíření elektromagnetických vln					
	2.1	Klasifikace elektromagnetických vln z hledisek šířen	í	8		
	2.2	Složení a struktura atmosféry		11		
	2.3	Elektrické vlastnosti struktur povrchu Země		16		
	2.4	Šíření rovinné vlny v obecném prostředí				
		2.4.1 Index lomu a útlum		18		
		2.4.2 Polarizace elektromagnetických vln		20		
		2.4.3 Odraz a lom rovinných vln na rozlehlém rov	inném rozhraní	24		
		2.4.4 Fresnelovy zóny		29		
		2.4.5 Difrakce na překážce pro šíření velmi krátký	rch vln	32		
		2.4.6 Leontovičovy okrajové podmínky		35		
3.	Šíření	vln ve volném prostoru		38		
	3.1	Typy úniků a hodnocení spoje		40		
	3.2	Přenosová rovnice - Friisova přenosová rovnice		41		
	3.3	Rovnice radiolokačního dosahu		42		
4.	Šíření	přízemních vln		44		
	4.1	Přízemní vlny nad rovinnou Zemí		44		
	4.2	Šíření přízemní vlny nad kulovým povrchem Země		46		
	4.3	Šíření přízemních vln nad nehomogenní půdou		48		
	4.4	Skládání přízemní vlny přímé s odraženou		49		
		4.4.1 Šíření přímé a odražené vlny nad rovinným	povrchem Země	50		
		4.4.2 Šíření vln nad kulovým povrchem v ozářené	oblasti	52		
		4.4.3 Šíření nad kulovým povrchem Země v oblas	ti polostínu	54		
		4.4.4 Kritéria drsnosti zemského povrchu	11.3.8 Patamen an	54		
5.	Šíření	elektromagnetických vln v troposféře		55		
0.	5.1	Fyzikální vlastnosti troposféry		55		
	5.2	Index lomu troposféry, trajektorie šíření		55		
	5.3	Druhy troposférického lomu		58		
6	Číření	elektromagnetických vln v jonosféře		62		
0.	6.1	Ionizační pochody a zdroje jonizace		62		
	6.2	Ionizaciii pochody a zdroje ionizace		64		
	6.3	Permitivita a vodivost index longu jonosféry		66		
	6.4	Odraz a lom elektromagnetických vln v jonosféře		68		
	6.5	Evperimentální údaje o jonosféře		69		
7	0.5	Experimentalin duaje o fonostere		72		
1.	Družio	cove spoje		73		
	7.1	Hiavni zasady a pojmy z družicove komunikace		13		
	7.2	Volba frekvenčniho pasma		13		

3

73	Energetická bilance družicového spoje	74	
0 Mahih		77	
8. MODIII	ni spoj Dovrný o mohilní pozomní spoj	77	
0.1	Predikce šíření klasifikace modelů a modelování	78	
0.2	8 2 1 Základní n-naprekové modely	70	
	8.2.1 Zakrauli n-papiskove modery	80	
	8.2.3 Deterministické modely	81	
	8.2.4 Semi-deterministické modely	82	
0 Smarif	olzí vlastnosti žížení olmog vla v jednotlivých ohlastech lanitežtového snolta	02	
9. Specifi	leke vlastnosti sirem eimag. Vin v jednotnvých oblastech kmitoctoveno spektr	a 83	
9.1	Volmi dlouhé a dlouhé vlav	00	
9.2	Střední vlav	00	
9.5	Šíření krátkých vln	04	
9.4	Šíření velmi krátkých vln	86	
9.J		00	
10. Kmito	ctove planovani a koordinace	88	
11. Základ	lní pojmy z teorie antén	89	
11.1	Anténa jako prvek radiokomunikačního řetězce	89	ł
11.2	Základní druhy antén	90	
11.3	Základní pojmy z teorie antén	94	•
	11.3.1 Směrová a vyzařovací charakteristika	94	•
	11.3.2 Polarizační vlastnosti antén	101	
	11.3.3 Vstupní impedance	103	
	11.3.4 Zisk antény	105	1
	11.3.5 Efektivní plocha antény	106	,
	11.3.6 Šumová teplota antény	109	)
	11.3.7 Šířka pásma	111	
	11.3.8 Parametry antén pro měření elektromagnetické kompatibility (EMC	) 111	
11.4	Základy vyzařování antén	114	•. C
	11.4.1 Určení elektromagnetického pole obecných zdrojů harmonického pr	růběhu i	114
	11.4.2 Elementární elektrický dipól	116	)
	11.4.3 Elementární elektrická smyčka	117	1
	11.4.4 Výpočet vyzařování obecných zdrojů pro vzdálenou oblast	120	)
12. Lineán	mí antény	122	2
12.1	Proudové rozložení válcových vodičů	122	2
12.2	2 Vstupní impedance antény	127	7
13. Realiz	zace liniových antén	138	3
13.1	1 Antény pro dlouhé vlny	138	3
13.2	2 Antény pro střední vlny	139	)
13.3	3 Antény pro krátké vlny	143	3
13.4	4 Napájení antén	145	5

	13.5 Impedanční přizpůsobení antén	150
	14. Anténní řady	151
	14.1 Dvojice zářičů	151
	14.2 Obecná anténní řada	154
	14.3 Fázované anténní řady	159
	14.4 Vliv amplitudy napájecích proudů	162
	15. Plošné antény	164
	15.1 Metody řešení anténní úlohy v oblasti VKV	164
	15.2 Vnitřní a vnější úloha	164
	15.3 Geometrická a vlnová optika	166
	15.4 Směrové charakteristiky obdélníkové plochy	171
	16. Trychtýřové antény	173
	17. Štěrbinové antény	178
	18. Reflektorové antény	184
	18.1 Povrchový proud na parabolickém reflektoru	186
	18.2 Určení směrovosti parabolického reflektoru	191
	18.3 Primární zářiče	193
	18.4 Dvoureflektorové antény	197
AS 2	19. Mikropáskové antény	201
	19.1 Základní charakteristiky a napájení planárních antén	201
	19.2 Analýza planárních antén	204
	19.2.1 Model vedení	205
	19.2.2 Dutinový model	208
	19.2.3 Vyzářené pole	217
	19.2.4 Model s integrálním tvarem Maxwellových rovnic – momentová me	etoda 222
	19.2.5 Další metody analýzy založené na řešení Maxwellových rovnic	227
	19.3 Software pro analýzu planárních struktur	231
	20. Širokopásmové antény	235
	20.1 Antény s postupnou proudovou vlnou	235
	20.2 Spirálové antény	238
	20.3 Logaritmicko-periodická dipólová anténa	242
	20.4 Trychtýřové antény s ploutvovým vedením	244
	21. Měření parametrů antén	251
	21.1 Měření ve volném prostoru a v anténní komoře	252
	21.2 Měření anténních parametrů	256
	22. Literatura k dalšímu studiu problematiky	258

5

## 1. Úvod ke druhému vydání

Radiokomunikace jsou telekomunikace, které využívají radiové vlny. Praxe ukázala, že rádiové vlny jsou mimořádně vhodným médiem pro přenos informace. Pro velké množství telekomunikačních služeb je právě radiová komunikace jediným možným řešením a její bezdrátová implementace je často řešením nejekonomičtějším.

Toto druhé vydání skripta navazuje na předchozí vydání z let 1998 – 2003. Poskytuje základní přehled látky z problematiky antén a šíření vln pro předměty s touto náplní a je přípravou pro dílčí texty v novém uspořádání strukturovaného studia. Je rovněž zdrojem základních informací i pro další problematiky, např. pro elektromagnetickou kompatibilitu, radiometrii atd. Obsahem navazuje na teorii elektromagnetického pole a pochopitelně na příslušné základy z fyziky a matematiky, aplikace numerických metod a prostředků počítačového návrhu (CAD).

Antény a šíření elektromagnetických vln tvoří navazující problematiky radiokomunikačního řetězce. Problematika radiokomunikačního přenosu je v podstatě dána jednou obecnou přenosovou rovnicí. Pro konkrétní případ pak specifikujeme její parametry a opravné faktory postihující zvláštnosti kmitočtového pásma, typ šíření, vlivy povrchu i tvaru země, jednotlivých částí zemské atmosféry, meteorologické jevy, difrakci na překážkách, v neposlední řadě i specifické vlastnosti dané charakterem služby atd. Problematika velké třídy úloh z anténní techniky je zase dána zvládnutím vyzařování základních zdrojů - to je liniového a plošného elementu a řešením soustav těchto elementárních zářičů. Zjednodušeně řečeno tyto stavební prvky by při dostatku sebedůvěry a řešitelského citu měly umožnit zvládnout řešení mnoha specifických radiokomunikačních tras i návrhy mnoha typů antén. Pochopitelně výuka musí mít nejenom dobrý teoretický základ s pochopeních fyzikálních mechanismů, ale měla by také vyústit v praktický návrh a jeho konstrukční řešení s následným experimentem. To je i smyslem programu výuky katedry elektromagnetického pole.

Výklad vychází ze základních postulátů elektromagnetismu a je kompromisním řešením, kdy na omezeném rozsahu je nutné seznámit studenty s těmi nejpodstatnějšími oblastmi uvedené problematiky a dát prostor pro vytvoření sebedůvěry v možnostech samostatné práce. Nedílnou součástí by mělo být samostatné řešení konkrétních projektů souvisejících nejlépe s návrhem celé radiokomunikační trasy: anténa vysílače - přenosové prostředí - anténa přijímače. Při sestavování tohoto textu jsme se snažili zařadit jak klasické, tak i nově se objevující problematiky. Obsahuje tedy nové části a kapitoly, které vycházejí ze zkušeností, které jsme získali ve výuce i s další prací se studenty, vlastní vědeckovýzkumnou činností i možnostmi, které nám v současnosti dává naše softwarové vybavení i experimentální zázemí na katedře elektromagnetického pole ČVUT FEL v Praze. Práce moderního vysokoškolského pracoviště je v současnosti nemyslitelná bez možnosti numerického modelování tam, kde analytické řešení problému není možné. Není možné se ale také obejít bez experimentu. Katedra elektromagnetického pole proto soustavně investuje prostředky jak do zajištění nejmodernějších softwarových produktů pro modelování elektromagnetických polí tak pro rozvoj svých experimentálních pracovišť. Studenti tak mají možnost zde projít celý řetězec práce dobrého technika s vysokoškolským vzděláním - na teoretické zázemí navazuje skutečně špičkové modelování a dále studenti mohou návrhy konstrukčně i technologicky dořešit a díky přiměřené technologii i realizovat laboratorní vzorky. Ty je potom možné experimentálně ověřit buď v anténní stíněné bezodrazové komoře pracoviště,

případně na vnějším anténním pracovišti fakulty. Různorodostí simulačních metodik, metod měření i spektrem kmitočtů, ve kterém pracuje, i odborným zázemím patří katedra elektromagnetického pole jistě k velmi dobrým pracovištím svého druhu.

V pedagogické práci se pochopitelně odrážejí především vlastní zkušenosti kolektivu z řešení desítek grantových projektů a ze spolupráce s firmami doma i v zahraničí. Proto dílčí kapitoly zpracovávali naši kolegové, kteří patří mezi učitele, kteří učí to, co skutečně také umí v teoretické i realizační práci vytvořit. Ing. Hynek Bártík, Ph.D. připravil zejména části týkající se využití momentové metody a měření, Ing. Milan Polívka, Ph.D. a Ing. Pavel Hazdra se podíleli zejména na části věnované plošným – patch anténám. Ing. Zdeněk Hradecký a Ing. Petr Piksa zase vytvořili části věnované širokopásmovým anténním strukturám. Ke spolupráci jsme přizvali další spolupracovníky, kteří jsou odborníky v jednotlivých oblastech. Děkujeme především prof. Ing. Jaroslavu Vokurkovi, DrSc. a doc. Ing. Karlu Novotnému, CSc. z FEL v Praze za stálou přátelskou pomoc a podporu, Ing. Jiřímu Valentovi z TESTCOMu v Praze a Ing. Tomáši Českému, CSc. z SES ASTRA v Château de Betzdorf v Lucembursku za informace, které se týkají zejména tzv. kmitočtového managementu. Děkujeme prof. Ing. Dušanu Černohorskému, CSc. a doc. Ing. Zdenku Nováčkovi, CSc. z FEKT VUT Brno za pomoc a rady při zpracování textu.

Pochopitelně nám bylo zřejmé, že vytvořit ve vytčené oblasti naprosto komplexní pomůcku je nemožné. Do skript se nedostaly všechny problematiky týkající se měření v oblasti antén a šíření vln, konkrétní návrhy speciálních antén a některé ze speciálních problematik šíření jako jsou depolarizace, scintilace atd. Nicméně návaznost s projektovými úlohami včetně měření by měla zájemcům umožnit samostatné řešení této části radiokomunikačního řetězce.

Mezilidská komunikace se prostřednictvím elektromagnetických vln za posledních 160 let nevídaným způsobem rozšířila. Doufáme proto, že i prostřednictvím tohoto textu, alespoň částečně doplňujícího studium, společně s projekty a laboratorními úlohami pomůžeme studentům pokračovat po cestě, kterou teoretickým důkazem elektromagnetických polí zahájil J.C. Maxwell v roce 1865. Cestou, kterou pokračovali R.H. Hertz, který později experimentem tuto teorii podpořil, dále E. Brandly a A.S. Popov, kteří v devadesátých letech minulého století pokusně zahájili přenosy pomocí elektromagnetických vln, N.Tesla s nedokončenou realizací myšlenky obří bezdrátové stanice pro "přenos řeči, hudby a obrazů", cestou, jejíž etapu završil G. Marconi, který v roce 1900 nakonec překlenul radiovými vlnami Atlantik.

Budeme vděčni za připomínky, které jistě poslouží ke zkvalitnění textu i výuky. Literatura uvedená v poslední kapitole je po dohodě studentům dostupná na katedře elektromagnetického pole. Stejně tak i časopisy, firemní materiály a katalogy, které na pracovišti soustřeďujeme, by měly přispět k obohacení studia. Nečekáme, že okamžitě pochopíte souvislosti všech tajů dané problematiky, ale přejeme Vám, abyste i Vy po letech, ve kterých zhodnotíte Vaše studia, si mohli jako Nikola Tesla říci "byla to dlouhá léta nepřetržitého okouzlení z nových cest".

Za kolektiv autorů

Prof. Ing. Miloš Mazánek, CSc. Katedra elektromagnetického pole FEL ČVUT Technická 2, 166 27 Praha 6 e-mail: mazanekm@feld.cvut.cz

Praha, 15. června 2004

### 2. Základy šíření elektromagnetických vln

Obecná problematika rádiového přenosu, který je naznačen v řetězci na obr. 2.1 zahrnuje vlastnosti:

- antén, tedy hraničních prostředků pro přeměnu energie elektromagnetické vlny šířící se prostorem na energii šířící se po vedení a naopak měnící energii elektromagnetické vlny vedené po některém vhodném typu vedení na elektromagnetickou vlnu vyzařovanou do prostoru
- napájecích vedení antén od koncového stupně vysílače do antény a naopak od antény na vstup přijímače
- prostoru (poloprostoru) mezi vysílací a přijímací anténou tedy přenosového prostředí.



Obr. 2.1 Znázornění obecného radiokomunikačního přenosového řetězce

Problematika jednotlivých článků tohoto přenosového řetězce je v konkrétních situacích komplikovanou otázkou zvoleného frekvenčního pásma rádiového přenosu a konkrétních systémových požadavků. Pojetí radiokomunikačního řetězce je odlišné pokud se snažíme najít prvotní fyzikální přístupy k problému, tak jak jsou dány přírodními zákonitostmi a jiné, pokud budeme na jednotlivé články nazírat pouze jako na černé skříňky a hodnotit je z hlediska popisu matematicky formulovanou přenosovou funkcí. Druhé řešení je klasický přístup systémového hodnocení, které nezbytně potřebuje problém přenést na uzavřený tvar matematické formulace. První přístup je však nezbytný pro nalezení konkrétních cest, vedoucích k nalezení nových konstrukčních řešení v komplexním pojetí antén a šíření elektromagnetických vln v organizaci radiokomunikačních tras a sítí.

### 2.1 Klasifikace elektromagnetických vln z hledisek šíření

Šíření elektromagnetických vln je ovlivněno mnoha faktory, které můžeme rozdělit do dvou skupin a to na vlastní prostředí šíření a na prostorové uspořádání (geometrii) celé situace. Většinou se jedná o šíření nad obecným zemským povrchem a pokrytím s proměnlivou vodivostí, s různým profilem i drsností terénu. Zemská atmosféra, kterou nutně procházejí i spoje Země - družice, je rovněž časově proměnlivým prostředím s různou komplexní permitivitou, která je příčinou např. zakřivování paprsku v nižších vrstvách troposféry, odrazu vln v ionosféře atd. Vlivy hydrometeorů v atmosféře (déšť, sníh, mlha, vodní pára atd.) způsobují útlum i rozptyl elektromagnetických vln a závisí pochopitelně na konkrétní meteorologické situaci. Šíření elektromagnetické vlny není obecně záležitost jediného, víceméně přímočaře se šířícího paprsku

znázorňujícího směr postupu elektromagnetické vlny ale často jde o součet více takových vln vzniklých při nejrůznějších odrazech. Některé z popsaných jevů se projevují téměř stejně v širokém pásmu frekvencí, jiné mají značně frekvenčně selektivní charakter. Selektivnost je například zřejmá z působení jednotlivých plynů a látek obsažených ve vzduchu. Některé z těchto jevů mají dlouhodobý či trvalý charakter, jiné jsou časově velmi nestabilní a rychle se mění.

Všechny tyto faktory není možné zohlednit najednou. Různým způsobem se projevují v celém frekvenčním pásmu v závislosti na poloze a čase. Lze proto vytvořit modely, které jsou vhodné pro daný typ šíření daný např. frekvenčním pásmem, druhem služby, geografickou i tak zvaně radioklimatickou oblastí. Umění správně vybrat či sestrojit daný model vyžaduje pochopit zdánlivě jednoduché fyzikální zákonitosti komplexně a je většinou podmíněno i praktickou zkušeností. Tabulka 2.1 udává přehled označení jednotlivých frekvenčních pásem elektromagnetických vln a jejich víceméně historické rozdělení.

Mezinárodní zkratka	Frekvence	Vlnová délka	Český název	Anglický název
ELF	3mHz - 3kHz	1000km-100km	extrémně dlouhé vlny	Extremely Low Frequncy
VLF	3kHz - 30kHz	100km-10km	velmi dlouhé vlny	Very Low Frequency
LF	30kHz - 300kHz	10km-1km	dlouhé vlny (DV)	Low Frequency
MF	300kHz - 3MHz	1km-100m	střední vlny (SV)	Medium Frequency
HF	3MHz - 30MHz	100m-10m	krátké vlny (KV)	High Frequency
VHF	30MHz - 300MHz	10m-1m	velmi krátké vlny (VKV)	Very High Frequency
UHF	300MHz - 3GHz	1m-10cm	ultra krátké vlny (UKV)	Ultra High Frequency
SHF	3GHz - 30GHz	10cm-1cm	mikrovlny	Super High Frequency
EHF	30GHz- 300GHz	1cm-1mm	mikrovlny (mm vlny)	Extremely High Frequency

Tab. 2.1 Rozdělení frekvenčních pásem

Z hlediska šíření je obecně možné rozlišit alespoň následující typy vln podle základních mechanizmů jejich šíření. Ty budou jiné v relativně těsné blízkosti Země (většinou měřeno z pohledu měřítka vlnových délek), jiné ve větších výškách nad zemí a v jednotlivých oblastech a vrstvách plynného obalu Země - zemské atmosféry i ve volném kosmickém prostoru.

### Povrchová (přízemní vlna)

V těsné blízkosti země se vlny šíří podél rozhraní dvou elektricky rozdílných prostředí; relativně vodivou zemí a nevodivým vzduchem. Tento mechanismus šíření se nazývá šíření povrchovou (přízemní) vlnou. Situaci při šíření v blízkosti zemského povrhu rozdělujeme zejména podle relativní elektrické výšky vysílací i přijímací antény. Tato výška je dána poměrem  $h/\lambda$ . Pokud je tento poměr menší než 1/2, dochází při reálném šíření k postupnému zakřivování paprsku spoje - vlna sleduje zemský povrch (rozhraní Země - vzduch) a ztrácí část své energie zejména vlivem ztrát v polovodivém zemském prostředí. Tlumení této vlny tedy závisí především na parametrech

zemského povrchu podél trasy a vliv atmosféry je možné zanedbat. Povrchová vlna se vybudí zejména vertikálně polarizovanými anténami (u horizontální polarizace by vzhledem k zrcadlení "dobře vodivým" povrchem Země měla být složka vlny šířící se podél rozhraní nulová) umístěnými bezprostředně při zemi. Typické pro povrchovou vlnu je spojení na relativně nízkých frekvencích do několika MHz, nicméně kritériem je nejenom frekvence, ale také vzdálenost, na kterou chceme spoj realizovat.

### Přímá vlna

Přímá elektromagnetická vlna je taková, která se šíří izotropním homogenním prostředím přímočaře. Zemská atmosféra je však zvrstvená a proto obecně způsobuje zakřivení tohoto paprsku (paprsek se šíří po opticky nejkratší dráze, tedy v nejkratším čase, což je udáno součiny úseků délky dráhy a příslušných relativních indexů lomu na nich). Jedná se tedy o idealizaci a proto lze o přímé vlně mluvit pouze u spojů na velmi krátkou vzdálenost, z vyvýšených míst atd. a u spojů družicových, kdy vliv atmosféry lze zanedbat. V atmosféře však může dojít k difrakci, rozptylu, stočení polarizační roviny atd. Přímá vlna je typická pro spojení na velmi vysokých frekvencích a na opticky přímou viditelnost.

### Odražená a rozptýlená vlna

Při šíření z vyvýšených míst nad povrchem Země je vždy s ohledem na délku spoje, jeho profil i na typ použité antény, nutné uvažovat, jak paprsek přímý, tak možnost odrazu části energie od zemského povrchu, případně od struktur na něm. Je rozdílné, jedná-li se o tzv. radioreléový spoj, při kterém většinou skládáme paprsek přímý a jeden paprsek odražený, nebo o spoje pohyblivé (personální komunikační systémy), kdy je signál přijímán v zástavbě a kde je nutné uvažovat značný počet odrazů. Podobně dochází i k ohybu a prostorovému rozptylu (difrakci) elektromagnetické vlny na překážkách, které mohou být zase klasifikovány jednotlivými modely (např. vystihujícími jejich tvar jako ostrá "nožová" hrana, ostrý roh, hrana budovy ... ). V řadě případů jsme nuceni připustit existenci dostatečné úrovně odražené vlny a potom je nutné výslednou intenzitu pole vyjádřit vektorovým součtem obou složek - vlny přímé a odražené (i více vln odražených). V tomto případě je tedy nutné uvážit nejenom velikost odražené složky, ale i fázový posuv při odrazu, rozdíl délek drah přímé a odražené vlny atd. vzhledem k nutnosti komplexního sčítání. Toto sčítání vede k interferenčnímu charakteru výsledné vlny. Tam, kde je možné vliv fázového rozdílu dráhy přímého a odraženého paprsku zanedbat, sčítáme pouze moduly intenzit polí obou složek. Existenci odražené vlny musíme uvažovat v případě dostatečných výšek antén, kdy  $h/\lambda$  je podstatně větší než 1/2.

#### Prostorová vlna

Současnou existenci přímé a odražené vlny, kdy výsledná intenzita pole je jejich obecně komplexním součtem označujeme jako šíření prostorovou vlnou. Je to typický mód šíření zejména pro přímou viditelnost mezi vysílačem a přijímačem zajištěnou vyvýšenými anténami a pro frekvenční pásmo nad 30 MHz.

### Troposférická vlny

Troposférické šíření se používá zejména na velké vzdálenosti (až tisíce km). K šíření dochází tzv. troposférickým rozptylem a troposférickým vlnovodem. Využívá rozptylu na nehomogenitách (s nepatrně odlišnými fyzikálními parametry, zejména permitivitou) v zemské atmosféře, které vznikají vlivem turbulentního proudění. Energetická účinnost takového spoje je dána počtem nehomogenit v nižších vrstvách atmosféry, které energii rozptylují. Pouze malá část vysílané energie se však při tomto druhu šíření dostává do místa přijímače, lze však realizovat spojení až daleko za optický horizont. Tento typ šíření se objevuje pouze u kratších elektromagnetických vln (prakticky stovky MHz a jednotky GHz). S rozvojem družicových služeb význam spojení troposférickým rozpylem zaniká, nicméně troposféra sama o sobě je velmi důležitou oblastí podstatným způsobem ovlivňující šíření elektromagnetických vln - zejména meteorologickou situací v ní.

### lonosférické vlny

Elektromagnetické vlny se mohou šířit na velké vzdálenosti pomocí jednoho (počítá se do vzdálenosti 4000 km) či více odrazů (pro spoje nad 4000 km) od ionosféry. Ta představuje prostředí, které způsobuje postupné intenzivní zakřivování dráhy paprsku až po jeho zpětné otočení k povrchu Země. Tento způsob šíření si lze též představit jako odraz od vrstvy v ionosféře. Prakticky je tato situace složitější, neboť v ionosféře je několik silně ionizovaných vrstev, které vytvářejí různé podmínky pro odraz (postupné otočení) elektromagnetické vlny v závislosti na frekvenci. Obecně lze konstatovat, že od ionosféry se v zásadě odrážejí vlny delší než 10 m. Vzhledem k časové a geografické proměnlivosti stavu ionosféry je nutné stanovit vhodný frekvenční režim spoje.



Obr. 2.2 Schématické znázornění jednotlivých typů vln při šíření

# 2.2 Složení a struktura atmosféry

Zemskou atmosféru dělíme na troposféru (0 - 11 km), stratosféru (11 - 60 km), ionosféru (60 - 600 km) a exosféru (nad 600 km). Tyto vrstvy jsou z hlediska času proměnlivé a spojení závisí i na geografické poloze vysílače a přijímače. Proměnlivostí je zejména význačná troposféra (s ohledem na meteorologický stav - teplota, vlhkost, vrstvení, obsah a typ hydrometeorů) a ionosféra, kde počet ionizovaných částic záleží na denní a roční době, aktivitě slunečního cyklu i

na geografické poloze. Zhruba do výšek stratosféry má zemská atmosféra totéž složení jako u zemského povrchu. Teprve ve velkých výškách způsobuje různá hmotnost plynů v atmosféře určité hmotnostní rozdělení. Složení suchého vzduchu na hladině moře udává tabulka 2.2.

Plyn	suchý vzduch	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	CO <sub>2</sub>	Ne	He	H <sub>2</sub>
% objemu	100	78,09	20,95	0,93	0,03	1,8.10-3	5,24.10-4	5.10-5
Molová hmotnost [kg/kmol]	29	28	32	39,9	44	20,0	4	2
Parciální tlak [Pa]	1,01.10 <sup>5</sup>	7,91.10 <sup>4</sup>	2,12.10 <sup>4</sup>	9,45.10 <sup>2</sup>	31	1,2	0,53	5,1.10 <sup>7</sup>
Počet molekul [m <sup>-3</sup> ]	2,7.10 <sup>13</sup>	2,1.10 <sup>13</sup>	5,6.10 <sup>12</sup>	2,5.10 <sup>11</sup>	8,1.10 <sup>9</sup>	1,4.108	1,4.108	1,35.107

Tab. 2.2 Složení suchého vzduchu na hladině moře

Zemská atmosféra jako přenosové prostředí má výrazně frekvenčně selektivní vlastnosti vzhledem k rezonancím molekul i atomů jednotlivých plynů v ní obsažených. Obr. 2.3 udává procento přenosu elektromagnetické energie na jednotlivých frekvencích zemskou atmosférou, obr. 2.4 a obr. 2.5 zobrazují měrný útlum v atmosféře v závislosti na frekvenci. Oblasti zmenšeného útlumu v atmosféře se označují jako atmosférická okna.

Nižší vrstvy atmosféry, zejména troposféra, jsou význačně ovlivněny meteorologickou situací. Zejména vliv deště má zásadní charakter na šíření. Útlum určujeme v závislosti na intenzitě deště, což je výška vodního sloupce v milimetrech, který spadne na jednotku času. Meteorology používané hodnocení za 24 hodin či za hodinu je z hlediska zajištění spolehlivosti spoje pro šíření nevyhovující. Spolehlivost např. 99.999% představuje možnost výpadku spoje (například převýšením přípustné hranice útlumu na trase nad rezervu výkonu vysílače, zisky antén či vstupní citlivost přijímače) na méně než 5 minut za rok. Proto se používají hodnoty tak zvaných pětiminutových případně jednominutových dešťů. Problém je však s jejich měřením. Déšť je časově spojitý proces s jistou statistickou funkcí rozložení s rozložením velikosti a tvaru kapek atd., který není možné bez omezení vzorkovat na kratší doby. Proto dlouhodobé studie zabývající se vlivem dešťů na šíření jsou důležitou oblastí radioklimatologie. Z dlouhodobých měření na konkrétních trasách jsou vytvářeny statistiky útlumu deštěm pro jednotlivé měsíce i celoroční statistiky. Z jednotlivých měsíčních závislostí se vytváří obalová křivka vyjadřující nejhorší hodnoty - tak zvaná křivka nejhoršího měsíce. Dlouhodobé statistiky jsou velice cenným zdrojem poznatků, které není možné bezezbytku nahradit modelováním.

Příklad časové distribuce útlumů způsobených hydrometeory pro procento času, kdy tento útlum převýšil stanovenou mez je na obr. 2.6. Měrný útlum a fázový posuv vyvolaný deštěm dané intenzity je znázorněn na obr. 2.7.

Jak již bylo konstatováno, je pro celé makroskopické zhodnocení útlumu deštěm potřebné pochopení dějů, ke kterým dochází na singulární dešťové kapce. Její tvar od téměř kulového u malých kapek přechází na elipsoidní s prolisem vlivem působení vzduchu při pádu kapky. Tvar kapky znázorňuje obr. 2.8. Kapky při pádu zvětšují svoji velikost a velké kapky se pak znovu rozpadají na dvě a více kapek menších. K přechodu na makroskopické modelování je pak

zapotřebí znát distribuci rozložení velikosti kapek, výšku a rozměry dešťových clon, typy oblaků atd.





- b oblast viditelného záření (visible)
- c blízká infračervená (near infrared) oblast
- d krátkovlnná infračervená oblast (short wavelength infrared)
- e střední infračervená (mid infrared) oblast
- f vzdálená infračervená (far infrared) oblast
- g milimetrová radiová oblast (mm waves)
- h mikrovlnná oblast (microwaves)



Obr. 2.4 Měrný útlum v zemské atmosféře v závislosti na frekvenci

a - základní křivka atmosféry se selektivními rezonancemi (20 °C, 1013 hPa, 7,5 g.m<sup>-3</sup> H<sub>2</sub>O)

- b slabý déšť (0,25 mm.hod<sup>-1</sup>)
- c silný déšť (25 mm.hod<sup>-1</sup>)

d - průtrž mračen (150 mm.hod<sup>-1</sup>)

e - mlha (částice o průměru cca 0,1 mm)



Obr. 2.5 Měrný útlum vodních par a kyslíku v závislosti na frekvenci (v oblasti 60 GHz se u kyslíku jedná o skupinu selektivních rezonancí). a - vodní pára, b - volný kyslík O<sub>2</sub>



Obr. 2.6 Příklad časové distribuce útlumu způsobených hydrometeory (f = 11,285 GHz, vertikální polarizace, konkrétní délka trasy 43,7 km). a - hodnota nejhoršího měsíce roku 1992, b - střední hodnota roku 1991, c - střední hodnota roku 1992



Obr. 2.7 Měrný útlum  $\alpha$  vyvolaný deštěm dané intenzity v závislosti na frekvenci



Obr. 2.8 Tvary dešťové kapky podle velikosti (Pruppacher-Pitter model)

V neutrální atmosféře dochází působením slunečního záření (případně dalších energetických záření z kosmu) k disociaci molekul kyslíku a dusíku. Energie kvanta, při které dochází k disociaci kyslíku odpovídá vlnové délce 250 nm a u dusíku odpovídá vlnové délce 168 nm. Z toho plyne, že k těmto disociacím dochází působením ultrafialového záření. Diagram složení atmosféry v různých výškách udává obr. 2.9. Bylo zjištěno, že nad oblastí stálého složení atmosféry (cca do 60 km) dochází nejprve (cca v 80 km) k disociaci kyslíku. Disociace molekul dusíku začíná v oblasti okolo 220 km.



Obr. 2.9 Diagram chemického složení zemské atmosféry v závislosti na výšce

Hustota atmosféry je úměrná tlaku výšky ležícího sloupce vzduchu. Z výškové závislosti hustoty atmosféry je možné popsat průběh atmosférického tlaku podle tzv. barometrického vzorce

$$p = p_0 e^{-(Mg/RT)h} = p_0 e^{-h/H}$$
(2.1)

kde  $p_0$  je tlak na mořské hladině

M střední molová hmotnost plynů, tvořících atmosféru - v oblasti stálého složení je M = 29 [kg/kmol], ve výškách 130 až 250 km je M = 25 a ve větších výškách M = 15

g zemské zrychlení

R univerzální plynová konstanta

T absolutní teplota vzduchu

*h* výška nad mořem

### H redukovaná výška atmosféry

Tento vztah však platí pouze v oblasti stálého složení, tedy tam, kde je atmosféra dobře promíchána prouděním. Mimo tuto oblast je třeba uvažovat místo tlaku  $p_0$  hodnotu  $p_{h_0}$ , kde  $h_0$  je výška, při které nastává rozvrstvení. Celkový tlak plynů pak je roven součtu parciálních tlaků a teplota se pochopitelně bude měnit s výškou. Tuto situaci vyjadřuje vztah

$$p(h) = p_0 e^{-(Mg/R) \int_0^h \frac{1}{T(h)} dh}$$
(2.2)

Teplota atmosféry v její nejnižší části rovnoměrně ubývá asi 0,5 °C na 100 m výšky. Ve výšce 11 km (horní okraj troposféry) se teplota již dále téměř nemění. Tím je dáno rozdělení mezi troposférou a stratosférou. Teplota v této výšce je zhruba -60 °C. Do výšky asi 25 km je teplota dále konstantní (úsek mezi 11 a 25 km se nazývá tropopauza). Pak se postupně teplota zvyšuje až ve výšce 50 - 60 km dosáhne svého maxima +80 °C. Ve výšce kolem 80 km bylo zjištěno další teplotní minimum v rozsahu -70 až -20 °C. Závislost teploty na výšce v troposféře, stratosféře a ionosféře udává obr. 2.10.



Obr. 2.10 Průběh teploty v zemské troposféře, stratosféře a ionosféře (podle měření ve White Sands USA, křivka odpovídá střednímu stavu "normální atmosféry").

### 2.3 Elektrické vlastnosti struktur povrchu Země

Při rozboru šíření rádiových vln je třeba idealizovat podmínky, při kterých se vlna šíří. Největší idealizací je nahrazení skutečného, nerovného, drsného povrchu Země (s proměnnými elektrickými materiálovými parametry) za dokonale hladký povrch o reprezentativní hodnotě vodivosti a permitivity (případně po úsecích délky). Z hlediska modelů šíření rozlišujeme zejména pokryv vodou (je nutné rozlišit mořskou a sladkou vodu), dále půdu s vegetačním pokryvem (obecně různého charakteru), oblast městskou, příměstskou, oblast venkova, strukturu a typ zástavby atd. V řadě případů je třeba vše hodnotit z hlediska obsahu vody a tvarově z hlediska měřítka ve vlnových délkách pro posouzení relativní velikosti překážek, drsnosti atd. Orientační hodnoty materiálových parametrů struktur povrchu Země udává tab. 2.3.

Typ prostředí	Relativní permitivita	Měrná vodivost [m <sup>-1</sup> ]
suchá půda	3 až 6	1,1.10 <sup>-5</sup> až 2.10 <sup>-3</sup>
vlhká půda	10 až 30	3.10 <sup>-3</sup> až 10 <sup>-2</sup>
mořská voda	80	1 až 4,3
sladká voda	80	10 <sup>-3</sup> až 2,4 . 10 <sup>-2</sup>
lesy		10 <sup>-3</sup>
velká města		7,5.10-4
hornatý terén		7,5.10-4

Tab. 2.3 Elektrické materiálové parametry struktur povrchu Země



Obr. 2.11 Přenosová prostředí a jejich elektrické materiálové parametry ( $\varepsilon$ ' = Re  $\varepsilon_k$ ,  $\varepsilon$ '' = Im  $\varepsilon_k$ ) v závislosti na frekvenci. a - sladká voda 20 °C, b - destilovaná voda, c - mořská voda 20 °C, d - vlhká půda, e - středně suchá půda, f - velmi suchá půda, g - led

Vzhledem k tomu, že voda, jako nejrozšířenější typ (struktura) povrchu Země i jako obsažená látka ve vegetačním pokryvu má obecně význačnou frekvenční závislost komplexní permitivity, je nekritické přejímání konkrétních číselných hodnot bez uvážení skutečných podmínek (frekvence aj.) vždy špatné. V obecném případě je nutné se řídit závislostmi, které jsou např. na obr. 2.11 a modelem, který udává objemové či hmotnostní zastoupení vody v daném objektu, části spojové trasy atd.

# 2.4 Šíření rovinné vlny v obecném prostředí

### 2.4.1 Index Iomu a útlum

Ve velkých vzdálenostech od vysílače, tedy tam, kde tato vzdálenost je podstatně větší než vlnová délka, je možné s dostatečnou přesností nahradit čelo elektromagnetické vlny, které je obecně při šíření z malého (bodového) zdroje kulové, rovinou. Pak lze přejít od sférických souřadnic ke kartézskému systému, což vede k představě rovinné vlny. To značně usnadní řešení vlnové rovnice. Pozor je třeba dát pouze u výkonových bilancí, kde z hlediska vzdáleného zdroje elektromagnetické vlny jde vždy o vyzařování z jednoho bodu a tudíž o ubývání hustoty výkonu s kvadrátem vzdálenosti.

Předpokládáme, že elektromagnetické pole se mění harmonicky

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{m}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega t} \tag{2.3}$$

Pak můžeme Maxwellovu rovnici psát ve tvaru

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = j\omega \left(\varepsilon - \frac{j\sigma}{\omega}\right) E = J_{p} + J_{v}$$
(2.4)

kde j
$$\omega \varepsilon E = J_p$$
 je hustota posuvného proudu (2.5)

$$\sigma E = J_v$$
 hustota vodivého proudu (2.6)

Polovodivé prostředí se chová k radiovým vlnám obecně jako dielektrikum s relativní komplexní hodnotou permitivity danou výrazem

$$\varepsilon_{\rm kr} = \varepsilon_{\rm r} - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} = \varepsilon_{\rm r} - j60\lambda\sigma \tag{2.7}$$

kde  $\lambda$  je délka vlny ve vakuu.

Dále zavedeme

 $n = \frac{c}{v}$ 

p

$$\sqrt{\varepsilon_{\rm kr}} = n - jp$$
 (2.8)

(2.9)

kde

je index lomu

(c je rychlost světla, v fázová rychlost vlny v daném prostředí)

je index absorpce

$$\delta = \frac{p\omega}{c} \qquad \text{konstanta útlumu} \tag{2.10}$$

Pak je možné vyjádřit složku intenzity elektrického pole vlny šířící se v polovodivém prostředí podél osy *x* ve tvaru

$$E_{z} = E_{m} \cdot e^{-(\omega/c)px} e^{j\omega[t - (xn/c)]} = E_{m} \cdot e^{-\delta x} e^{j\omega[t - (x/v)]}$$
(2.11)

Podobně je složka magnetického pole vlny dána výrazem

$$H_{y} = \frac{\sqrt{n^{2} + p^{2}}}{120\pi} E_{m} e^{-\delta x} \cdot e^{j\{\omega c[t - (xn/c)] - \operatorname{arctg}(p/n)\}}$$
(2.12)

Vlastnosti rovinné vlny v obecném nekonečně rozlehlém prostředí můžeme tedy shrnout:

- Vlnění má transverzální (příčný) charakter, vlna nemá žádnou podélnou složku ve směru šíření (u vlny šířící se těsně podél povrchu Země - tedy v poloprostoru, respektive podél rozhraní dvou poloprostorů - však existuje jistá malá složka i ve směru šíření, jak vyplývá z řešení této úlohy na rozhraní - viz dále tak zvané Leontovičovy okrajové podmínky).
- Vektory *E* a *H* jsou na sebe kolmé a kolmé ke směru šíření.
- Elektrické a magnetické složky se šíří stejnou rychlostí.
- Radiová vlna je podél šíření tlumena exponenciálně stejně v obou složkách.
- V každém bodě je magnetické pole fázově posunuto vzhledem k elektrickému poli o úhel daný výrazem arctg (p/n). Tuto hodnotu posuvu je možné získat z charakteristické impedance daného prostředí.

Průběh intenzit polí rovinné elmag. vlny v polovodivém prostoru je znázorněn na obr. 2.12.



Obr. 2.12 Průběh složek intenzit rovinné harmonické vlny šířící se v obecném prostředí. Obrázek znázorňuje okamžité hodnoty vektorů **E** a **H** v různých místech v jediném okamžiku.

Z rovnic (2.7) a (2.8), porovnáním reálných a imaginárních členů dostaneme výrazy pro n a p

$$n = \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}\left\{\varepsilon_{\rm r} + \sqrt{\left[\varepsilon_{\rm r}^2 + \left(60\lambda\sigma\right)^2\right]}\right\}\right]}$$
(2.13)

$$p = \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}\left\{-\varepsilon_{\rm r} + \sqrt{\left[\varepsilon_{\rm r}^2 + \left(60\lambda\sigma\right)^2\right]}\right\}\right]}$$
(2.14)

Znaménko před vnější odmocninou charakterizuje směr šíření radiové vlny vzhledem ke zvolenému počátku souřadnic.

Vzhledem k tomu, že v praxi neexistují ani dokonalá dielektrika ani dokonalé vodiče, je nutné toto rozlišovat pomocí poměru hustoty vodivého proudu k proudu posuvnému

$$\left|\frac{J_{\rm p}}{J_{\rm v}}\right| = \frac{\varepsilon_{\rm r}}{60\lambda\sigma}$$

Pro dielektrika platí, že hustota posuvného proudu je podstatně větší než proudu vodivého; pro vodivá prostředí je tomu naopak. Podle výše uvedeného kritéria pak pro dielektrikum platí

$$n \cong \sqrt{\varepsilon_{\rm r}} \tag{2.15}$$

Rovnici (2.14) je možné upravit podle Newtonova vzorce

$$p = \sqrt{\left[\frac{1}{2}\left\{-\varepsilon_{\rm r} + \sqrt{\left[\varepsilon_{\rm r}^2 + (60\lambda\sigma)^2\right]}\right\}\right]} \doteq \sqrt{\left[-\frac{\varepsilon_{\rm r}}{2} + \frac{\varepsilon_{\rm r}}{2} + \frac{(60\lambda\sigma)^2}{\varepsilon_{\rm r}}\right]} = \frac{30\lambda\sigma}{\sqrt{\varepsilon_{\rm r}}}$$
(2.16)

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\rm r}}} \tag{2.17}$$

$$\delta = \frac{60\pi\sigma}{\sqrt{\varepsilon_{\rm r}}} \tag{2.18}$$

$$\lambda' = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_{\rm r}}} \tag{2.19}$$

kde  $\lambda, \lambda'$  jsou vlnové délky ve vakuu, resp. v daném prostředí.

Podobně pro prostředí s převažujícím charakterem vodivostní složky platí

$$n = \sqrt{30\lambda\sigma} \tag{2.20}$$

$$p = \sqrt{30\lambda\sigma} \tag{2.21}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{30\lambda\sigma}}$$
(2.22)

$$\delta = 2\pi \sqrt{\frac{30\sigma}{\lambda}}$$
(2.23)

$$\lambda' = \frac{\lambda}{\sqrt{30\lambda\sigma}}$$
(2.24)

Z uvedených vztahů je zřejmé, že v dielektrickém prostředí nejsou parametry frekvenčně závislé - na rozdíl od vodivého prostředí, kde všechny tyto parametry frekvenčně závislé jsou. Vodivé prostředí je tedy disperzní. V obecných případech, kdy poměr vodivého a posuvného proudu není možné vyjádřit jasnou převahou jednoho z nich, je nezbytné ve výpočtech postupovat podle úplných vzorců a definic.

### 2.4.2 Polarizace elektromagnetických vln

Nejjednodušším řešením vlnové rovnice je rovinná vlna u níž je směr vektorů  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  při šíření v prostoru neměnný. Taková vlna se nazývá lineárně polarizovaná a rovinou polarizace je rovina tvořená vektory  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{k}$  (viz obr. 2.13). Podstatně obecnějším, pro praxi důležitějším řešením

vlnové rovnice je superpozice dvou rovinných, lineárně polarizovaných vln, které mají obecný fázový posun  $\psi$  a jejichž roviny polarizace jsou na sebe kolmé. Vlny označíme  $\mathbf{E}_1$  a  $\mathbf{E}_2$ . Pro zjednodušení můžeme předpokládat, že se vlna šíří ve směru osy z a intenzity elektrického pole dílčích vln jsou orientovány ve směru osy x a osy y.

$$E_1 = E_x e^{-jkz} x_0 \cdot \qquad E_2 = E_y e^{-jkz} y_0 \cdot \qquad (2.25)$$



Obr. 2.13 Rovina polarizace

Výsledná vlna je

$$\mathbf{E} = \left(\mathbf{E}_{\mathbf{x}}\mathbf{x}_{0} + \mathbf{E}_{\mathbf{y}}\mathbf{y}_{0}\right) \quad \mathbf{e}^{-jkz} = \left(\mathbf{E}_{\mathbf{x}\mathbf{m}}\mathbf{e}^{j\varphi_{x}}\mathbf{x}_{0} + \mathbf{E}_{\mathbf{y}\mathbf{m}}\mathbf{e}^{j\varphi_{y}}\mathbf{y}_{0}\right)\mathbf{e}^{-jkz} \tag{2.26}$$

Okamžitá hodnota výsledné intenzity je

$$E(t) = E_{\rm xm} \sin(\omega t - kz + \varphi_{\rm x}) \mathbf{x}_0 + E_{\rm ym} \sin(\omega t - kz + \varphi_{\rm y}) \mathbf{y}_0$$
(2.27)

Konec vektoru E při pevném  $z = z_p$  a proměnném čase opisuje obecně elipsu. Nalezneme její rovnici v souřadné soustavě  $E_x$ ,  $E_y$ . Volme  $z = z_p = \frac{\varphi_x}{k}$ . (Volba je libovolná - uvedená volba zjednoduší výpočet). V tom případě je

$$E_{x} = E_{xm} \sin \omega t$$

$$E_{y} = E_{ym} \sin(\omega t + \varphi_{y} - \varphi_{x}) = E_{ym} \sin(\omega t + \varphi)$$
(2.28)
(2.29)

$$\frac{E_{x}}{E_{xm}} = \sin\omega t, \frac{E_{y}}{E_{ym}} = \sin(\omega t + \varphi) = \sin\omega t \cos\varphi + \cos\omega t \sin\varphi$$

odtud

$$\frac{E_{y}}{E_{ym}} = \frac{E_{x}}{E_{xm}}\cos\varphi + \sqrt{1 - \left(\frac{E_{x}}{E_{xm}}\right)^{2}}\sin\varphi$$

po úpravě dostaneme elipsu v rovině  $E_{\rm x}E_{\rm y}$  (obr. 2.14)

$$\left(\frac{E_{\rm x}}{E_{\rm xm}}\right)^2 + \left(\frac{E_{\rm y}}{E_{\rm ym}}\right)^2 - 2\frac{E_{\rm y}E_{\rm x}}{E_{\rm ym}E_{\rm xm}}\cos\varphi = \sin^2\varphi$$



Obr. 2.14 Parametry elipticky polarizované vlny

Úhel  $\psi$  je dán vztahem

$$tg2\psi = \frac{2E_{ym}E_{xm}}{E_{ym}^2 - E_{xm}^2} \cdot \cos\varphi$$
(2.31)

(2.30)

V tomto obecném případě dostáváme superpozicí dvou lineárně polarizovaných vln vlnu elipticky polarizovanou. Směr i amplituda intenzit pole se u takové vlny mění. Vektory intenzit se při šíření natáčejí. Pro jednoznačné určení takové vlny je nutné ještě určit směr obíhání koncového bodu vektoru E po elipse. Pokud při pohledu ve směru šíření vlny obíhá koncový bod ve směru chodu hodinových ručiček, jde o pravotočivou polarizaci ( $\varphi = \pi \div 2\pi$ ). Při oběhu proti směru chodu hodinových ručiček je to polarizace levotočivá ( $\varphi = 0 \div \pi$ ).

Pro  $\varphi = 2n\pi$  kde n = 0, 1, 2... je

$$\left(\frac{E_{\rm x}}{E_{\rm xm}} - \frac{E_{\rm y}}{E_{\rm ym}}\right)^2 = 0$$
, odtud  $E_{\rm y} = \frac{E_{\rm ym}}{E_{\rm xm}}E_{\rm x}$ 

Je to rovnice přímky se směrnicí  $\frac{E_{\rm ym}}{E_{\rm xm}}$ . Tato polarizace se nazývá lineární.

Pro  $\varphi = (2n+1)\pi$  n = 0,1,2 dostaneme

$$\left(\frac{E_{\rm x}}{E_{\rm xm}} + \frac{E_{\rm y}}{E_{\rm ym}}\right)^2 = 0$$
, odtud  $E_{\rm y} = -\frac{E_{\rm ym}}{E_{\rm xm}}E_{\rm x}$ 

Je to rovnice přímky se směrnicí  $-\frac{E_{ym}}{E_{xm}}$  a lineární polarizace.

Pro  $\varphi = (2n+1)\frac{\pi}{2}$  dostaneme

$$\left(\frac{E_{\rm x}}{E_{\rm xm}}\right)^2 + \left(\frac{E_{\rm y}}{E_{\rm ym}}\right)^2 = 1$$

Je to rovnice elipsy s hlavními poloosami rovnoběžnými s osami $E_x, E_y$ . Je-li navíc  $E_{xm} = E_{ym} = E_m$ , platí  $E_x^2 + E_y^2 = E_m^2$ . Je to rovnice kružnice o poloměru  $E_m$  a vlna je kruhově polarizovaná.



Obr. 2.15 Pravotočivě polarizovaná vlna

Kruhově pravotočivě polarizovanou vlnu znázorňuje obr. 2.15. Při pohledu ve směru šíření se koncový bod intenzity pohybuje po kružnici ve směru otáčení hodinových ručiček.





Levotočivě polarizovanou vlnu znázorňuje obr. 2.16. Vlnu s libovolnou polarizací je možné vyjádřit součtem dvou vln polarizovaných lineárně ve dvou navzájem kolmých rovinách. Elipticky nebo lineárně polarizovanou vlnu můžeme získat také superpozicí dvou kruhově polarizovaných vln s různými směry polarizace (levotočivě a pravotočivě polarizovaných). Tato vlastnost je zřejmá pro vznik lineárně polarizované vlny z obr. 2.17. Pokud  $E^P \neq E^L$  vznikne vlna elipticky polarizovaná.



Obr. 2.17 Skládání kruhově polarizovaných vln

V nepolarizovaných vlnách mění vektory E a H svou orientaci náhodně, chaoticky. Přehled typů polarizace je na obr. 2.18.



P - pravotočivá L - levotočivá Obr. 2.18 Typy polarizace elektromagnetických vln

V reálném prostředí obecně dochází při šíření k natáčení roviny polarizace. Náhlé změny polarizace vznikají kupříkladu při odrazu vlny od překážek.

### 2.4.3 Odraz a lom rovinných vln na rozlehlém rovinném rozhraní

Při dopadu vlny na povrch látkového tělesa dochází ke vzniku více či méně složitých vlnových procesů, které se projeví jak vně tělesa (odražená vlna), tak také uvnitř (prostupující vlna). Klasická teorie odrazu vln a z ní odvozené Fresnelovy vztahy platí přesně pouze tehdy, uvažujeme-li nekonečně rozlehlé rovinné rozhraní. V technické praxi se však vlny odrážejí od nedokonale rovného, případně jinak tvarovaného (např. kulového) povrchu, konečných rozměrů.



Obr. 2.19 K odrazu vln

Je-li však odrazná plocha "dostatečně hladká" a "dostatečně rozlehlá", můžeme Fresnelovy vztahy použít a získat parametry odražené vlny s přesností, která vyhovuje většině technických aplikací. Míru rozlehlosti a hladkosti odrazné plochy je nutné pečlivě zvážit vždy s ohledem na konkrétní případ a na použitou vlnovou délku.

Budeme uvažovat případ, kdy rovinná harmonická vlna dopadá pod obecným úhlem na rozlehlé (nekonečné) rozhraní dvou prostředí, která se od sebe liší materiálovými konstantami. Definujme nejprve některé pojmy, se kterými budeme v dalším operovat. Uvažujme situaci podle obr. 2.19. Rozhraní mezi prostředími s parametry  $\varepsilon_1 \mu_1 \sigma_1$  a  $\varepsilon_2 \mu_2 \sigma_2$  položíme do roviny *yz*. Vlna dopadá na toto rozhraní pod úhlem  $\vartheta_i$  (incident wave). Vlnoplocha dopadající vlny je kolmá na rovinu *xz*, vlnový vektor  $\mathbf{k}_i$  je s touto rovinou rovnoběžný. Odražená (reflected) a pronikající vlna (transmitted wave) se šíří pod úhly  $\vartheta_r$  a  $\vartheta_t$ . Na obrázku jsou vyznačeny vlnové vektory všech tří vln a jejich složky do osy *x* a *z*. Složky do osy *y* jsou při uvažované orientaci nulové.

### Rovina dopadu



Obr. 2.20 Rovina dopadu

Rovinou dopadu rozumíme rovinu, která je tvořena vektorem  $k_i$  dopadající vlny a normálou n k rovině rozhraní. V našem případě je to rovina xz, viz obr. 2.20. Složky vektorů  $k_i$ ,  $k_r$  a  $k_t$  do osy z (rozhraní) určují změnu fáze vln podél rozhraní. Pro splnění podmínek na rozhraní pro tečné složky vektorů E a H a to ve všech bodech rozhraní, je nutné, aby se fáze všech tří vln v tomto směru měnily se stejnou rychlostí.

To je když platí

Odtud

 $k_{iz} = k_{rz} = k_{tz} = k_z$  $k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$ 

kam jsme dosadili  $k_i = k_r = k_1$  (stejná prostředí) a  $k_t = k_2$ .

### Snellovy zákony

Z uvedených rovnic dostaneme Snellovy zákony

Úhel odrazu se rovná úhlu dopadu -	zákon odrazu	$\mathcal{P}_{\mathrm{r}}=\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$	(2.32)
	zákon lomu	$k \sin \theta = k \sin \theta$	(2, 33)

Při zkoumání většiny jevů na rozhraní musíme rozlišovat polarizaci dopadající vlny. Orientace lineárně polarizované vlny vůči rovině dopadu se posuzuje podle vektoru intenzity elektrického pole **E**.

**Upozornění:** vztahy pro odraz a lom vlny, které dále odvodíme, platí pro orientaci vektorů intenzit podle uvedených obrázků



Obr. 2.21 Kolmá polarizace

### Kolmá polarizace (horizontální)

Vektor intenzity elektrického pole je v tomto případě kolmý na rovinu dopadu, viz obr. obr. 2.21. Intenzity pole dopadající vlny jsou

$$E_{i} = E_{i0} e^{-jk_{1}(x\cos\vartheta_{i}+z\sin\vartheta_{i})} y_{0}$$
$$H_{i} = \frac{E_{i0}}{Z_{1}} \left( -\sin\vartheta_{i} x_{0} + \cos\vartheta_{i} z_{0} \right) \cdot e^{-jk_{1}(x\cos\vartheta_{i}+z\sin\vartheta_{i})}$$

Pro odraženou vlnu platí

$$E_{r} = E_{r0} \cdot e^{-jk_{1}(-x\cos\vartheta_{r}+z\sin\vartheta_{r})}y_{0} \qquad a$$
$$H_{r} = \frac{E_{r0}}{Z_{1}} \left(-\sin\vartheta_{r}x_{0} - \cos\vartheta_{r}z_{0}\right) \cdot e^{-jk_{1}(-x\cos\vartheta_{r}+z\sin\vartheta_{r})}$$

Prostupující vlna se šíří v prostředí s vlnovou impedancí  $Z_2$  a proto je

$$E_{t} = E_{t0} \cdot e^{-jk_{2}(x\cos\theta_{t} + z\sin\theta_{t})} y_{0} \quad a$$
$$H_{t} = \frac{E_{t0}}{Z_{2}} \left( -\sin\theta_{t} x_{0} + \cos\theta_{t} z_{0} \right) \cdot e^{-jk_{2}(x\cos\theta_{t} + z\sin\theta_{t})}$$

Z rovnosti tečných složek vektorů E a H na rozhraní určíme neznámé  $E_{r0}$  a  $E_{t0}$ . Úhly  $\vartheta_r$  a  $\vartheta_t$  jsou dány Snellovými zákony. Intenzity elektrického pole jsou k rozhraní tečné a proto musí platit

$$E_{i_{|_{x=0}}} + E_{r_{|_{x=0}}} = E_{t_{|_{x=0}}} \text{ odtud } E_{i0} + E_{r0} = E_{t0}$$

Tečné k rozhraní jsou z-ové složky magnetického pole. Proto

$$\frac{E_{i0}}{Z_1}\cos\theta_i - \frac{E_{r0}}{Z_1}\cos\theta_r = \frac{E_{t0}}{Z_2}\cos\theta_r$$

Z uvedených rovnic při respektování Snellových zákonů je činitel odrazu:

$$R_{\perp} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{Z_2 \cos \vartheta_i - Z_1 \cos \vartheta_t}{Z_2 \cos \vartheta_i + Z_1 \cos \vartheta_t} = \frac{Z_2 \cos \vartheta_i - Z_1 \sqrt{1 - (k_1 / k_2)^2 \sin^2 \vartheta_i}}{Z_2 \cos \vartheta_i + Z_1 \sqrt{1 - (k_1 / k_2)^2 \sin^2 \vartheta_i}}$$
(2.34)

a činitel prostupu

$$T_{\perp} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_i} = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \sqrt{1 - (k_1 / k_2)^2 \sin^2 \theta_i}}$$
(2.35)

Pro případ neferomagnetických prostředí můžeme vztahy zjednodušit:

$$R_{\perp} = \frac{\mathrm{E}_{\mathrm{r0}}}{\mathrm{E}_{\mathrm{i0}}} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_{\mathrm{k1}}}{\varepsilon_{\mathrm{k2}}}} \cos \vartheta_{\mathrm{i}} - \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{\mathrm{k1}}}{\varepsilon_{\mathrm{k2}}}} \sin^{2} \vartheta_{\mathrm{i}}}{\sqrt{\frac{\varepsilon_{\mathrm{k1}}}{\varepsilon_{\mathrm{k2}}}} \cos \vartheta_{\mathrm{i}} + \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{\mathrm{k1}}}{\varepsilon_{\mathrm{k2}}}} \sin^{2} \vartheta_{\mathrm{i}}}}$$
(2.36)

$$T_{\perp} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_{k1}}{\varepsilon_{k2}}}\cos\theta_{i}}{\sqrt{\frac{\varepsilon_{k1}}{\varepsilon_{k2}}\cos\theta_{i}} + \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{k1}}{\varepsilon_{k2}}\sin^{2}\theta_{i}}}$$
(2.37)

kde 
$$\varepsilon_{k\xi} = \varepsilon_{r\xi} \varepsilon_0 \left( 1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_{r\xi} \varepsilon_0} \right) \quad (\xi = 1, 2)$$

### Rovnoběžná polarizace (zobecněný případ vertikální)

Uvažujme dopad vlny podle obr. 2.22. Orientaci vektorů zvolíme tak, aby pro  $\mathcal{P}_i = 0$  (kolmý dopad vlny) byly vztahy pro oba druhy polarizace totožné. (Vektory  $\mathbf{E}_i$  a  $\mathbf{E}_r$  mají při volbě podle obr. 2.22 v obou případech stejný směr). Vektor intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}$  je rovnoběžný srovinou dopadu. Obdobně jako v předešlém případě je

$$E_{i} = E_{i0} (\sin \theta_{i} \boldsymbol{x}_{0} - \cos \theta_{i} \boldsymbol{z}_{0}) \cdot e^{-jk_{1}(x\cos \theta_{i} + z\sin \theta_{i})} \quad a$$
$$H_{i} = \frac{E_{i0}}{Z_{1}} \cdot e^{-jk_{1}(x\cos \theta_{i} + z\sin \theta_{i})} \boldsymbol{y}_{0}$$

Pro odraženou vlnu je

$$\mathbf{E}_{z} = \mathbf{E}_{z_0}(-\sin\vartheta_z \mathbf{x}_0 - \cos\vartheta_z \mathbf{z}_0) \cdot \mathbf{e}^{-jk_1(-x\cos\vartheta_r + z\sin\vartheta_r)}$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{r}} = -\frac{\mathbf{E}_{\mathbf{r}0}}{Z_1} \cdot \mathbf{e}^{-jk_1(-x\cos\vartheta_r + 2\sin\vartheta_r)} \boldsymbol{y}_0$$

Pro vlnu prostupující

$$\mathbf{E}_{t} = \mathbf{E}_{t0} (\sin \vartheta_{t} \boldsymbol{x}_{0} - \cos \vartheta_{t} \boldsymbol{z}_{0}) \cdot \mathbf{e}^{-jk_{2}(x\cos \vartheta_{t} + z\sin \vartheta_{t})}$$

$$\mathbf{H}_{t} = \frac{\mathbf{E}_{t0}}{Z_{2}} \cdot \mathbf{e}^{-jk_{2}(x\cos\theta_{t}+z\sin\theta_{t})} \cdot \boldsymbol{y}_{0}$$

27



Obr. 2.22 Rovnoběžná polarizace

Na rozhraní se tečné složky intenzit rovnají. Odtud

$$(H_{i0} - H_{r0})|_{x=0} = H_{t0}|_{x=0}$$

z toho

$$\frac{\mathbf{E}_{i0} - \mathbf{E}_{r0}}{Z_1} = \frac{\mathbf{E}_{i0}}{Z_2} \quad \mathbf{a}$$
$$\left(\mathbf{E}_{iz} + \mathbf{E}_{rz}\right)\Big|_{x=0} = \mathbf{E}_{tz}\Big|_{x=0}$$
$$- \mathbf{E}_{i0}\cos\vartheta_{i} - \mathbf{E}_{r0}\cos\vartheta_{r} = -\mathbf{E}_{t0}\cos\vartheta_{r}$$

Odtud, s uvažováním  $\mathcal{P}_{r} = \mathcal{P}_{t}$  je

$$R_{\parallel} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{Z_2 \cos \vartheta_t - Z_1 \cos \vartheta_i}{Z_2 \cos \vartheta_t + Z_1 \cos \vartheta_i} = \frac{Z_2 \sqrt{1 - (k_1 / k_2)^2 \sin^2 \vartheta_i} - Z_1 \cos \vartheta_i}{Z_2 \sqrt{1 - (k_1 / k_2)^2 \sin^2 \vartheta_i} + Z_1 \cos \vartheta_i}$$
(2.38)

$$T_{\parallel} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2Z_2 \cos \vartheta_i}{Z_2 \cos \vartheta_i + Z_1 \cos \vartheta_i} = \frac{2Z_2 \cos \vartheta_i}{Z_2 \sqrt{1 - (k_1 / k_2)^2 \sin^2 \vartheta_i} + Z_1 \cos \vartheta_i}$$
(2.39)

Pro případ neferomagnetických prostředí je:

$$R_{\parallel} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{k1}}{\varepsilon_{k2}} \sin^2 \theta_i} - \sqrt{\frac{\varepsilon_{k2}}{\varepsilon_{k1}}} \cos \theta_i}}{\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{k1}}{\varepsilon_{k2}} \sin^2 \theta_i} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{k2}}{\varepsilon_{k1}}} \cos \theta_i}}$$

$$T_{\parallel} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\cos \theta_i}{\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{k1}}{\varepsilon_{k2}} \sin^2 \theta_i} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{k2}}{\varepsilon_{k1}}} \cos \theta_i}}$$
(2.40)
$$(2.41)$$

Příklad závislostí modulu a fáze činitele odrazu na úhlu dopadu pro oba druhy polarizace, pro dopad vlny ze vzduchu na prostředí s parametry vlhké a suché půdy frekvencích  $f_1 = 10$  MHz,  $f_2 > 100$  MHz je na obr. 2.23, 2.24.

#### Brewsterův polarizační úhel

Jsou-li obě prostředí ideálními dielektriky, pak se pro úhel  $\mathcal{G}_{IBP}$ , kde

$$\sin \theta_{\rm iBR} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \tag{2.42}$$

rovnoběžně polarizovaná vlna neodráží. Tomuto úhlu říkáme Brewsterův polarizační úhel. Dopadá-li pod tímto úhlem obecně polarizovaná vlna, odráží se pouze její složka polarizovaná kolmo na rovinu dopadu. Z obecně elipticky polarizované vlny tak vznikne vlna lineárně polarizovaná. Využití tohoto jevu je základním principem polarizátorů. Činitel odrazu a prostupu je obecně komplexní funkcí. To znamená, že při odrazu a průniku dochází na rozhraní k posuvu fáze vlny.

#### 2.4.4 Fresnelovy zóny

Uvažujme v bodě A střed koule o poloměru  $r_1$ , která představuje čelo vlny (obr. 2.25). Známe-li hodnotu libovolné složky pole a hodnotu její derivace podle normály na ploše S, můžeme zjistit elektrické pole pomocí tzv. Kirchhoffova vzorce, který je přesným matematickým vyjádřením Huygensova principu. Veďme z bodu B soustavu přímek, které protínají plochu S v bodech, jejichž vzdálenost od bodu B je  $(r_2 + \lambda/2)$ . Tato soustava představuje kuželovou plochu, která je omezena v rovině obrázku tvořícími přímkami  $\overline{BN}_1$  a  $\overline{BN}_1^{'}$ . Zcela analogicky získáme kuželové plochy vyšších řádů, pro které platí  $\overline{BN}_2 = (r_2 + \lambda/2)$  až  $\overline{BN}_n$   $(r_2 + n\lambda/2)$ . Průnik těchto kuželových ploch s koulí vytváří soustavu soustředných kružnic, které jsou při pohledu z bodu B znázorněny rovněž na obr. 2.25. Oblasti mezi sousedními kružnicemi nazýváme zóny.





ŝ



Obr. 2.24 Znázornění závislosti modulu a fáze koeficientu odrazu od prostředí s parametry $\varepsilon_r = 4$ ,  $\sigma = 10^{-3}$  (suchá půda) na úhlu dopadu. Křivky pro frekvence nad 100 MHz prakticky splývají.



Obr. 2.25 Určení Fresnelových zón na povrchu koule

Fiktivní zdroje sekundárních vln leží na hranici první zóny a fázový posuv mezi bodem B a tímto fiktivním zdrojem v  $N_0$  se pohybuje v mezích od 180° do 360°. Na obr. 2.25 je to znázorněno znaménky + a -, která odpovídají sousedním zónám. Působení dvou sousedních Fresnelových zón se navzájem ruší, přičemž se tato kompenzace projevuje tím více, čím vyšší je řádové číslo zóny. Výsledkem této kompenzace je, že vzájemné působení všech zón je rovnocenné záření, které je vytvořeno polovinou první Fresnelovy zóny.

Fresnelovy zóny však mohou být sestrojeny i na různých jiných tělesech. U takových těles je třeba vybrat plochu kolmou na směr šíření  $\overline{AB}$  (obr. 2.26). Stanovme nyní pro tento případ poloměr Fresnelovy zóny na trase vysílač-přijímač. Platí

$$\overline{AN}_{n} + \overline{N}_{n}\overline{B} = r_{1} + r_{2} + n\frac{\lambda}{2}$$
(2.43)

Z trojúhelníků ANnNo a BNoNn vyplývá

$$\overline{AN_{n}} = \sqrt{\left(r_{1}^{2} + b_{n}^{2}\right)} \doteq r_{1} + \frac{b_{n}^{2}}{2r_{1}}$$

$$\overline{\mathbf{N}_{\mathbf{n}}\mathbf{B}} = \sqrt{\left(r_2^2 + b_{\mathbf{n}}^2\right)} \doteq r_2 + \frac{b_{\mathbf{n}}^2}{2r_2}$$



Obr. 2.26 Geometrická představa k určení poloměru Fresnelových zón

Protože vždy platí, že  $b_n \ll r_1$  a  $b_n \ll r_2$ , můžeme použít Newtonův vzorec a po dosazení do (2.43) dostaneme

$$\frac{b_n^2}{2} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = n \frac{\lambda}{2}$$
(2.46)

Z toho vyplývá

$$b_{\rm n} = \sqrt{\frac{r_{\rm l}r_{\rm 2}{\rm n}\lambda}{r_{\rm l}+r_{\rm 2}}} \tag{2.47}$$

takže poloměr první Fresnelovy zóny určíme ze vztahu

$$b_1 = \sqrt{\frac{r_1 r_2 \lambda}{r_1 + r_2}} \tag{2.48}$$

Body  $N_n$  leží na povrchu rotačního elipsoidu, jehož ohniska jsou v bodech A a B. Rotační elipsoid znázorněný na obr. 2.27 pro n = 1 ohraničuje rozhodující oblast, která má vliv na šíření rádiových vln. Poloměr Fresnelovy zóny je maximální ve středu trasy. V pásmech vlnových délek kratších než 100 m je obvykle poloměr první Fresnelovy zóny mnohem menší, než je délka trasy. Z toho tedy vyplývá, že energie elektromagnetických vln se nepřenáší pouze paprskem, ale celým prostorovým svazkem, který má tvar elipsoidu a je ohraničen první Fresnelovou zónou.





31

(2.44)

(2.45)

V případě, že dochází k odrazu elektromagnetické vlny od povrchu Země, musíme uvážit šíření i mezi zrcadlovým odrazem vysílače a přijímače. To se opět odehrává ve význačném prostoru daném příslušnou Fresnelovou zónou. Pak odraz nastává v oblasti vytvořené řezem Fresnelova elipsoidu s povrchem země. Situaci znázorňuje obr. 2.28.





### 2.4.5 Difrakce na překážce pro šíření velmi krátkých vln

K velmi složité situaci dochází při šíření v kopcovitém terénu, kde překážky a terénní tvary okolo jsou velké vůči vlnové délce, což nastává např. u velmi krátkých vln. Ty se nešíří pouze po přímočarých trajektoriích, ale mají schopnost ohýbat se kolem překážek, jakými jsou např. horské hřebeny různých tvarů. Pak lze přijímat radiové signály i ve stínu překážky, přičemž "clona" v jistých případech nejen nepřerušuje radiové spojení, ale může naopak vyvolat difrakci radiových vln daleko za optický obzor, kde by příjem bez této clony byl již nemožný. Je-li bod příjmu ve světle a spojnice mezi vysílací a přijímací anténou prochází blízko nad překážkou, může být v případě ostrého hřebenu intenzita elektrického pole až o 17% (tj. o 1,4 dB) větší než ve volném prostoru. Podobné výsledky jsou známy i z optiky, a proto se difrakce na polorovině (na tak zvaném břitu - knife edge) nazývá difrakce optická nebo Fresnelova. Uvažujme v bodě V (obr. 2.29) vysílač, který vysílá kulovou vlnu

$$E = E_{\rm m} \frac{e^{j(kr_1 - \omega)}}{r_1} \tag{2.49}$$

kde

 $r_1$  je vzdálenost od vysílače,

k konstanta šíření

 $E_{\rm m}$  konstanta úměrná  $\sqrt{60PD}$ .

Efektivní výšku překážky *H*, tj. "výšku" nad nebo pod spojnicí vysílač-přijímač, budeme považovat za kladnou, leží-li bod příjmu P ve stínu (obr.2.29), a za zápornou, leží-li ve světle (obr. 2.30).

Základem odvození je obecné řešení vlnové rovnice, které je matematickou formulací Huygensova principu

$$E(\mathbf{P}) = -\frac{j}{\lambda} \iint_{S} E \frac{e^{jkr_2}}{r_2} \cos(n, r_2) dS$$
(2.50)

kde E(P) je intenzita elektrického pole v bodě přijímače P,

S nekonečná rovina orientovaná tak, aby body V a P ležely po různých stranách této roviny.



Obr. 2.29 Radiový spoj s překážkou tvaru ostrého břitu na trase - zastíněná trasa





Zavedeme nyní pravoúhlé souřadnice s počátkem ve vrcholu překážky (obr. 2.29). Za rovinu S si ve vztahu (2.50) zvolíme rovinu yz. Předpokládáme, že překážka je velmi dlouhá ve směru z a výška H se ve směru z nemění. Obecné řešení předpokládá, že známe průběh intenzity E na rovině S. Lze předpokládat, že elektrické pole nad překážkou je stejné jako ve volném prostoru a že uvnitř překážky se rovná nule. Platí tedy

$$E = E_{\rm m} \frac{{\rm e}^{jkr_1}}{r_1} \quad \text{pro } x = 0, \ y \ge 0$$
 (2.51)

$$E = 0$$
 pro  $x = 0, y \le 0$  (2.52)

Dosazením do (2.50) dostaneme

$$E(\mathbf{P}) = -\frac{jE_{\rm m}}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \frac{e^{jk(r_2+r_2)}}{r_1r_2} \frac{d_2}{r_2} dz dy$$
(2.53)

Protože  $H \ll d_1 H \ll d_2$ , mění se  $r_1$  a  $r_2$  v oblasti, která dává hlavní příspěvek k tomuto integrálu (tj. v oblasti blízko nad překážkou), tak málo, že můžeme  $r_1$  a  $r_2$  ve jmenovateli integrandu považovat za konstanty a vytknout je před integrál. Řešením tohoto integrálu a dalšími úpravami dostaneme

$$E(\mathbf{P}) = \frac{d_1 d_2^2 e^{jk(d_1+d_2)}}{r_1 r_2^2 (d_1+d_2)} \cdot \frac{e^{-j\pi/4}}{r\sqrt{2}} \int_{\nu}^{\infty} e^{j(\pi/2)u^2} du$$
(2.54)

$$u^{2} = \frac{2}{\lambda} \left( y + H \right)^{2} \left( \frac{1}{d_{1}} + \frac{1}{d_{2}} \right)$$
(2.55)

$$v = H_{\sqrt{\left[\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right)\right]}}$$
(2.56)

Protože  $d_1 = r_1$  a  $d_2 = r_2$  a protože  $d_1 + d_2 = d$  je vzdálenost mezi vysílačem a přijímačem, vidíme, že celý první zlomek ve vztahu (2.54) není nic jiného než intenzita elektrického pole ve volném prostoru, tj. v prostoru bez překážky. Označme tuto hodnotu  $E_0$ . Platí

$$E_{0} = E_{m} \frac{e^{jkd}}{d} = \sqrt{(60PD)} \frac{e^{jkd}}{d}$$
(2.57)

Pak (2.54) můžeme psát ve tvaru vztahů

$$E(\mathbf{P}) = E_0 \frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{d2}} F(\mathbf{v})$$
(2.58)

$$F(v) = \int_{v}^{\infty} e^{j(\pi/2)u^{2}} du$$
(2.59)

Tuto funkci převedeme na tabelované Fresnelovy integrály

$$C(v) = \int_{0}^{v} \cos\frac{\pi}{2}u^{2} du, \qquad S(v) = \int_{0}^{v} \sin\frac{\pi}{2}u^{2} du \qquad (2.60)$$

V praxi je numerický výpočet (2.58) značně zdlouhavý. V optice se k určení |E(P)| používá Cornuova spirála. Pro praktické výpočty intenzity elektrického pole v bodě příjmu můžeme přepsat rovnici (2.58) do tvaru

$$\frac{E}{E_0} = f(v) = \left| f(v) \right| e^{j \arg f(v)}$$
(2.61)

kde f(v) je komplexní funkce, která je vázána s funkcí F(v) vztahem

$$\left|f(v)\right| = \frac{\left|F(v)\right|}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\left[0, 5 - C(v)\right]^2 + \left[0, 5 - S(v)\right]^2}{2}}$$
(2.62)

Průběh funkce f(v) (činitel tlumení) je znázorněn na obr. 2.31



Obr. 2.31 Činitel tlumení f(v) na ostré překážce v závislosti na parametru v

### 2.4.6 Leontovičovy okrajové podmínky

Určíme intenzitu elektrického pole E přízemní vlny, kterou vytvoří vysílač ve vzdálenosti r od vysílače. Předpokládejme, že zdroj radiových vln je ve velké vzdálenosti od přijímače, a proto vlnu považujme za rovinnou. Složky intenzity elektrického pole ve vzduchu označíme indexem 1, v polovodivém prostředí - zemi, indexem 2. Vertikální složka elektrického pole ve vzduchu je

$$E_{1z} = E_{1zm} e^{j\omega t}$$
(2.63)

Hledáme ostatní složky elektromagnetického pole v obou prostředích. Přesné řešení je značně obtížné. Metodu založenou na přibližných okrajových podmínkách poprvé zavedl Leontovič. Tyto podmínky platí na rozhraní mezi vzduchem a polovodivým prostředím, které má velký modul komplexní relativní permitivity, tedy  $|\varepsilon_{kr}| >> 1$  a tedy  $\lambda_1 >> \lambda_2$ . Vlnovou délku uvnitř země pak můžeme určit vztahem

$$\lambda_2 = \frac{\nu}{f} = \frac{\nu}{c} \lambda_1 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{\rm kr}}} \lambda_1 \tag{2.64}$$

Převládá-li v zemi posuvný proud, jde o dielektrikum a platí (viz 2.19)

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$
(2.65)

U půdy, která se svými vlastnostmi blíží vodiči, platí (viz 2.24)

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\lambda_1}{30\sigma}} \tag{2.66}$$

Při  $|\varepsilon_{kr}|\rangle$  je tedy  $\lambda_1 >> \lambda_2$  a zároveň platí

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{n} \tag{2.67}$$

Pro případ, že  $\lambda_2 / \lambda_1 \rightarrow 0$ , bude i  $1/n \rightarrow 0$ , což je podle Snellova zákona

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin\psi}{\sin\varphi} = \frac{\sin\psi}{1} \to 0$$
(2.68)

a proto i  $\psi \rightarrow 0$ . To znamená, že za jistých předpokladů se bude elektromagnetická vlna šířit uvnitř země téměř kolmo na rozhraní. Leontovičovy okrajové podmínky lze použít pouze tam, kde poloměr křivosti v daném místě rozhraní je větší než délka vlny. Předpokládejme, že se rádiová vlna šíří podél osy x (obr.2.32). Ze známé vertikální složky intenzity elektrického pole  $E_{1z}$  určíme ostatní složky pole v obou prostředích. K tomu použijeme Leontovičových okrajových podmínek, které umožňují nahradit vztahy pro složky pole v prvním prostředí parametry druhého prostředí. Pomocí vlnové impedance prvního prostředí  $Z_1 = \sqrt{(\mu_0 / \varepsilon_0)}$  a na základě rovnosti tečných složek na rozhraní můžeme psát

$$H_{1y} = -\frac{E_{1z}}{Z_1} = -\sqrt{\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)} E_{1z} = H_{2y}$$
(2.69)

Pomocí složky  $H_{2y}$  a  $Z_2$  snadno spočítáme složku  $E_{2x} = E_{1x}$ 

$$E_{2x} = -H_{2y}Z_{2} = -H_{2y}\sqrt{\left(\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}\right)}\sqrt{\frac{1}{(\varepsilon_{r} - j \cdot 60\lambda\sigma)}} = E_{1z}\sqrt{\frac{1}{(\varepsilon_{r} - j \cdot 60\lambda\sigma)}}$$
(2.70)



Z rovnosti tečných složek platí, že

$$E_{1x} = E_{2x} \tag{2.71}$$

Tento vztah charakterizuje pole ve vzduchu přímo nad rozhraním. Ukazuje se, že rádiová vlna, která se šíří nad rovinným polovodivým prostředím, má podélnou složku elektrického pole. Není tedy již rovinnou vlnou. Podélná složka je však z hlediska amplitudy značně menší než složka vertikální a je k ní fázově posunutá. Dosadíme-li za  $E_{1z} = E_{1zm} \cos \omega t$ , můžeme upravit vztah (2.70) na

$$E_{1x} = \frac{E_{1zm}}{\sqrt[4]{\left[\varepsilon_r^2 + \left(60\lambda\sigma\right)^2\right]}} \cos\left(\omega t + \frac{\Theta}{2}\right)$$
(2.72)

Fázový posuv mezi složkami je dán vztahem



$$tg\Theta = \frac{Im\sqrt{\varepsilon_{kr}}}{Re\sqrt{\varepsilon_{kr}}} \Rightarrow \Theta = arctg\frac{60\lambda\sigma}{\varepsilon_{r}}$$
(2.73)

Amplituda podélné složky je tím menší, čím větší je vodivost půdy a současně čím je vlna delší. Při šíření nad dokonale vodivou půdou ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) platí, že i  $E_{1x} \rightarrow 0$ . Při obvyklých hodnotách vodivosti půdy je v pásmu dlouhých a středních vln podélná složka 10 až 10<sup>3</sup> krát menší než složka vertikální. Z podmínky rovnosti

$$E_{1z} = \varepsilon_{\rm kr} E_{2z} \tag{2.74}$$

po dosazení za  $\varepsilon_{kr}$  a po přechod na reálný tvar dostaneme

$$E_{2z} = \frac{E_{1zm}}{\sqrt{\left[\varepsilon_{\rm r}^2 + (60\lambda\sigma)^2\right]}}\cos(\omega t + \psi)$$
(2.75)

kde úhel  $\psi$  je opět určen rovnicí (2.73).

Tyto vztahy platí, jsou-li splněny Leontovičovy podmínky. Protože uvažujeme rovinné rozhraní mezi vzduchem a zemí, jsou tyto podmínky splněny pro dostatečně veliké  $\varepsilon_{kr}$ , tj. buď při velké vodivosti, nebo při dlouhé vlně, nebo při veliké permitivitě, kdy se vlna v zemi šíří téměř kolmo k rozhraní.

Protože podélná složka  $E_x$  je ve vzduchu fázově posunuta vzhledem ke složce vertikální, je výsledné pole elipticky polarizované v rovině šíření, a proto vlna již není rovinná. Konec vektoru výsledného pole bude opisovat elipsu i ve směru postupu šíření vlny, jak je znázorněno na obr. 2.33. Při parametrech půdy, které se nejčastěji vyskytují, je výstřednost elipsy veliká ( $E_{1x}$  je malá), takže aniž by výpočet byl nepřesný, můžeme uvažovat elektrické pole jako lineárně polarizované ve směru šíření. Výslednému vektoru E přisoudíme směr velké osy elipsy. V tomto případě mluvíme o tzv. sklonu čela vlny  $\psi$ . Úhel sklonu výsledné intenzity elektrického pole se určí ze vztahu

$$tg\psi = \frac{E_{1zm}}{E_{1xm}} = \sqrt[4]{\varepsilon_r^2 + (60\lambda\sigma)^2}$$
(2.76)

Sklon čela vlny se však objeví jen na rozhraní mezi zemí a vzduchem. Ve výšce několika vlnových délek nad zemí je již vektor *E* opět kolmý na směr šíření.



Obr. 2.33 Polarizační elipsa při šíření přízemní vlny podél rozhraní
## 3. Šíření vln ve volném prostoru

Předpokládáme, že elektromagnetická vlna je vyzařována izotropním zářičem, který je umístěn ve volném bezeztrátovém homogenním izotropním prostoru. Střední hodnota Poyntingova vektoru v jedné periodě ve vzdálenosti *r* od zářiče je pak dána výrazem

$$S = \frac{P_{\rm c}}{4\pi r^2} = E_{\rm ef} H_{\rm ef} = \frac{E_{\rm ef}^2}{120\pi} \qquad [{\rm Wm}^{-2}]$$
(3.1)

kde  $P_c$  je celkový vyzářený výkon zářičem

 $120\pi$  je impedance volného prostoru

Z rovnice dostáváme výraz pro efektivní hodnotu elektrického pole  $E_{ef}$  na povrchu koule s poloměrem *r*, která obklopuje vyzařující zdroj

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{30P_{\rm c}}}{r} \quad [{\rm Vm}^{-1}]$$
 (3.2)

Výkon je obecnou anténou směrován do určitého směru. Proto ho pro případ použití obecné antény ve výše uvedeném vztahu nahradíme součinem celkového vyzářeného výkonu a směrovosti  $P_cD$ , respektive výkonu dodávaného do vstupu vysílací antény a jejího zisku  $P_1G$ . Pak rovnice (3.2) přejde na tvary

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{30P_{\rm c}D}}{r} = \frac{\sqrt{30P_{\rm l}G}}{r}$$
(3.3)

V praxi se často pro výpočet intenzity elektrického pole v místě příjmu používají vzorce, které jsou rozměrově připraveny pro dosazení jednotek, které jsou při praktickém návrhu spoje realističtější, tedy výkon se např. udává v kW, vzdálenost v km a výsledná intenzita pole vyjde v mV/m. Vzhledem k obecnosti se však v tomto materiálu přidržíme většinou (pokud nejde o jednoúčelové speciální vzorce) základních rozměrů jednotek. Ve vztahu (3.3) je třeba mít na paměti, že směrovost D resp. zisk G jsou prostorově závislé parametry a proto výše uvedený vztah určuje hodnotu intenzity elektrického pole právě ve směru, pro který platí hodnota směrovosti resp. zisku. Pro amplitudu intenzity elektrického pole pak platí

$$E = \sqrt{2} \cdot E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{60P_{\rm c}D}}{r} = \frac{\sqrt{60P_{\rm l}G}}{r}$$
(3.4)

Součin *PG* je označován jako efektivní izotropicky (vzhledem k tomu, že zisk je vztažen k izotropickému zářiči) vyzářený výkon EIRP.

Jestliže vyjdeme ze vztahu pro efektivní plochu přijímací antény (viz kapitola 11)

$$A_{\rm ef} = \frac{G\lambda^2}{4\pi} \tag{3.5}$$

dostaneme na vstupu přijímací antény s danou účinností  $\eta_p$  výkon

$$P_{\rm p} = SA_{\rm ef}\eta_{\rm p} = \frac{P_{\rm v}G_{\rm v}}{4\pi r^2} \cdot \frac{G_{\rm p}\lambda^2}{4\pi}$$
(3.6)

kde *S* je hustota výkonového toku v místě příjmu

*A*<sub>ef</sub> efektivní plocha a účinnost přijímací antény

 $P_{\rm v}$ ,  $P_{\rm p}$  výkony na vstupu vysílací antény, resp. výstupu přijímací antény

G<sub>v</sub>, G<sub>p</sub> zisky vysílací a přijímací antény (v orientaci směru spoje vysílač - přijímač)

Na základě výše uvedených vztahů můžeme určit přenosovou rovnici spoje. Tedy výkon na vstupu přijímače je

$$P_{\rm p} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 \cdot G_{\rm v}G_{\rm p} \cdot P_{\rm v} \tag{3.7}$$

Z tohoto výrazu je možné určit základní přenosové ztráty poměrem  $P_p / P_v$  vztažené na jednotkové zisky obou antén (idealizované všesměrové antény). Tyto "ztráty" se nazývají ztráty volným prostorem. Definují pokles výkonu mezi dvěma idealizovanými izotropickými anténami ve volném prostoru a nesouvisí s žádným fyzikálním pochodem, který by měnil energii elektromagnetické vlny na jinou formu energie. V anglické literatuře bývají označovány téměř výhradně jako Free Space Loss  $L_{FSL}$ . Platí

$$L_0 = L_{FSL} = \left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)^2 \tag{3.8}$$

Původní vztah daný rovnicí (3.7) je idealizovaným případem platným pro šíření volným prostorem bez jakýchkoliv ztrát. Je základní rovnicí, kterou je nezbytné modifikovat pro různé modely šíření (viz dále činitel tlumení a modifikace této rovnice pro konkrétní případy šíření). V případě, že předpokládáme elektromagnetickou vlnu šířící se nad dokonale vodivou Zemí (v ohraničeném dokonale vodivou rovinou), musíme respektovat odraz poloprostoru elektromagnetické vlny a příslušnou odraženou vlnu sčítat s paprskem vlny přímé. Záleží na vzájemné diferenci v délce dráhy přímého a odraženého paprsku měřené v měřítku vlnových délek. Pokud je vlnová délka dlouhá, nepřichází do místa příjmu obě vlny s významným fázovým rozdílem a potom je možné je sčítat pouze skalárně, tedy pouze skutečné amplitudy vlny přímé a odražené. Pokud je posuv drah již význačný vzhledem k vlnové délce, je nutné sčítat komplexně, tedy jak amplitudy, tak fáze. Toto se uplatňuje zejména u velmi krátkých vln a pro relativně vysoko umístěné antény a vede to na možný interferenční charakter příjmu. Obecným případem popsaného jevu je tak zvané mnohocestné šíření s větším počtem skládaných vln. Pro určování amplitudy jednotlivých vln, které se skládají, je nutné uvažovat i skutečné tvary vyzařovací i směrové charakteristiky, tedy zisky obou antén jako prostorové funkce (obecně jsou odlišné pro paprsek přímý a paprsek odrážející se od zemského povrchu).

Elektromagnetická vlna na trase podléhá ztrátám, jejichž příčinami jsou například ztráty absorpcí a rozptylem energie (např. v a na kapkách deště), ztráty převedením části výkonu do jiné polarizace (např. depolarizace v dešti) atd. Obecně lze říci, že takové ztráty na trase jsou dány konkrétními vlastnostmi přenosového prostředí a prostorovým uspořádáním spoje. Takovéto vlivy tlumení charakterizujeme činitelem tlumení *W*. Zabudováním tohoto činitele do rovnice (3.3) dostaneme

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{30P_{\rm c}D}}{r} \cdot W = \frac{\sqrt{30P_{\rm l}G}}{r} \cdot W \tag{3.9}$$

a celkové přenosové ztráty na trase včetně ztrát "šířením volným prostorem"

$$L_{\rm c} = \frac{P_{\rm v}}{P_{\rm p}} = \left(\frac{4\pi r}{\lambda W}\right)^2 \cdot \frac{1}{G_{\rm v}G_{\rm p}}$$
(3.10)

Konkretizací činitele tlumení a uvážením dalších možných efektů při šíření v daném frekvenčním pásmu a v daném uspořádání, je možné na základě těchto vztahů vyřešit otázku šíření velké třídy případů.

## 3.1 Typy úniků a hodnocení spoje

Při šíření dochází pochopitelně ke změnám úrovně signálu, které jsou vyvolány různými vlivy. Ty závisí jak na vlastnostech přenosového prostředí, tak na povrchu, nad kterým se elektromagnetická vlna šíří, na frekvenci atd. Vzhledem k tomu, že tyto parametry jsou většinou rychleji či pomaleji časově proměnné, je přenos elektromagnetických vln statistickým problémem. Z tohoto hlediska potom můžeme návrh spojů rozdělit na spoje s časově konstantními parametry, které se v čase nemění nebo se mění pouze velice pomalu a dále na spoje s proměnnými parametry, kde dochází k rychlým časovým změnám. Proto také definujeme úniky pomalé a úniky rychlé. Pomalé úniky jsou vyvolány většinou dlouhodobými změnami počasí, které jsou převážně způsobeny hydrometeory v atmosféře. Takto vyvolané úniky mají převážně absorpční charakter, jsou frekvenčně méně závislé a proto se označují jako frekvenčně ploché úniky. Jejich negativní vliv se projevuje zejména u analogových spojů, kde se hodnotí spolehlivost spoje poklesem celkové přijímané úrovně signálu (např. na 99,999% času zabezpečení přenosu). Vzhledem ke statistice úniků (většinou z dlouhodobého experimentu) je nutné zvýšit výkon na vysílači o rezervu, kterou spotřebují právě tyto úniky. Mimoto dochází k různému skládání paprsků odražených v atmosféře od její zvrstvené struktury (může být vyvoláno např. teplotními inverzemi, anomálními změnami vlhkosti atd.), případně ke skládání paprsku přímého a odraženého od země. Takovéto úniky jsou frekvenčně silně závislé a mají interferenční charakter. Proto jsou podle konkrétní povahy označovány také jako interferenční úniky a úniky frekvenčně selektivní. Vzhledem k tomu, že atmosféra je časově nestabilní, podléhají tyto úniky často také časovým a frekvenčním změnám. Negativně se projevují zejména u digitálních spojů, kde způsobují výpadek jisté části frekvenčního spektra (často i frekvenčně pohyblivý), což vede k chybě symbolů. Pro potřeby digitálních spojů se proto testují bitovou chybou (BER - Bit Error Rate).

## 3.2 Přenosová rovnice - Friisova přenosová rovnice

Tato rovnice uvádí do souvislosti vysílaný výkon s přijatým výkonem pro dvě antény, které jsou od sebe ve vzdálenosti vzdálené zóny  $r > \frac{2d^2}{\lambda} + \lambda$  (*d* je v tomto případě největší rozměr aktivní části antény). Výkonová hustota vyzařovaná vysílací anténou jako funkce vzdálenosti *r* je

$$S_{\rm v} = \eta_{\rm v} \frac{P_{\rm v}}{4\pi r^2} \tag{3.11}$$

kde  $\eta_v$  je celková účinnost vysílací antény a

 $P_{\rm v}$  výkon dodávaný anténě.

Tento vztah bude pro obecně neizotropickou anténu možné pro daný směr vysílání ( $\vartheta_v$ ,  $\varphi_v$ ) modifikovat vztahem

$$S_{\rm v} = \frac{P_{\rm v}G_{\rm v}(\theta_{\rm v},\varphi_{\rm v})}{4\pi r^2} = \frac{\eta_{\rm v}P_{\rm v}D_{\rm v}(\theta_{\rm v},\varphi_{\rm v})}{4\pi r^2}$$
(3.12)

kde  $G_v$ ,  $D_v$  jsou zisk a směrovost v příslušném směru vysílání  $(\mathcal{P}_v, \varphi_v)$ .

Jestliže má přijímací anténa efektivní plochu (aperturu) danou pro určený směr příjmu ( $\mathcal{P}_p, \varphi_p$ ) přijímače  $A_p$ , účinnost  $\eta_p$  a směrovost  $D_p$ , tedy

$$A_{\rm p} = \eta_{\rm p} D_{\rm p}(\vartheta_{\rm p},\varphi_{\rm p}) \frac{\lambda^2}{4\pi}$$
(3.13)

pak celkové množství výkonu  $P_{\rm p}$  přijatého anténou přijímače v tomto přenosovém systému je dáno rovnicí

$$P_{\rm p} = \eta_{\rm p} \cdot D_{\rm p} \left( \vartheta_{\rm v}, \varphi_{\rm v} \right) \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot w_{\rm v} = \eta_{\rm p} \eta_{\rm v} \frac{\lambda^2 D_{\rm p} \left( \vartheta_{\rm p}, \varphi_{\rm p} \right) \cdot D_{\rm v} \left( \vartheta_{\rm v}, \varphi_{\rm v} \right) \cdot P_{\rm v}}{\left( 4\pi r \right)^2} \left| \boldsymbol{\rho}_{\rm v} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\rm p}^* \right|^2 \tag{3.14}$$

kde  $|\rho_v \cdot \rho_p^*|$  představuje polarizační ztráty dané vektory polarizace vysílané a přijímané vlny.



Obr. 3.1 Geometrie přenosu při dané orientaci vysílací a přijímací antény

Často se tato rovnice přepisuje tvarem

$$\frac{P_{\rm p}}{P_{\rm v}} = \eta_{\rm cv} \eta_{\rm dv} \eta_{\rm cp} \eta_{\rm dp} \left(1 - \left|R_{\rm p}\right|^2\right) \left(1 - \left|R_{\rm v}\right|^2\right) \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 D_{\rm v} \left(\vartheta_{\rm v}, \varphi_{\rm v}\right) \cdot D_{\rm p} \left(\vartheta_{\rm p}, \varphi_{\rm p}\right) \cdot \left|\boldsymbol{\rho}_{\rm v} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\rm p}^*\right|^2 \tag{3.15}$$

kde jsou rozepsány účinnosti  $\underline{\eta}$  na jednotlivé složky: c - vodivostní, d - dielektrické, a to u obou antén v - vysílací, p - přijímací. Situaci názorněji vysvětluje obr. 3.1.



Obr. 3.2 Geometrické uspořádání vysílače, cíle a přijímače pro radiolokační rovnici

## 3.3 Rovnice radiolokačního dosahu

Podle obr. 3.2 označíme  $\sigma$  efektivní odraznou plochu cíle pro radarový odraz (RCS - Radar Cross Section, echo area). Tuto veličinu interpretujeme takovou plochou, která při izotropickém rozptylu (do všech směrů se energie rozptyluje stejně) dává na přijímači stejnou výkonovou hustotu jako rozptyl od skutečného radiolokačního cíle. Platilo by tedy

$$\lim_{r \to \infty} \left[ \frac{\sigma S_i}{4\pi r^2} \right] = S_r \tag{3.16}$$

(3.17)

a odtud je odrazná plocha cíle dána vztahem

$$\sigma = \lim_{r \to \infty} \left[ 4\pi r^2 \frac{S_r}{S_i} \right]$$

kde  $\sigma$  je efektivní plocha odrazu

*r* vzdálenost antény pozorovatele od cíle

S<sub>i</sub> dopadající výkonová hustota

### *S*<sub>r</sub> rozptýlená výkonová hustota.

Výkon  $P_{\rm c}$  dopadající na cíl z dopadající výkonové hustoty  $S_{\rm i}$  na cíl vyjádříme vztahem

$$P_{\rm c} = \sigma \cdot S_{\rm v} = \sigma \cdot \frac{P_{\rm v} G_{\rm v} \left(\vartheta_{\rm v}, \varphi_{\rm v}\right)}{4\pi r_{\rm i}^2} = \eta \cdot \sigma \frac{P_{\rm v} D_{\rm v} \left(\vartheta_{\rm v}, \varphi_{\rm v}\right)}{4\pi r_{\rm i}^2} \tag{3.18}$$

kde  $r_1$  je vzdálenost cíle od vysílače.

V případě, že cíl rozptyluje izotropicky, bude rozptýlená výkonová hustota od rozptylujícího cíle

$$S_{\rm r} = \frac{P_{\rm c}}{4\pi r_2^2} = \eta_{\rm v} \cdot \sigma \cdot \frac{P_{\rm v} D_{\rm v} \left(\theta_{\rm v}, \varphi_{\rm v}\right)}{\left(4\pi r_1 r_2\right)^2}$$
(3.19)

a velikost výkonu na zátěži přijímače s efektivní plochou přijímací antény  $A_p$  bude

$$P_{\rm p} = A_{\rm p} S_{\rm r} \left| \boldsymbol{\rho}_{\rm r} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\rm p}^{*} \right|^{2} = \eta_{\rm v} \eta_{\rm p} \sigma \cdot \frac{P_{\rm v} D_{\rm v} \left( \mathcal{G}_{\rm v}, \boldsymbol{\varphi}_{\rm v} \right) \cdot D_{\rm p} \left( \mathcal{G}_{\rm p}, \boldsymbol{\varphi}_{\rm p} \right)}{4\pi} \left( \frac{\lambda}{4\pi r_{\rm i} r_{\rm 2}} \right)^{2} \left| \boldsymbol{\rho}_{\rm r} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\rm p}^{*} \right|^{2}$$

$$\frac{P_{\rm p}}{P_{\rm v}} = \eta_{cv}\eta_{\rm dv}\eta_{\rm cp}\eta_{\rm dp}\left(1 - \left|R_{\rm v}\right|^2\right)\left(1 - \left|R_{\rm p}\right|^2\right)\sigma\frac{D_{\rm v}\left(\vartheta_{\rm v},\varphi_{\rm v}\right)\cdot D_{\rm p}\left(\vartheta_{\rm p},\varphi_{\rm p}\right)}{4\pi}\left(\frac{\lambda}{4\pi r_1 r_2}\right)\left|\boldsymbol{\rho}_{\rm r}\cdot\boldsymbol{\rho}_{\rm p}^*\right|^2 \tag{3.21}$$

kde  $\rho_{\rm r}$  je polarizace (jednotkový vektor) rozptýlené vlny

 $\rho_{\rm p}$  polarizace přijímací antény (\* značí komplexně sdružený vektor)

 $r_1$ ,  $r_2$  jsou vzdálenosti cíle od antény zdroje vlny a antény pozorovatele od cíle

Tuto rovnici označujeme jako rovnici radiolokačního dosahu (radiolokační rovnici - radar range equation). Význam symbolů názorně ukazuje obr. 3.2.

# 4. Šíření přízemních vln

## 4.1 Přízemní vlny nad rovinnou Zemí

Přízemní neboli povrchové vlny se šíří podél rozhraní Země - vzduch. Vzhledem k difrakci (ohybu) do jisté míry taková vlna sleduje pozvolné terénní nerovnosti a zakřivení zemského povrchu. V praxi však většinou pro ně předpokládáme rovinné rozhraní mezi Zemí a vzduchem. Pro vybuzení skutečně povrchových vln je nutné antény umístit v elektricky malé výšce nad Zemí (elektrickou délkou se rozumí míry měřené v měřítku vlnových délek použité vlny). V praxi se jedná především o vertikálně polarizovanou vlnu buzenou anténou ve výšce do 0,5  $\lambda$ . V tomto případě můžeme předpokládat, že povrch Země je většinou velmi dobře vodivý (uvedenou podmínku splňují zejména střední a dlouhé vlny) a fázový rozdíl drah přímého a odraženého paprsku je malý vůči vlnové délce. Pak je možné vyjádřit efektivní hodnotu intenzity elektrického pole v místě příjmu z rovnice (3.3) s tím, že uvažujeme anténu vysílače s výkonem *P*, která se zrcadlí přes tuto rovinu povrchu Země. Potom je vlastně celkový výkon na vysílací straně 2*P* a rovnice (3.3) přejde na tvar

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{30 \cdot 2PD}}{r} \cdot \sqrt{2} \tag{4.1}$$

Van der Pol doplnil tento vztah opravným multiplikačním faktorem, který bývá označován jako činitel tlumení W. Tento činitel je pro dokonale vodivou půdu roven 1. Obecně je závislý na parametrech půdy ( $\sigma$  a  $\varepsilon$ ), na vlnové délce  $\lambda$  a na vzdálenosti r. Je určen integrálním výrazem, kde parametr  $\rho$  je tzv. numerická vzdálenost. Platí

$$W(\rho) = 1 - 2\sqrt{(\rho)} e^{-\rho} \int_{-j\infty}^{\sqrt{\rho}} e^{\alpha^2} d\alpha \quad (0 < W \le 1)$$
(4.2)

Numerická vzdálenost  $\rho$  je dána výrazem

$$\rho = j \frac{\pi r}{\lambda(\varepsilon_r - j \cdot 60\lambda\sigma)}$$

$$E_{ef} = \frac{\sqrt{30P_1G}}{r} \cdot \sqrt{2} \cdot W$$

$$(4.3)$$

Vzhledem k tomu, že veličina W z rovnice (4.2) může být obecně komplexní, je nutné pro další její využití jako činitele tlumení ve výpočtech použít její absolutní hodnotu. Pro praktické využití je možné využít grafů, ve kterých je numerická vzdálenost  $\rho$  nahrazena komplexní veličinou X.

$$X = x \cdot e^{j\alpha} = \frac{\pi r}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon_{\rm kr} - 1}{\varepsilon_{\rm kr}^2}$$
(4.5)

kde

$$x = \frac{\pi r}{\lambda} \left| \frac{\varepsilon_{\rm kr} - 1}{\varepsilon_{\rm kr}^2} \right| = \frac{\pi r}{\lambda} \frac{\sqrt{\left[ \left( \varepsilon_{\rm kr} - 1 \right)^2 + \left( 60\lambda\sigma \right)^2 \right]}}{\varepsilon_{\rm kr}^2 + \left( 60\lambda\sigma \right)^2}$$
(4.6)

Činitel tlumení W je též možno spočítat podle interpolačního vzorce

$$W = \frac{2+0.3x}{2+x+0.6x^2} \tag{4.7}$$

V případě, kdy numerická vzdálenost x je větší než 25 můžeme tento vztah ještě zjednodušit na

$$W = \frac{1}{2x} \tag{4.8}$$

Jak již bylo upozorněno, uvedený vztah s příslušným vztahem pro numerickou vzdálenost platí pro vertikální složky intenzity elektrického pole při příjmu u zemského povrchu a v takových vzdálenostech od vysílače, kdy lze zanedbat vliv zakřivení Země.

Pro případ antény vysílající horizontální polarizaci, je nutné použít jiné vztahy. Pokud považujeme Zemi za dokonale vodivou, pak by pro horizontální polarizaci měla být intenzita na povrchu Země v místě příjmu nulová. Vzhledem ke konečné vodivosti Země však zrcadlový obraz není plně symetrický, takže i na povrchu Země bude jistá konečná hodnota horizontální složky intenzity elektromagnetického pole. Dále ještě polovodivý povrch Země způsobí tlumení horizontálně polarizované vlny. Pro tento případ (horizontální polarizace) je numerická vzdálenost

$$x = \frac{\pi r}{\lambda} \sqrt{\left[ \left( \varepsilon_{\rm kr} - 1 \right)^2 + \left( 60\lambda\sigma \right)^2 \right]}$$
(4.9)

Závislost modulu činitele tlumení W na parametru x pro různé druhy půdy dané činitelem  $Q = \frac{\sigma}{\sigma c}$  je na obr. 4.1.



Obr. 4.1 Závislost |W| na parametru x s parametrizací činitelem Q

Pro konkrétní případy frekvence a typu povrchu Země, nad kterým se vlna šíří, existují doporučené soubory spádových křivek, které byly přijaty mezinárodní organizací ITU-R (dříve CCIR). Ukázka je na obr. 4.2, který platí pro krátkou vertikálně orientovanou anténu délky  $\lambda/4$ , umístěnou na povrchu Země a pro referenční vyzářený výkon 1 kW.



Obr. 4.2 Spádové křivky pro určení intenzity elektrického pole přízemní vlny

Porovnáním s experimenty bylo konstatováno, že uvedený postup pro určení přízemní povrchové vlny je možno použít pro dlouhé a střední vlny, zhruba do vzdálenosti 400 km, v pásmu krátkých vln zhruba do 100 km a v pásmu velmi krátkých vln asi do 10 km (stále se jedná o vlnu šířící se podél rozhraní Země - vzduch. Protože útlum povrchové vlny roste s frekvencí, je tento mechanismus šíření využíván spíše pouze do frekvencí řádu jednotek MHz. Proto klasickou doménou využití povrchově šířených vln jsou dlouhé a střední vlny (dlouhovlnný a středovlnný rozhlas).

## 4.2 Šíření přízemní vlny nad kulovým povrchem Země

Při šíření dlouhých a středních vln podél povrchu Země je jejich útlum poměrně malý. Vzhledem k tomu, že výkony těchto vysílačů jsou obvykle značné, je možné zajistit příjem na těchto vlnových délkách i na relativně velké vzdálenosti, kde se však již uplatňuje zakřivení povrchu Země. Takovou situaci znázorňuje obr. 4.3, kde celou trasu radiového spoje je možné rozdělit na oblast ozářenou signálem, dále na oblast, která je v radiovém stínu a mezilehlou oblast, kterou označujeme jako polostín. V oblasti ozářené obvykle postupujeme při určení výsledné intenzity elektrického pole skládáním součtu intenzit vlny přímé a odražené od Země (proto tuto oblast často označujeme jako oblast interferenční, kde interferují přímá a odražená vlna). Toto již nelze použít v oblasti polostínu a stínu, kde se jedná o šíření ohybem a oblast je tedy označována jako difrakční.



Obr. 4.3 Specifikace oblastí pro šíření povrchové vlny nad kulovým povrchem Země  $(r_0 \text{ je vzdálenost přímé viditelnosti})$ 

S přesností do 10% je možné využít původní Van der Polův vzorec jenom do vzdálenosti

$$r \le r_{\max r} = 7\lambda^{1/3}$$
 [km; m] (4.10)

Ve větších vzdálenostech má už šíření přízemních vln difrakční charakter a intenzita elektrického pole se zmenšuje se vzdáleností mnohem rychleji, než je tomu v přímo ozářené oblasti. Vztah pro určení intenzity elektrického pole od vertikálního dipólu umístěného na zemském povrchu při respektování zakřivení Země má analogický tvar s (4.4) a lze psát

$$E_{ef} = \frac{\sqrt{30P_cD}}{r} \cdot V = \frac{\sqrt{30P_1G}}{r} \cdot V \tag{4.11}$$

kde V je činitel tlumení v případě kulového zemského povrchu. Můžeme jej vyjádřit ve tvaru

$$V = \sqrt{\left(-j\pi A\Theta\right)} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{-jA\Theta t_s}}{t_s - q^2}$$
(4.12)

kde Θ je středový úhel mezi vysílačem a přijímačem

jsou kořeny rovnice w(t)=qw'(t), kde w(t) je Airyho funkce

$$A = \sqrt[3]{\frac{\pi R_z}{\lambda}} = \frac{271}{\lambda^{1/3}} \qquad [m]$$
(4.13)

R<sub>z</sub> je poloměr Země 6378 km

$$q = \frac{A}{j\sqrt{\varepsilon_{k}}} = \frac{35e^{-j(\pi/4)}}{\lambda^{5/6}\sigma^{1/2}} \qquad [m, S/m]$$
(4.14)

Ve velkých vzdálenostech (tedy pro oblast stínu), kde

$$r \ge r_{\min k} = R_z / A = 23.5\lambda^{1/3}$$
 [km, m], (4.15)

řada (4.12) rychle konverguje a lze ji nahradit jejím prvním členem.

$$|V| = \sqrt{(4AQ)} \frac{e^{jQ \, \text{Im}\,t_1}}{\left|t_1 - q^2\right|} \tag{4.16}$$

Kořen  $t_1 = \text{Re}t_1 + j\text{Im}t_1$  můžeme určit buď z grafu na obr. 4.4, nebo z přibližných vzorců

$$t_1(q) = 0,51 - j0,88 - (0,25 + j0,95)|q| \text{ pro } |q \le 0,5|$$
 (4.17)

$$t_1(q) = 1,17 - j2,03 + \frac{0,71(1+j)}{|q|} \text{ pro } |q \ge 2|$$
  
(4.18)

Nejobtížnější je však určení intenzity elektrického pole v oblasti polostínu, kdy nemůžeme použít ani vzorec pro rovinný zemský povrch, ani jednodušší vzorec (4.16). To nastává v případě, kdy  $r_{\text{maxr}} < r < r_{\text{mink}}$ . Potom musíme k výpočtu použít složitější vztah (4.12).



Obr. 4.4 Určení kořenů Airyho funkce

## 4.3 Šíření přízemních vln nad nehomogenní půdou

Komplikovaným obecným a případem, se kterým se však v praxi setkáme nejčastěji, je šíření nad terénem s různými druhy půdy, pokrytím, zástavbou atd. Metodicky si ukážeme jeden z možných přístupů k řešení při šíření nad dvěma různými druhy terénu. Schématicky je situace znázorněna na obr 4.5. V místě A uvažujeme vysílač, přijímač je v místě C. Bod B tvoří ostrou hranici rozhraní mezi oběma prostředími. Metody pro řešení jsou např. metoda fiktivní vzdálenosti nebo metoda fiktivního výkonu. Ta vychází z předpokladu nezávislosti tlumení v jednotlivých úsecích trasy. V místě B určíme velikost pole jako

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{60P_{\rm AB}G}}{r_{\rm AB}} \cdot \left| W_{\rm AB, r_{\rm AB}} \right|$$

kde  $W_{AB,r,n}$  je tlumení prostředí na trase AB pro délku trasy  $r_{AB}$ 

Pokud by na tomto úseku však bylo prostředí s útlumem  $W_{BC}$  bylo by nutné mít výkon vysílače  $P_{BC}$  aby se v místě B opět dosáhla stejná intenzita elektrického pole

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{60P_{\rm BC}G}}{r_{\rm AB}} \cdot \left| W_{\rm BC,r_{\rm AB}} \right| \tag{4.20}$$

kde  $W_{\mathrm{BC},r_{\mathrm{AB}}}$ 

je tlumení prostředí na trase BC opět pro délku trasy  $r_{AB}$ 

Obr. 4.5 Šíření nad nehomogenní zemí

Pak je možné určit fiktivní výkon, který by v místě přijímače C vytvořil stejnou velikost pole, jako kdyby se vlna šířila pouze nad prostředím s vlastnostmi půdy úseku BC.

Z rovnosti (4.19) a (4.20) dostaneme

1

$$P_{\rm BC} = P_{\rm AB} \cdot \frac{\left| W_{\rm AB}, r_{\rm AB} \right|^2}{\left| W_{\rm BC}, r_{\rm AB} \right|^2} \tag{4.21}$$

Dále již vypočítáme přímo intenzitu elektrického pole v místě přijímače C z fiktivního výkonu P v místě A za předpokladu, že celá délka spoje  $r_1 + r_2$  je tvořena prostředím s činitelem tlumení trasy  $W_{BC}$ .

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{60P_{\rm BC}G}}{r_{\rm AB} + r_{\rm BC}} \cdot \left| W_{\rm BC, r_{\rm AB} + r_{\rm BC}} \right| \tag{4.22}$$

a po dosazení z rovnic (4.22), (4.21) dostaneme

$$E_{\rm ef} = \frac{\sqrt{60P_{\rm BC}G}}{r_{\rm AB} + r_{\rm BC}} \cdot \frac{\left| \mathcal{W}_{\rm AB}, r_{\rm AB} \right| \cdot \left| \mathcal{W}_{\rm BC}, r_{\rm AB} + r_{\rm BC} \right|}{\left| W_{\rm BC}, r_{\rm AB} \right|}$$
(4.23)

Praxe ukazuje, že poměrně dobrá shoda byla dosažena při vlnových délkách nad 600 m a při poměrně nevelkých rozdílech v parametrech obou prostředí. Mimoto nesplňuje uvedený postup reciprocitu v záměně přijímače za vysílač. Toto je možné odstranit rovnicí

$$E = \sqrt{\left(E_{\rm C} E_{\rm A}\right)} \tag{4.24}$$

kde  $E_{\rm C}$  je intenzita pole určená metodou fiktivního výkonu v bodě C

 $E_{\rm A}$  je intenzita pole určená stejnou metodou v bodě A za předpokladu, že si vysílač a přijímač vzájemně vyměnily místa.

## 4.4 Skládání přízemní vlny přímé s odraženou

Při šíření na trasách vedoucích podél povrchu Země je často výsledné pole dáno součtem vlny přímé a odražené. Tuto situaci znázorňuje obrázek 4.5.



Obr. 4.5 Šíření přízemních přímých a odražených vln, základní geometrie

Rozdíl fází je dán rozdílem délek drah

$$\Delta \varphi = k (r_2 - r_1) \tag{4.25}$$

Tento efekt fází je zanedbatelný pro dlouhé a střední vlny, je však zásadní pro šíření VKV a kratší vlny.



Obr. 4.6 Určení přímé viditelnosti

Hranice přímé optické viditelnosti, kdy se paprsek  $r_1$  právě dotkne vrchlíku Země (obr. 4.6) je

$$r_0 = \sqrt{2R_z} \left( \sqrt{h_1} + \sqrt{h_2} \right)$$
(4.26)

$$r_0 = 3,54\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right)$$
 [km; m] (4.27)

Vzhledem k atmosférickému lomu se však paprsky zakřivují. Vyjádříme-li tak zvanou standardní atmosféru efektivním poloměrem země  $R_{ef} = 1,33R_z = 8500$  km dostaneme

$$r_0 = 4,12\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right)$$
 [km; m] (4.28)

### 4.4.1 Šíření přímé a odražené vlny nad rovinným povrchem Země

Komplexní amplituda součtové vlny v místě přijímače je dána vztahem

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_{1} + \boldsymbol{E}_{2} = \frac{\sqrt{60P_{1}G_{1}}}{r_{1}} e^{-jkr_{1}} \boldsymbol{\rho}_{1} + \frac{\sqrt{60P_{1}G_{2}}}{r_{2}} \boldsymbol{R} \boldsymbol{\rho}_{2} e^{-jkr_{2}}$$
(4.29)

kde  $\rho_1, \rho_2$  jsou polarizační vektory  $|\rho| = 1$  vlny přímé a odražené

**R** je komplexní činitel odrazu od země

Za předpokladu, že je spoj dlouhý, lze předpokládat  $r_1 = r_2$  pro amplitudy a  $\rho_1 = \rho_2$  (platí pouze pro kolmou - tedy horizontální polarizaci. Rovněž předpokládejme, že zisk vysílací antény je stejný pro paprsek přímý i odražený. Pak (4.29) přejde na

$$E = \frac{\sqrt{60P_1G_1}}{r} e^{-jkr_1} \rho \Big[ 1 + |\mathbf{R}| e^{-j(k\Delta r + \beta)} \Big] = E_1 \cdot F$$
(4.30)

Pro určení výsledného pole potřebujeme znát  $\Delta r$  a R. Podle geometrie z obrázku určíme pro malé úhly  $\gamma$ 

$$tg\gamma \doteq \gamma = \frac{h_1 + h_2}{r}$$
(4.31)

$$r_{1} = \sqrt{r^{2} + (h_{1} - h_{2})^{2}} = r \left[ 1 + \left(\frac{h_{1} - h_{2}}{r}\right)^{2} \right]^{1/2} \doteq r + \frac{h_{1}^{2} - 2h_{1}h_{2} + h_{2}^{2}}{2r}$$
(4.32)

$$r_{2} = \sqrt{r^{2} + (h_{1} + h_{2})^{2}} = r \left[ 1 + \left(\frac{h_{1} + h_{2}}{r}\right)^{2} \right]^{1/2} \doteq r + \frac{h_{1}^{2} + 2h_{1}h_{2} + h_{2}^{2}}{2r}$$
(4.33)

$$\Delta r = r_2 - r_1 \doteq \frac{2h_1h_2}{r}$$
(4.34)

Činitel F je pak z rovnice (4.30) možné vyjádřit

$$F = \sqrt{1 + 2\left|\boldsymbol{R}\right| \cos\left(\beta + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right) + \left|\boldsymbol{R}\right|^2}$$
(4.35)

Extrémy činitele F určíme pro

$$\cos\left(\beta + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right) = \pm 1$$



Obr. 4.7 Geometrie určení elevačního úhlu

Úroveň signálu se mění s činitelem F podle obr. 4.8. Sledujeme-li situaci z přibližování se vysílači (z velké vzdálenosti r), bude signál nejprve monotónně narůstat a pak oscilovat mezi oblými maximy a ostrými minimy. Tyto interferenční jevy se budou stále rychleji opakovat s přibližováním se k vysílači. To je způsobeno rychlejší změnou  $\Delta r$ .

Minima a maxima budou ohraničena křivkami F = (1 + R) a F = (1 - R). Tato maxima nebudou stejná, protože se mění činitel odrazu s elevačním úhlem (při přibližování se vysílači).

Polohy maxim budou dány podle (4.36) vztahem ( $n = 0, 1, 2 \dots$ )

$$r_{\max} = \frac{4h_1h_2}{\lambda(n+1)} \tag{4.37}$$

tedy 1. maximum je ve vzdálenosti ("nejdále od vysílače)

$$r_{1\max} = \frac{4h_1h_2}{\lambda} \tag{4.38}$$

Podrobně minima budou  $(n = 0, 1, 2 \dots)$ 

$$r_{\min} = \frac{2h_1h_2}{\lambda(1+n)} \tag{4.39}$$

Vztah (4.35) lze často zjednodušit. Pro malé elevační úlohy a zejména pro horizontální polarizaci platí R = 1,  $\beta = 180^{\circ}$ . Pak z (4.35) dostaneme

$$F = 2 \left| \sin \frac{\pi}{\lambda} \Delta r \right| = 2 \left| \sin \frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \right|$$
(4.40)

Často se používají další zjednodušující kriteria. Pokud je argument funkce sinus v (4.40) menší než 20°, pak se jím nahrazuje hodnota celé goniometrické funkce ve vztahu (4.40) a dostaneme

$$F \doteq \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r} \tag{4.41}$$

51

(4.36)

za podmínky

 $\frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r} < \frac{\pi}{9} \implies h_1 h_2 \le \frac{r\lambda}{18} \quad \text{tento vztah plati pro } r_{1\max} \ge 4,5 \ r - \text{viz obr. } 4.8.$ 



Obr. 4.8 Závislost činitele F při přibližování se vysílači

#### 4.4.2 Šíření vln nad kulovým povrchem v ozářené oblasti

Situaci znázorňuje obr. 4.9. Ozářená oblast je uvažována do 0,8 vzdálenosti přímé viditelnosti. Výšky antén jsou však již částečně pod obzorem a proto je nutné spočítat jejich redukované výšky  $h'_1$  a  $h'_2$ . Vzhledem k tomu, že ve skutečnosti by na obrázku 4.9 měly být  $h_1 || h'_1$  a  $h_2$   $|| h'_2$ , můžeme psát (obr. 4.9 není možné nakreslit zde správně v měřítku)

$$h_1' = h_1 - \Delta h$$
$$h_2' = h_2 - \Delta h$$
$$\cos \alpha = \frac{R_z}{R_z + \Delta h_1} = 1 - \frac{\Delta h_1}{R_z}$$

pro malé  $\alpha$  je

$$\cos\alpha \doteq 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

a odtud

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\Delta h_1}{R_z}} \Longrightarrow \Delta h_1 = \frac{r_1^2}{2R_z}$$

a podobně

$$\Delta h_2 = \frac{r_2^2}{2R_z}$$

Pak redukované výšky antén jsou

$$h_1' = h_1 - \frac{r_1^2}{2R_z}$$

(4.42)

$$h_2' = h_1 - \frac{r_2^2}{2R_2}$$

kde  $R_z = 6378$  km.



Obr. 4.9 Šíření nad kulovým povrchem země

Dále je třeba určit polohu bodu odrazu (viz obr. 4.9). Platí  $r = r_1 + r_2$  a

$$tg\gamma \doteq \frac{h_1 - \frac{r_1^2}{2R_z}}{r_1} = \frac{h_2 - \frac{r_2^2}{2R_z}}{r_2}$$
(4.44)

Pak dostaneme pro  $r_1$  (analogicky pro  $r_2$ ) rovnice

$$2r_1^3 - 3rr_1^2 + \left(r^2 - 2R_zh_1 - 2R_zh_2\right)r_1 + 2R_zh_1 = 0$$
(4.45)

V obecném případě je nutné řešit tuto kubickou rovnici. Zjednodušení je možné pro malé r

$$h_1 >> \frac{r_1^2}{2R_z} \qquad h_2 >> \frac{r_2^2}{2R_z}$$

pak

$$r_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2} r \qquad r_2 = \frac{h_2}{h_1 + h_2} r \tag{4.46}$$

pro případ velkých vzdáleností je elevační úhel  $\gamma$  malý a dostaneme

$$r_{1} = \frac{\sqrt{h_{1}}}{\sqrt{h_{1}} + \sqrt{h_{2}}} r \qquad r_{2} = \frac{\sqrt{h_{2}}}{\sqrt{h_{1}} + \sqrt{h_{2}}} r$$
(4.47)



Obr. 4.10 Závislosti veličin  $U_1(x), V_1(y_1), V_1(y_2)$ 

(4.43)

#### 4.4.3 Šíření nad kulovým povrchem Země v oblasti polostínu

Pro tuto oblast platí  $r > 0.8 r_0$ . Intenzitu pole je v tomto případě nutné určit na základě difrakce. Praktický postup je možné založit na zjednodušené Fokově teorii. Tento postup platí pro horizontální polarizaci pro  $\lambda < 10$  m a pro vertikální polarizaci pro  $\lambda < 1$  m. Činitel *F* je podle tohoto Fokova přístupu možné vyjádřit jako součin tří funkcí

$$F = U_1(x) \cdot V_1(y_1) \cdot V_1(y_2)$$

$$x = \frac{r}{L} \quad y_2 = \frac{h_1}{H} \quad y_2 = \frac{h_2}{H}$$

$$L = \left(\frac{\lambda R_z^2}{\pi}\right) \qquad [m] \qquad \qquad H = \frac{1}{2} \left(\frac{R_z \lambda}{\pi^2}\right)^{1/3} \qquad [m]$$

$$R_{z} = 6,378 \cdot 10^{6} \text{ m}$$

Hodnoty součinových veličin, U,  $V_1$  je též možné získat z grafu na obr. 4.10

#### 4.4.4 Kritéria drsnosti zemského povrchu

Tato kritéria se uvažují v oblasti ozáření  $r < 0,8 r_0$ . Na drsném terénu nedochází ke klasickému odrazu (zrcadlovému) ale dojde k difúznímu odrazu - viz obr. 4.11.

Největší rozdíl fází mezi odraženými vlnami na obr. 4.12 je mezi paprskem 1 a 2

$$\Delta \varphi = k \cdot 2h \sin \gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2h \sin \gamma = \frac{4\pi h}{\lambda} \sin \gamma \tag{4.49}$$

pro  $\Delta \varphi \ge \frac{\pi}{2}$  se považuje povrch za drsný. Toto bývá označováno jako Rayleighovo kritérium drsnosti, které bývá uváděno i s jinými hodnotami limitního fázového posuvu. Ve výše uvedeném kritériu bude kritérium hladkého povrchu

$$h\langle \frac{\lambda}{8\sin\gamma} \tag{4.50}$$

V tomto není zahrnut vliv polarizace a je ho obecně nutno považovat za přibližné.



Obr. 4.11 Difúzní odraz od drsného povrchu

# 5. Šíření elektromagnetických vln v troposféře

## 5.1 Fyzikální vlastnosti troposféry

Troposféra je spodní část atmosféry, která v našich zeměpisných šířkách dosahuje výšky 10 - 12 km, v oblasti rovníku sahá do výšky 16 až 18 km. Je oblastí konstantního procentního složení atmosféry, které se s výškou prakticky nemění. Jedinou výjimkou jsou vodní páry. Troposféra je oblastí, kde probíhá značné množství meteorologických dějů. Ty jsou provázeny zejména srážením vodní páry a vznikem oblaků s různým stupněm nasycení. Proto také parametry troposféry jsou dány zejména teplotou, vlhkostí a tlakem. Všechny tyto parametry se podstatným způsobem uplatňují na šíření radiových vln. Průchodem velmi krátkých vln troposférou dochází k zakřivení drah jejich paprsků, k rozptylu na nehomogenitách troposféry, zejména na hydrometeorech. Dochází též k útlumu radiových vln absorpcí i vícenásobným šířením atd. Velmi důležité je proto určení základních vztahů mezi elektrickými a meteorologickými parametry troposféry. Každý z plynů, které tvoří troposféru, má jiné elektrické vlastnosti (permitivitu a vodivost). Kromě pásma velmi krátkých vln je však vodivost plynů v troposfére zanedbatelná. V pásmech centimetrových a milimetrových vln se však již začíná uplatňovat rozptyl, projevuje se tedy frekvenční závislost elektrických vlastností jednotlivých složkových plynů a vodivost troposféry již není možné zanedbat.

Teplota troposféry klesá s narůstající výškou. Průměrná hodnota vertikálního teplotního gradientu je -0,55 °C/100 m výšky, průměrná roční teplota v horní části troposféry je v polární oblasti asi -55 °C a v rovníkové oblasti -80 °C. Tlak na zemském povrchu má průměrnou hodnotu 0,1014 MPa. Pro účely návrhu spojů je možné vyjít z definice standardní troposféry s výškou 11 km, která má na hranici moře tlak 0,1013 MPa, teplotu 15 °C a relativní vlhkost 60%. Tlak standardní troposféry klesá o 0,0012 MPa a teplota klesá o 0,55 °C na 100 m výšky. Relativní vlhkost standardní troposféry uvažujeme nezávislou na výšce.

## 5.2 Index Iomu troposféry, trajektorie šíření

Index lomu troposféry n závisí na všech výše zmíněných veličinách, tedy na atmosférickém tlaku, teplotě a vlhkosti. Jeho hodnota se pohybuje nepatrně nad jednotkou a proto se zavádějí jednotky modifikovaného indexu lomu N citlivějším vztahem

 $N = (n-1) \cdot 10^6 \tag{5.1}$ 

Průměrná hodnota relativního indexu lomu je n = 1,000325, což je v N jednotkách 325. Obecný vztah pro index lomu v N jednotkách je dán rovnicí

$$N = \frac{77.6}{T} \left( p + \frac{4810e}{T} \right) \tag{5.2}$$

kde T je teplota vzduchu v K,

*p* celkový tlak vzduchu v hPa,

*e* tlak vodních par anebo absolutní vlhkost v hPa.

Skutečná troposféra se v jednotlivých výškách a v závislosti na konkrétní meteorologické situaci liší od standardní troposféry. Na povrchu Země nabývá relativní index lomu hodnot od 1,00026 do 1,00046. Na horní hranici troposféry je 1,00011. Absolutní změny indexu lomu jsou velmi malé, nicméně dostačují, aby se trajektorie paprsků dostatečně lišily od přímky. Radiové vlny se tedy v troposféře vlivem proměnného indexu lomu šíří po obecně křivočarých trajektoriích v souladu s Fermatovým principem po tzv. opticky nejkratší dráze, což znamená, že se do daného místa vlna dostane v nejkratším čase. Dráha paprsku tedy prochází místy, kde je rychlost rádiových vln větší. Rychlost je dána poměrem c/n. Elektromagnetické vlny se pak budou zakřivovat podle Snellova zákona lomu. Gradient přírůstku indexu lomu s výškou standardní troposféry je

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h} = -4 \cdot 10^{-2} \qquad [\mathrm{m}^{-1}] \tag{5.3}$$

K výraznému odchýlení od přímky dochází zejména u paprsků šířících se pod malými elevačními úhly. Uvažujme vrstvu troposféry o tloušťce dh podle obr. 5.1. Tato vrstva má konstantní hodnotu N. Na dolní hranici je vrstva s indexem lomu n, na horní hranici je index lomu n + dn. Hledáme poloměr křivosti trajektorie podle vztahu

$$R_{\rm k} = \frac{\overline{AB}}{\mathrm{d}\varphi} \tag{5.4}$$



Obr. 5.1 Určení poloměru křivosti dráhy paprsku

Z trojúhelníku ABC dostaneme

$$\overline{AB} = \frac{dh}{\cos(\varphi + d\varphi)} = \frac{dh}{\cos\varphi}$$

Potom

$$R_{\rm k} = \frac{{\rm d}h}{\cos\varphi\,{\rm d}\varphi}$$

Podle Snellova zákona pro každé rozhraní platí

$$n\sin\varphi = (n + dn)\sin(\sin\varphi + dn)$$

56

(5.6)

(5.7)

(5.5)

Po úpravě pravé strany této rovnice a zanedbání členů s druhými dostaneme vztah

$$n\sin\varphi = (n+dn)\sin(\varphi+dn)$$
(5.8)

anebo

$$\cos\varphi \,\mathrm{d}\varphi = \frac{-\sin\varphi \,\mathrm{d}n}{n} \tag{5.9}$$

Po dosazení do rovnice (5.6)

$$R_{\rm k} = \frac{n}{\sin\varphi\left(-\frac{{\rm d}n}{{\rm d}h}\right)} \tag{5.10}$$

V čitateli tohoto výrazu je možno bez vlivu na přesnost výpočtu předpokládat, že n = 1. Kromě toho v praxi jsou elevační úhly  $\gamma$  velmi malé  $\gamma = (90^{\circ} - \varphi) \rightarrow 0$  proto sin  $\varphi \rightarrow 1$ .

Potom

$$R_{\rm k} \stackrel{\cdot}{=} \frac{1}{-\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}h}} = \frac{10^6}{-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h}} \tag{5.11}$$

Ze vztahu je vidět, že poloměr křivosti nezávisí na absolutní hodnotě indexu lomu, ale závisí na změně jeho přírůstku s výškou. Znaménko minus říká, že  $R_k$  může být kladné jen tehdy, když index lomu s narůstající výškou klesá. V takovém případě zakřivení paprsku bude konvexní. Ve standardní troposféře s definovaným gradientem dN/dh se elektromagnetické vlny budou šířit po oblouku, který má poloměr křivosti

$$R_{\rm k} = \frac{10^{\circ}}{4 \cdot 10^{-2}} = 2,5 \cdot 10^7 \,{\rm m} = 25000 \,{\rm km}$$

Abychom při šíření nad zemským povrchem nemuseli brát v úvahu zakřivení dráhy paprsků, je možno skutečný zemský poloměr nahradit ekvivalentním poloměrem tak, že elektromagnetické vlny se budou nad takovým povrchem šířit přímočaře (obr. 5.2). Ekvivalentní poloměr Země vypočítáme takto: v analytické geometrii je relativní křivost definovaná jako rozdíl  $\frac{1}{R_z} - \frac{1}{R_k}$ . Pro

transformaci trajektorie paprsku na přímku (kružnice s nekonečným poloměrem) musí platit

$$\frac{1}{R_{\rm z}} - \frac{1}{R_{\rm k}} = \frac{1}{R_{\rm e}} - \frac{1}{\infty}$$
(5.12)

a odkud ekvivalentní poloměr Země je

$$R_{\rm e} = \frac{R_{\rm z}}{1 - \frac{R_{\rm z}}{R_{\rm k}}} \tag{5.13}$$

Dosad'me rovnici (5.11) do rovnice (5.13). Potom



(5.14)

Obr. 5.2 Transformace paprsků pro výpočet ekvivalentního poloměru Země (a - skutečnost, b - transformace)

Označme poměr

$$\frac{R_{\rm e}}{R_{\rm z}} = k_{\rm ef} = \frac{1}{1 + R_{\rm z}} \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h} 10^{-6}$$
(5.15)

Pro standardní atmosféru je ekvivalentní poloměr Země

 $R_e = 8500 \text{ km}$  a  $k_e = 4/3$ .

Nyní vysvětlíme fyzikální význam těchto transformací. Ve skutečné atmosféře nad skutečnou zeměkoulí je křivá jak trajektorie paprsku, tak povrch zeměkoule. Výška bodu trajektorie nad povrchem země je v každém bodě jiná. Vyrovnáme-li nyní povrch Země a naneseme-li na něj tyto výšky v každém bodě, zachovali jsme tuto relativní křivost, avšak vznikne trajektorie jiného tvaru, která odpovídá určitému průběhu indexu lomu. Vyrovnáme-li naopak trajektorie, což odpovídá konstantímu indexu lomu, musíme k zachování relativní křivosti změnit křivost zeměkoule. To je také význam ekvivalentního poloměru zeměkoule.

Při praktických výpočtech lze použít modul indexu lomu M, který souvisí s modifikovaným indexem lomu N podle vztahu

$$M = (N-1) \cdot 10^{6} = (n-1) \cdot 10^{6} + 0,157h$$
(5.16)

kde h je výška bodu, v níž se určuje hodnota tohoto "modulu". V typické atmosféře dosahuje modul M hodnoty od 200 do 500 N jednotek.

## 5.3 Druhy troposférického lomu

#### Záporný atmosférický lom

Je definován vztahy

 $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h} > 0$  k < 1  $R_{\mathrm{e}} < R_{\mathrm{z}}$  a geometrie šíření je na obr. 5.3.

### Nulový troposférický lom

Je definován vztahy

 $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h} = 0$   $k_{\mathrm{e}} = 1$   $R_{\mathrm{e}} = R_{\mathrm{z}}$  a geometrie šíření je na obr. 5.4.

#### Kladný troposférický lom

Obecnou podmínkou vzniku kladného atmosférického lomu je dn/dh < 0. Paprsek se zakřivuje pomaleji než povrch Země. Proto je možné spojení na viditelný obzor směrem vzhůru, takže mohou nastat tyto případy:

Standardní atmosférický lom

$$\frac{dN}{dh} = -4 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{m}^{-1} \quad \text{pak} \qquad k = \frac{4}{3}; \ R_{\rm e} = \frac{4}{3} R_{\rm z}.$$

Takový případ je znázorněn na obr. 5.5 a považuje se za průměrnou normální hodnotu atmosférického lomu.

Kritický lom

Klesá-li index lomu s výškou rychleji než při středním stavu atmosféry. Může nastat případ, kdy platí

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h} = -0.157\,\mathrm{m}^{-1} \quad \text{pak} \qquad R_{\rm e} = \infty, \, k = \infty.$$

Na obr. 5.6 je vidět, že trajektorie vodorovného paprsku zachovává nezměněnou výšku nad zemí a vlna obíhá kolem zeměkoule.

Vlnovodný kanál

Zmenšuje-li se index lomu s výškou rychleji než při kritickém lomu, vzniká úplný odraz; vodorovný paprsek opisuje křivočarou trajektorii a vrátí se na zem. Podmínkou vzniku superrefrakce neboli vlnovodného kanálu v dolních vrstvách troposféry je nerovnost

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h} < -0.157\,\mathrm{m}^{-1} \quad \mathrm{pak} \quad k < 0; \ R_{\mathrm{e}} < 0.$$

Tento případ, znázorněný na obr. 5.7, nastává při teplotní inverzi (teplota se s výškou zvyšuje) a při rychlém ubývání vlhkosti s výškou. Na souši tyto podmínky mohou nastat např. při ochlazení půdy v noci po horkém dni je-li jasná obloha a bezvětří. Nad mořem jsou podmínky pro vznik vlnovodného kanálu mnohem příznivější, např. proudí-li teplý, suchý vzduch z pevniny nad oblast studeného, vlhkého mořského vzduchu. Přehled atmosférických lomů sumarizuje tab. 5.1.



Obr. 5.3 Záporný atmosférický lom - skutečné a transformované trajektorie paprsku vlny



Obr. 5.4 Nulový atmosférický lom - skutečné a transformované trajektorie paprsku vlny



Obr. 5.5 Standardní atmosférický lom - skutečné a transformované trajektorie paprsku vlny



Obr. 5.6 Kritický lom v atmosféře - skutečné a transformované trajektorie paprsku vlny





lom		$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}h} \Big[ m^{-1} \Big]$	R <sub>k</sub> [km]	R <sub>e</sub> [km]	k <sub>e</sub>	obr.
záporný		> 0	< 0	< 6,378.10 <sup>-3</sup>	< 1	5.3
nulový		0	00	6,378.10 <sup>-3</sup>	1986	5.4
kladný	subrefrakce	-0,04 až 0	∞ až 2,5.10 <sup>4</sup>	6,378.10 <sup>-3</sup> až 8,5.10 <sup>3</sup>	1 až 4/3	5.5
	standardní lom	-0,04	2,5.10 <sup>4</sup>	8,5.10 <sup>3</sup>	4/3	5.5
		-0,04 až -0,157	2.5.10 <sup>4</sup> až 6,378.10 <sup>3</sup>	8,5.10 <sup>3</sup> až ∞	4/3 až ∞	5.5
	kritický	-0,157	6,378.10 <sup>3</sup>	00	8	5.6
	superrefrakce	<0,157	<6,378.10 <sup>3</sup>	< 0	< 0	5.7

Tab. 5.1 Přehled parametrů v různých případech atmosférického lomu



Obr. 5.8 Výškový profil indexu lomu pro vznik superrefrakce

Průběh atmosférického lomu v závislosti na výšce udává obr. 5.8. Soustava plných čar odpovídá standardnímu lomu, soustava přerušovaných čar odpovídá kritickému lomu. Obr. 5.8a ukazuje, že do výšky *H* je sklon křivky menší než pro kritický lom a proto do této výšky nastává superrefrakce, což znamená, že nad zemským povrchem se vytváří vlnovodný kanál. V případě superrefrakce klesá index lomu zhruba čtyřikrát rychleji než při standardní troposféře. Superrefrakce může také vzniknout jenom v jisté oblasti troposféry, vzhledem k vytvoření vrstev s výše popsanou teplotní inverzí. Toto je znázorněno na obr. 5.8b. Odraz paprsků od horní stěny "vlnovodu" závisí na elevačním úhlu vyslané vlny. Pokud je tento vhodný, paprsek nepronikne superrefraktivním rozhraním a ohýbá se intenzivně k zemi. Výška odrazu jednotlivých paprsků tedy závisí na elevačním úhlu. Z analogie k dielektrickému vlnovodu je možné určit kritickou vlnovou délku, která se bude ještě šířit takovýmto vlnovodem. Platí

$$\lambda_{\rm krit} = 8,5 h_0^{3/2} \cdot 10^{-4} \qquad [m] \tag{5.17}$$

#### kde h je výška vlnovodného kanálu.

Případ vedení vlny superrefrakcí v takovémto vlnovodu je znázorněn na obr. 5.9.



Obr. 5.9 Superrefrakce v závislosti na elevačním úhlu

# 6. Šíření elektromagnetických vln v ionosféře

## 6.1 lonizační pochody a zdroje ionizace

Ionizace spočívá v odtržení jednoho elektronu (zřídkakdy více elektronů) z vnější obálky atomu. Hlavní význam mají dva druhy ionizace, a to fotoionizace a nárazová ionizace. Při fotoionizaci, tedy je-li plyn vystaven účinkům záření paprsků s energií kvant hv, nastane ionizace při překročení mezní ionizační energie (práce) W, to je pro

$$h\nu > W_{\rm mezni} = W \tag{6.1}$$

Pouze záření s frekvencí větší než jistá mezní frekvence může tedy ionizovat. Je-li frekvence záření menší než mezní frekvence, fotoionizace nenastane, a to ani zvětšíme-li intenzitu záření (počet kvant). V případě, že toto kvantum bude větší než ionizační práce, projeví se přebytek v kinetické energii vyražené částice (elektronu).

$$hv = W + \frac{1}{2}mv^2$$
(6.2)

Při nárazové ionizaci jsou přímou příčinou vyražení obalového elektronu z oblasti přitažlivé síly jádra částice s dostatečně velkou kinetickou energií, které narazí na atom. Kinetická energie dopadající částice musí být větší než ionizační práce. Zbytek se spotřebuje na kinetickou energii vyraženého elektronu.

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} > W \tag{6.3}$$

Energetická bilance nárazové ionizace je dána vztahem

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = W + \frac{m_2 v_2^2}{2} \tag{6.4}$$

kde  $m_1, v_1$  jsou hmotnost a rychlost ionizující částice,

m<sub>2</sub>, v<sub>2</sub> hmotnost a rychlost vyraženého elektronu.

Energii pohybujících se částic vyjadřujeme v elektronvoltech a předpokládáme, že tyto částice mají náboj a hmotnost elektronu. Vztah řeší rovnice

$$\frac{mv^2}{2} = eU \tag{6.5}$$

kde

e U je rozdíl potenciálů, kterými prochází elektron z klidového stavu do rychlosti v

e je náboj elektronu.

Při fotoionizaci se vyjadřuje ionizační práce obvykle pomocí vlnové délky, při nárazové ionizaci většinou v elektronvoltech. V tabulce 6.1 jsou uvedeny některé reakce, ke kterým dochází v plynech atmosféry; *e* značí elektron, horní index + značí kladný iont. Je vidět, že ionizace atmosféry je způsobena krátkovlnným ultrafialovým zářením (náboj elektronu je e =  $1,602 \cdot 10^{-19}$  C a jeho hmotnost m =  $9,106 \cdot 10^{-31}$  kg).

Plyn	Reakce	Ionizační vlnová délka [nm]	Ionizační práce W [eV]
O <sub>2</sub>	$O_2 + hv \rightarrow O_2^+ + e$	101,5	12,20
0	$O + hv \rightarrow O^+ + e$	91	13,61
N	$N + h\nu \rightarrow N^+ + e$	85	14,53

Tab. 6.1 Některé reakce pro ionizaci atmosféře Země

Hlavním zdrojem ionizace zemské atmosféry je Slunce. Jeho fotosféra má teplotu cca 6000 K a vyzařuje elektromagnetické vlny v širokém frekvenčním spektru. Chromosféra Slunce má teplotu  $10^5$  až  $10^6$  a je zdrojem měkkého rentgenového záření v pásmu 0,8 až 2 nm a ultrafialového záření v pásmu 2 až 30 nm. Ionizující část tohoto záření lze pro zemskou ionosféru určit z Planckova zákona. Energie vyzařovaná Sluncem jako černým tělesem v intervalu od frekvence  $f_1$  výše je

$$W_{f_1}^{\infty} = \frac{4\pi}{c^2} \int_{f_1}^{\infty} \frac{hf^3}{e^{(hf/kT)} - 1} \, \mathrm{d}f$$
(6.6)

Celková energie tedy od  $f_1 = 0$  počínaje je

$$W_0^{\infty} = 12 \cdot \left(1 + 2^{-4} + 3^{-4} + \dots\right) \frac{k^4 T^4}{c^2 8\pi^3 h^3}$$
(6.7)

Poměr energie vyzařované nad frekvencí  $f_1$  k celkové vyzářené energii je

$$\frac{W_{f_1}}{W_0^{\infty}} = \frac{1}{6A} \left( x^3 + 3x^2 + 6x + 6 \right) e^{-x}$$
(6.8)

Z tohoto je možné určit, že energie ultrafialového záření (vlnová délka kratší než 400 nm) vyzářeného Sluncem je asi 14% z celkového množství vyzářené energie. Prakticky ionizovat zemskou ionosféru však mohou pouze složky s vlnovou délkou pod 100 nm, což je pouze 9,6.10<sup>8</sup> z celkové energie Sluncem vyzářené. K ionizaci zemské atmosféry přispívá i korpuskulární záření - jeho intenzita není však pro Slunce větší než polovina ultrafialového ionizujícího záření. Jeho hmotné částice mají rychlost 2000 až 10000 km/s. Slunce je hlavním zdrojem ionizace zemské atmosféry. Záření hvězd, které mají teplotu až 20000 K, má rovněž ionizující účinek a to asi 0,1% účinku Slunce. I to je však nezanedbatelný příspěvek během dlouhých zimních nocí. Kosmické paprsky mají energii 10<sup>9</sup> až 10<sup>10</sup> eV a jsou hlavním zdrojem ionizace ve spodních vrstvách atmosféry. Ve vlastní ionosféře, ve výškách cca 80 až 600 km, se však vliv těchto paprsků rychle zmenšuje postupem k povrchu Země. Dalšími zdroji ionizace v atmosféře jsou proudy částic ze slunečních erupcí, které vyvolávají tzv. ionosférické bouře, dalšími jsou proudy meteorů vnikajících do zemské atmosféry i velké gradienty elektrostatického potenciálu bouřkových oblaků.

## 6.2 lonizované vrstvy v atmosféře

Pro zjednodušený model předpokládejme homogenní atmosféru s konstantní teplotou a průběhem tlaku daným barometrickým vzorcem. I je intenzita ionizujícího záření, tedy počet volných elektronů, které vznikají v jednotkovém objemu atmosféry za jednu sekundu. Intenzita ionizujícího záření představuje tok ionizující energie jednotkovou plochou za jednu sekundu. Je pochopitelně funkcí výšky h, na vnějším okraji atmosféry ji označme S. Na okraji zemské atmosféry je sice značná energie ionizujícího záření, ale malý počet molekul atmosféry, které by mohly být ionizovány. Směrem k zemskému povrchu ubývá intenzita ionizujícího záření, ale zároveň se zvětšuje hustota atmosféry. Z této jednoduché úvahy plyne, že v atmosféře bude existovat jistá oblast s maximem ionizace. Vlivem toho, že atmosféra je složena z různých plynů, bude existovat několik dílčích maxim ionizace. Prochází-li záření rovinnou vrstvou pod úhlem  $\mathcal{G}$  (měřeno od kolmice - tento úhel nazýváme zenitovou vzdáleností Slunce), je ztráta energie úměrná tloušťce této vrstvy, počtu molekul v jednotkovém objemu a zenitovému úhlu  $\mathcal{G}$ . Počet molekul je úměrný tlaku a potom platí (viz obr. 6.1)



Obr. 6.1 Geometrie průchodu záření ionosférou

$$dS = ASp \ dl = ASp \frac{dh}{\cos \theta} = ASp_0 e^{-h/H} \frac{dh}{\cos \theta}$$
(6.9)

kde H = RT/Mg

A

je koeficient útlumu záření daný vlastnostmi plynu

Po integraci od vnější hranice atmosféry (resp. z nekonečné vzdálenosti) do výšky h nad zemí dostaneme

$$S = S_{o}e^{-(Ap_{0}H/\cos\theta)e^{-h/H}}$$
(6.10)

#### kde $S_0$ je tok energie slunečního záření na vnějším okraji atmosféry.

Uvažujeme-li hranol o jednotkové ploše základny a s výškou dh, ve kterém se tedy za jednotku času vytvoří Idh iontů, což spotřebuje energii W Idh, která se pokryje energií odevzdanou ionizujícím zářením do tohoto objemu 1 x 1 x dh. Intenzita ionizace je dána vztahem

$$I = \frac{1}{W} \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}h} = \frac{A}{W} S_0 p_0 \exp\left[-\left(\frac{Hp_0 A}{\cos\vartheta} \cdot \mathrm{e}^{-h/H} + \frac{h}{H}\right)\right]$$
(6.11)

Tímto vztahem je dána výšková závislost intenzity ionizace na zenitové vzdálenosti Slunce, tedy vlastně na denní době. Vztah má své maximum v dané výšce a je možno určit maximální hodnotu intenzity ionizace jako funkci zenitové vzdálenosti (vlastně denní doby)

$$I_{\rm m} = \frac{S_0 \cos \theta}{WeH} \tag{6.12}$$

lonizace však není osamoceným procesem. Současně dochází v atmosféře i k rekombinaci, kdy pohybující se elektrony se dostanou do oblasti přitažlivosti kladného iontu a vytvoří s ním opět neutrální molekulu. Pravděpodobnost rekombinace označme symbolem  $\delta$ . To znamená, že průměrně v čase  $\delta^{-1}$  nastane jedna rekombinace. Působením ionizujícího záření vzniká v jednotce objemu za jednotku času *I* samostatných elektronů a za tuto dobu zaniká  $\delta N^2$  elektronů vlivem rekombinace (předpokládáme, že počet volných elektronů je *N* a ty za jednotku času zrekombinují na  $\delta N^2$  molekul). Modelový stav ionizovaného plynu pak v čase popisuje rovnice

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = I - \delta N^2 \tag{6.13}$$



Obr. 6.2 Závislost relativní a) hodnoty intenzity ionizace, b) elektronové koncentrace, při různých zenitových vzdálenostech Slunce

Ve stavu dynamické rovnováhy je tento výraz nulový a je z něj možné určit koncentraci N a pomocí rovnice (6.12) určit maximum koncentrace  $N_{\text{max}}$ . Z předchozího vyplývá, že intenzita ionizujícího záření je závislá na výšce nad Zemí a na zenitové závislosti Slunce (podle funkce cos  $\mathcal{P}$ ). Skutečnou relativní závislost intenzity ionizace při různých hodnotách zenitové vzdálenosti Slunce znázorňuje obr. 6.2a. Z něj je také patrná nesymetrie. Nesymetrický je i průběh závislosti elektronové koncentrace na zenitové vzdálenosti (okolo astronomického poledne v místě - viz obr. 6.2b) vzhledem k jistému časovému zpoždění. Po západu Slunce dochází k postupnému zániku volných nábojů vzhledem k podstatnému snížení (přerušení) ionizujícího záření. Pak ve vztahu (6.13) je I = 0 a pokud v něm integrujeme obě strany zbylé rovnice, dostaneme

$$\int_{N_0}^{N} \frac{\mathrm{d}N}{N^2} = -\delta \int_{0}^{t} \mathrm{d}t \qquad \text{a odtud} \qquad N = \frac{N_0}{1 + N_0 \delta t} \tag{6.14}$$

Prakticky koncentrace elektronů klesá podle hyperboly s časem a je určena činitelem rekombinace. Po západu Slunce se však zmenšuje ionizace pozvolně a i během dlouhých nocí si udrží dostatečně velkou hodnotu pro odraz části spektra elektromagnetických vln.



Obr. 6.3 Maxima ionizace v nehomogenní zemské atmosféře

Skutečné jevy v atmosféře související s ionizací a rekombinací jsou však velmi složité. Atmosféra není homogenní. Nad 10 km je již patrné částečné rozvrstvení podle hmotností jednotlivých plynů. Teplota atmosféry není stálá a má svá minima, kde je maximální tlak a tudíž kde se tvoří větší množství ionizovaných částic. Rovněž jednotlivé složky ionizujícího záření (korpuskulární, ultrafialové) mají různé ionizační schopnosti a vytvářejí maxima v jiných výškách. Dopadající ionizující záření rovněž není monochromatické a potom i intenzita ionizujícího záření se mění s frekvencí. Ve skutečné atmosféře se tedy tvoří několik maxim ionizace. Experimentálně byla zjištěna alespoň čtyři maxima - ionosférické vrstvy D, E, F1 a F2. Vrstva E je oblastí stálého složení atmosféry v místě, kde začíná disociace kyslíku. Vrstva F1 vzniká ionizací atomárního dusíku a vrstva F2 je dána ionizací atomárního kyslíku. Po západu Slunce vymizí vrstvy D a F1. Vrstvy E a F2 zmenšují svoji elektronovou koncentraci po zániku zdroje ionizace, nicméně jsou zachovány po celou noc. Maxima ionizace a tedy i oblasti ionizovaných vrstev v zemské nehomogenní atmosféře znázorňuje obr. 6.3.

### 6.3 Permitivita a vodivost, index lomu ionosféry

Předpokládáme rovinnou harmonickou vlnu o úhlové frekvenci  $\omega$ , koncentrace elektronů je N. Na elektron působí Lorentzova síla. Při průchodu elektromagnetické vlny ionosférou tato vlna harmonicky rozkmitává volné elektrony a ty jsou pak zdrojem nové vlny. Z hlediska energetické bilance by vlastně mělo dojít k úplnému vyzáření celé energie, pokud zanedbáme srážky elektronů s neutrálními molekulami. Hodnota třecí síly je úměrná rychlosti elektronu a koeficientu  $R_{ef}$  (efektivní odpor tření ionosféry). Při harmonickém průběhu intenzity elektrického pole je pohybová rovnice elektronu

$$m\frac{\mathrm{d}\nu}{\mathrm{d}t} + R_{\mathrm{ef}} \cdot \nu = eE \tag{6.15}$$

kde Ref je efektivní odpor tření v důsledku srážek.

Je-li frekvence srážek  $\eta$ , je  $R_{ef} = m\eta$ . Potom je rychlost (harmonicky se měnící vzhledem k buzení harmonickou silou v důsledku existence harmonické elektromagnetické vlny) částice vztahem

$$v = \frac{eE}{R_{\rm ef} + j\omega m} \tag{6.16}$$

Odtud je možné vyjádřit hodnotu proudové hustoty (pohybujících se N elektronů rychlostí  $\nu$ )

$$J = Nev = \frac{Ne^2 \eta E}{m(\eta^2 + \omega^2)} - j \frac{\omega Ne^2 E}{m(\eta^2 + \omega^2)}$$
(6.17)

Ionizovaný plyn představuje plazmatické prostředí. První Maxwellovu rovnici pak můžeme zapsat

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = j\omega\varepsilon_{0}\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} = j\omega\varepsilon_{0}\left[1 - \frac{Ne^{2}}{\varepsilon_{0}m(\eta^{2} + \omega^{2})}\right]\boldsymbol{E} + \left[\frac{\eta Ne^{2}}{m(\eta^{2} + \omega^{2})}\right]\boldsymbol{E} = (j\omega\varepsilon_{r}\varepsilon_{0} + \sigma)\boldsymbol{E}$$
(6.18)

Pak je možné definovat relativní permitivitu ionosféry a její vodivost vztahy

$$\varepsilon_{\rm r} = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m \left(\eta^2 + \omega^2\right)} = 1 - 3190 \cdot \frac{N}{\left(\eta^2 + \omega^2\right)} \tag{6.19}$$

$$\sigma = \frac{\eta N e^2}{m \left(\eta^2 + \omega^2\right)} = 2,82 \cdot 10^{-8} \frac{\eta N}{\left(\eta^2 + \omega^2\right)} \qquad [\text{S m}^{-1}]$$
(6.20)

Z tohoto pohledu je ionosféra ztrátové dielektrikum bez volných nábojů. Obecně platí, že ve velkých výškách je srážková frekvence  $\eta$  malá a je jí možné zanedbat proti kruhové frekvenci  $\omega$ . Pak je vodivost prostředí zanedbatelná a relativní permitivita je dána zjednodušeným výrazem

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m\omega^2} = 1 - 80.8 \cdot \frac{N}{f^2}$$
(6.21)

V malých výškách naopak převažuje srážková frekvence  $\eta$  nad  $\omega$ . Vodivost tohoto prostředí je velká a relativní permitivita se blíží zdola 1. Tlumení elektromagnetické vlny v takovém prostředí je značné. To je typický případ vrstvy D. Určíme-li z rovnice (6.21) frekvenci, při které je relativní permitivita nulová, dostaneme

$$\omega_0^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \tag{6.22}$$

Tato frekvence se nazývá plazmatickou nebo též Larmorovou frekvencí. Pro  $\omega < \omega_0$  bude relativní permitivita záporná, relativní index lomu bude imaginární a taková rádiová vlna se bude velmi rychle tlumit.

Ve výše uvedeném odvození nebylo uvažováno kompletní silové působení na pohybující se elektron. Ten je ovlivňován nejenom budící harmonickou rádiovou vlnou ale též velikostí magnetického pole Země. Jeho vliv závisí na vzájemné orientaci směru šíření elektromagnetické vlny a tohoto pole a způsobuje anizotropický charakter ionosféry. Při podélné orientaci vnějšího magnetického pole vzhledem ke směru šíření dochází k tak zvané Faradayově rotaci, která způsobuje stáčení polarizační roviny vlny. Šíření v příčném magnetickém poli Země vede na dvojlom. Pak obecně vzniká vlna řádná, na kterou nemá vnější pole vliv a vlna mimořádná, která se šíří odlišnou rychlostí. Tento jev je jedním z příčin úniků na krátkých vlnách. Volný elektron v zemské ionosféře bez přítomnosti elektromagnetické vlny podléhá působení stálého vnějšího magnetického pole Země. V tomto případě se elektron pohybuje po kružnici s konstantní

frekvencí. Vzniklý vířivý pohyb elektronu se nazývá gyromagnetická rezonance a při střední hodnotě magnetického pole Země v našich geografických podmínkách 40 A/m je 1,4 MHz. Vlivem vířivého pohybu elektronu po roztáčejících se spirálách, vzrůstá pravděpodobnost jeho srážek a neutrálními molekulami a na této frekvenci pak dochází ke zvýšenému útlumu.

# 6.4 Odraz a lom elektromagnetických vln v ionosféře

Předpokládejme model ionosféry vytvořené z jednotlivých tenkých vrstev s konstantní koncentrací elektronů ve vrstvičce. Jak bylo vysvětleno, tato koncentrace postupně po jednotlivých vrstvách vzrůstá (viz obr. 6.4)

$$0 \langle N_1 \langle N_2 \langle N_3 ... \langle N_m \rangle$$
(6.23)



Obr. 6.4 Šíření paprsku vlny ve vrstevnatém modelu ionosféry

Jednotlivé vrstvy mají tedy index lomu daný rovnicí

$$n_{\rm k} = \sqrt{\varepsilon_{\rm r}} = \sqrt{1 - 80.8 \cdot \frac{N}{f^2}} \tag{6.24}$$

Pro posloupnost relativních indexů lomu platí

$$0 \rangle n_1 \rangle n_2 \rangle n_3 ... \rangle n_m \tag{6.25}$$

Na jednotlivých rozhraních platí zákon lomu

$$1 \cdot \sin\varphi_{\rm d} = n_{\rm l} \cdot \sin\varphi_{\rm l} = \dots = n_{\rm m} \cdot \sin\varphi_{\rm m} \tag{6.26}$$

Pokud má dojít k odrazu, je nutné, aby se našla taková vrstva k (před horní hranicí ionosféry danou m-tou vrstvou) pro kterou bude úhel  $\varphi_k = \pi/2$ . Pak platí

$$n_{\rm k} = \sin \varphi_{\rm d} = \sqrt{1 - 80.8 \cdot \frac{N}{f^2}}$$
 (6.27)

Odtud je možné vypočítat tak zvanou kritickou frekvenci pro vertikálně směrovaný paprsek k ionosféře o koncentraci elektronů  $N_{\text{max}}$ , který se ještě od ionosféry odrazí (vlna o vyšší frekvenci již projde)



Obr. 6.5 Šíření elektromagnetických vln různých frekvencí v ionosféře ( $f_{max} = MUF$ )

V tomto případě se elektromagnetická vlna šíří vodorovně s rozhraním mezi vrstvičkami modelu ionosféry. Pokud nad ní je vrstva s ještě větší koncentrací ionizovaných částic, statisticky se tato vlna ohýbá zpět k Zemi (prostředí vykazuje imaginární konstantu šíření - situaci je možné přirovnat jistým způsobem k podkritickému vlnovodu, kde střední koncentrace elektronů vytváří vodivé síto s danou velikostí oka, kdy pouze dostatečná hustota této sítě - velikost ok - vytvoří podmínky pro odraz elektromagnetické vlny zpět k Zemi) . Pokud by již nad touto vrstvou elektronová koncentrace klesala, paprsek se bude opět narovnávat a postupně se dostane na směr rovnoběžný s původně vyslaným paprskem. V ionosféře dojde k jakémusi posuvu, který nazýváme skluzem paprsku na ionosférické vrstvě (viz obr. 6.5).

## 6.5 Experimentální údaje o ionosféře

Udaje o ionosféře zjišťují experimentálně tak zvané ionosférické stanice. Určují závislost výšky odrazu v podstatě radarovou technikou pomocí postupně měnící se frekvence vertikálně směrovaného paprsku. Tímto způsobem je možno experimentálně stanovit kritické frekvence jednotlivých ionosférických vrstev. Příklad ionosférické charakteristiky je na obr. 6.6. Vzhledem k tomu, že ionosférické stanice určují výšku ionosférických vrstev z doby zpoždění vracejícího se čela vlny, měří takzvanou efektivní výšku jednotlivých vrstev. Ve skutečnosti se totiž rádiové vlny šíří v ionosféře proměnlivou rychlostí, kdy v případě dosažení bodu odrazu je tato rychlost nulová. Vzhledem k disperznímu charakteru se také každá složka frekvenčního spektra šíří jinou rychlostí. Na základě výškového profilu elektronové koncentrace je možné pak odvodit skutečnou výšku ionosféry.

lonosféra se vyznačuje několika maximy ionizace. Tato maxima se označují jako vrstvy. V současné době se rozlišují vrstvy D, E, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>.



Obr. 6.6 Ionosférická charakteristika

#### Vrstva D

Tato vrstva se nachází ve výšce 60 až 90 km a odráží dlouhé a velmi dlouhé vlny. Z hlediska využití pro šíření na velké vzdálenosti má spíše negativní vliv, protože způsobuje značný útlum

rádiových vln v důsledku vysokého srážkového kmitočtu. Vrstva D existuje pouze v denních hodinách. Velmi brzy po západu Slunce dochází k jejímu vymizení vlivem velké rekombinace v této vrstvě. Kritické frekvence se pohybuje v rozsahu 0,1 až 0,7 MHz, za střední hodnotu se považuje 0,4 MHz. Tomu odpovídá střední hodnota elektronové  $N_e = 10^9$  el/m<sup>3</sup> koncentrace. Ve vrstvě D však převyšuje iontová koncentrace, která dosahuje hodnotu až  $N_i = 10^{14}$  i/m<sup>3</sup>. Své maximum dosahuje tato vrstva v letních měsících.

#### Vrstva E

Leží ve výšce 90 až 130 km. Odráží střední vlny a v nočních hodinách, po vymizení vrstvy D, i dlouhé vlny. V poledních hodinách dosahuje kritického kmitočtu kolem 4,5 MHz, což odpovídá elektronové koncentraci  $N_e = 2,5 \cdot 10^{11}$  el/m<sup>3</sup>. Maximální hodnoty  $f_{\rm kr}$  a  $N_e$  nabývá v letních měsících. Srážkový kmitočet dosahuje ve vrstvě E hodnoty  $\nu = 10^5$  s<sup>-1</sup>. Celkem snadno lze vyjádřit závislost kritického kmitočtu na denní i roční době. Závislost elektronové koncentrace na denní době je dána zenitovou vzdáleností

$$N = N_{\max} \sqrt{\cos\varphi} \tag{6.28}$$

a tedy

$$f_{\rm kr} = \sqrt{80.8N_{\rm max}}\sqrt{\cos\varphi} = A \cdot \sqrt[4]{\cos\varphi} \tag{6.29}$$

V nočních hodinách se kritické frekvence ustálí na 0,9 MHz, což odpovídá elektronové koncentraci  $N = 5.10^9$  až  $10^{10}$  el/m<sup>3</sup>. Sluneční záření má na tuto vrstvu malý vliv, protože kritický kmitočet se mění pouze s lety slunečního maxima a minima.

#### Vrstva F<sub>1</sub>

Vrstva F<sub>1</sub> je nižší vrstvou F, vyskytuje se ve výškách 200 až 300 km. Její průběh je podobně jako vrstvy E opět určen zenitovou vzdáleností Slunce. Kritický kmitočet vrstvy F<sub>1</sub> se zvyšuje do maxima krátce po poledni a pak se zmenšuje, až po západu Slunce splývá s kritickým kmitočtem vrstvy F<sub>2</sub> (v noci se uvádí jako jediná společná vrstva F). V letních měsících ve dne nepřesahuje vrstva F<sub>1</sub> kritický kmitočet 5,5 MHz a elektronová koncentrace je řádově  $N_e = 4 \cdot 10^{11}$  el/m<sup>3</sup>.

#### Vrstva F<sub>2</sub>

Vrstva  $F_2$  se vyskytuje po celý rok. Podle měření ionosférických stanic dosahuje většinou maxima koncentrace iontů značně po poledni a zmenšuje se postupně po celou noc. Ráno je jejich nárůst mnohem rychlejší než například u vrstvy  $F_1$  nebo E. V létě má tato vrstva rovnoměrnější průběh kritických kmitočtů. Její maximum není v létě tak velké jako v zimě a nastává ve večerních hodinách. Minimum zde není tak hluboké jako v zimních měsících a nastává opět před úsvitem. Byla vytvořena domněnka, že nižší hustota iontů v létě je způsobena nahromaděním tepla a expanzí vrstvy, což způsobí, že ionty jsou v létě rozptýleny ve větší výšce. Není však jasné, proč zvýšené vyzařování, o němž předpokládáme, že vytváří vyšší teploty, nevytváří také větší ionizaci. Efektivní výška vrstvy  $F_2$  vzrůstá v letních dnech do výšky 300 až 400 km. Kritický kmitočet vrstvy  $F_2$  ve dne nepřesahuje 13 MHz a tomu odpovídá elektronová koncentrace řádově 2 .  $10^{12}$  el/m<sup>3</sup>. V nočních hodinách klesá kritický kmitočet na hodnoty kolem 5 MHz a elektronová koncentrace na hodnotu 3 .  $10^{11}$  el/m<sup>3</sup>.

V chování vrstvy F je několik zvláštností. Když je zima na severní polokouli, vzrůstá elektronová koncentrace na celé zeměkouli. Z toho lze usuzovat na to, že Slunce patrně nevymršťuje kladné a záporné částice ve stejném množství. Protože magnetické pole země zakřivuje dráhu těchto částic směrem na sever nebo na jih (podle jejich elektrického náboje), je porušena symetrie v ionizaci na severní a jižní polokouli. Dále existuje tzv. délkový efekt. Spočívá v tom, že oproti vrstvám E a F<sub>1</sub>, jejichž ionizace je dosti přesně určena zeměpisnou šířkou a místním časem, je ionizace vrstvy  $F_2$  závislá kromě toho ještě na zeměpisné délce daného místa. Průběh vrstvy F je ještě závislý na tzv. kontinentálním efektu, to znamená, že je ovlivněn tím, zda se pod touto vrstvou vyskytuje pevnina nebo moře. Obr. 6.7 udává průběhy kritických kmitočtů a efektivní výšky ionosférických vrstev v letních a zimních měsících. Na obr. 6.8 je znázorněna výšková závislost elektronové koncentrace, která odpovídá období maxima sluneční činnosti.



Obr. 6.7 Denní průběhy kritických kmitočtů a) v létě, b) v zimě

Ve větších výškách než 300 km je atmosféra plně ionizovaná, neutrální molekuly chybějí a elektronová koncentrace je úměrná iontové koncentraci. Ve výškách 20 000 až 25 000 km je hustota atmosféry menší než 10<sup>8</sup> iontů/m<sup>3</sup> a blíží se hustotě plynu v kosmickém prostoru. Nad maximem koncentrace u vrstvy F elektronová koncentrace rychle klesá od výšky 500 až 1000 km z hodnoty 10<sup>12</sup> na 10<sup>9</sup> el/m<sup>3</sup>. Měření ukázala, že základním plynem, který tvoří atmosféru v těchto výškách, je atomární kyslík. Ve výškách 1000 až 1700 km se atmosféra mění na vodíkovou a ve výškách nad 1700 km se skládá zejména z ionizovaného vodíku. V rozmezí výšek 1700 až 10 000 km se elektronová koncentrace s výškou téměř nemění a zůstává na úrovni 10<sup>9</sup> el/m<sup>3</sup>. Ve výškách větších než 15000 km koncentrace elektronů klesá až asi na 10<sup>8</sup> el/m<sup>3</sup> ve výšce 20 000 km.

Průběh vrstvy F je značně ovlivněn i sluneční činností. Sluneční činností rozumíme různé změny na Slunci, např. protuberance, erupce, pochodně, flokule a sluneční skvrny. Sluneční skvrny jsou z těchto jevů nejnápadnější. Nejdůležitější změnou slunečních skvrn je jedenáctiletý sluneční cyklus. V roce 1851 byl objeven a krátce potom byla navržena metoda měření intenzity aktivity slunečních skvrn pomocí tzv. Wolfova "relativního čísla sluneční činnosti". Toto číslo se pro každý den vypočítá tak, že se počet zřetelně viditelných skupin slunečních skvrn g násobí deseti a k tomu se připočítá počet jednotlivých skvrn f, jež jsou ve skupinách pozorovatelné. Koeficient

*m* závisí na rozlišovací schopnosti teleskopu (m = 1 pro teleskop s objektivem 8 cm a s 64násobným zvětšením). Relativní číslo skvrn lze tedy určit ze vztahu

$$R = m (f + 10g) \tag{6.30}$$

Řada těchto čísel vykazuje jasný cca 11letý cyklus (od denních hodnot 0 až po střední hodnoty 140 v letech maxima, s denním maximem až několik set).



Obr. 6.8 Průběh elektronové koncentrace ve výškách ionosféry

Abnormálními jevy jsou ionosférické bouře. Tyto ionosférické bouře jsou způsobeny slunečními erupcemi a náhlým zvýšením sluneční činnosti. Slunce pak vysílá mohutný proud hmotných částic, které značně rozrušují stavbu ionosférických vrstev. Dochází ke zmenšování elektronové koncentrace vrstvy F a k růstu efektivních výšek ionosféry. Současně se narušuje pravidelná struktura vrstvy, vzniká rozvrstvení a ionosféra se stává vířivou. V okolí magnetických pólů je při silných magnetických bouřích pozorován úplný zánik odrazů od vrstvy F<sub>2</sub> (spojení lze zajistit použitím nižšího kmitočtu). Ionosférické bouře se proto vyskytují nejčastěji blízko magnetických pólů a bývají doprovázeny polární září. Proto spojení, procházející polárním kruhem, bývají velmi obtížná.

Nepravidelným úkazem je tzv. Mögelův-Dellingerův jev (náhlá ionosférická porucha). Slunce nevyzařuje své spektrum vždy podle Planckova zákona, ale občas dochází i k náhlým vzplanutím na vlnových délkách krátkovlnného, ultrafialového záření. Toto záření může být tak silné, že pronikne až do vrstvy D, kterou tak silně ionizuje, že se rádiové vlny nemohou odrazit od vyšších vrstev a jsou ve vrstvě D silně tlumeny.

Nepravidelným úkazem v ionosféře je vznik tzv. mimořádné (sporadické) vrstvy E, obvykle označované  $E_s$ , která se vytváří ve výšce řádné vrstvy E. Vzniká v letních měsících ve středních zeměpisných šířkách, zejména v letech slunečního minima. Při šikmých odrazech tato vrstva odráží kmitočty až do 80 MHz, tedy značně vyšší než přísluší normální vrstvě E.

# 7. Družicové spoje

# 7.1 Hlavní zásady a pojmy z družicové komunikace

Vzhledem k tomu, že pro základní podmínky šíření neuvažujeme druh modulace, jde většinou o obecnou problematiku šíření elektromagnetické vlny ve volném prostoru s průchody zemskou atmosférou (troposférou a ionosférou). Z hlediska poskytovaných služeb je možné tyto komunikační služby rozdělit na následující oblasti.

### Pevná družicová služba

Je to radiokomunikační služba mezi pozemskými stanicemi pevně umístěnými v určených bodech na Zemi s použitím jedné či více komunikačních družic. Služba zahrnuje i mezidružicový spoj.

### Pohyblivá družicová služba

Jedná se o radiokomunikační službu mezi pohyblivými pozemskými stanicemi a jednou, případně více družicemi. Převážně se jedná o využití stanic na palubách letadel, lodí, případně o komunikační prostředky individuálních uživatelů, kteří se pohybují po Zemi. Do této kategorie patří služby, které se uplatňují při řízení letecké a námořní dopravy (např. systém INMARSAT).

### Rozhlasová družicová služba

Jedná se o službu, při které jsou signály vysílané nebo přenášené pomocí prostředků v kosmu využívány pro přímý příjem širokou veřejností. Z hlediska kvality spoje a přijímacího zařízení rozlišujeme příjem:

- individuální
- skupinový
- profesionální

### Kosmická služba pro speciální účely

Jedná se o velmi širokou oblast nejrůznějších aplikací, které neustále narůstají. Například jde o dálkový průzkum Země pomocí družic, meteorologickou službu, obecný kosmický výzkum, vojenské aplikace, frekvenční a časové normály, atd.

Družicové spoje mohou využívat aktivní nebo pasivní retranslaci. Pasivní retranslace byla prakticky pouhým odrazem elektromagnetické vlny od nebeských těles nebo velkých speciálně pro tyto účely konstruovaných umělých družic s velkou odraznou plochou. V současnosti se tento systém až na amatérské využití již nepoužívá. Aktivní retranslace znamená využití družice jako přijímače signálu ze Země (z určitého směru), jeho transformaci do jiného kmitočtového pásma a vyslání zpět do požadovaného směru k Zemi.

# 7.2 Volba frekvenčního pásma

Volba pracovních frekvencí pro družicovou komunikaci je určena zejména podmínkami šíření elektromagnetických vln v zemské troposféře a ionosféře. Vlastní šíření řešíme převážně jako
problematiku šíření elektromagnetické vlny volným prostorem. Dále je kmitočet volen s ohledem na potřebné rozměry antén a celkovou výkonovou bilanci i s ohledem na územní pokrytí signálem. Na družici nelze montovat příliš rozměrné anténní systémy a s ohledem na výkonovou bilanci a potřebu směrování výkonu do užšího svazku je většinou nutné využít vyšší kmitočtová pásma. Prakticky je trasa družice - Země v zemské atmosféře propustná pro viditelnou oblast elektromagnetických vln, krátkovlnnou infračervenou oblast (10<sup>12</sup> až 10<sup>15</sup> Hz), dále pro velmi dlouhé radiové vlny, které se šíří podél siločar zemského magnetického pole a dále pro oblast velmi krátkých vln (cca od 30 MHz výše). Dolní hranicí je propustnost ionosféry, horní hranice je dána konkrétními vlastnostmi atmosféry na jednotlivých kmitočtech podle kap. 2.2. Dalším možným omezením jsou šumové zdroje, které se na družicovém spoji uplatňují. Zejména to jsou:

- kosmický šum
- šum zemské atmosféry (vodní páry, molekulární kyslík viz kap. 2.2)
- příspěvek šumu Země, který se uplatňuje v šumové teplotě přijímací antény (viz kap. 11)

Zlepšením technologie a konstrukcí nízkošumových přijímačů je možné omezit vysílané výkony na družici. Ty jsou limitujícím faktorem s ohledem na možnosti napájení družice. Vliv na družicové spoje má i meteorologická situace. Vzhledem k tomu, že průchod atmosférou je pro družicový spoj menší než pro klasický pozemní radioreléový spoj, je však i tento vliv pochopitelně menší. Ionosféra způsobuje postupné ohýbání vysílaného paprsku (viz kap. 6) a tudíž dochází k posuvu při směrování paprsku.

# 7.3 Energetická bilance družicového spoje

Uvažujeme-li výkon výstupního zesilovače  $P_1$  a zisk anténního systému vysílače  $G_1$ , můžeme ve vzdálenosti r určit hustotu toku výkonu jako

$$S_1 = \frac{P_1 G_1}{4\pi r^2} \qquad [W/m^2] \tag{7.1}$$

Na přijímací straně máme anténu s efektivní plochou  $A_{ef}$  [m<sup>2</sup>], takže přijímaný výkon bude

$$P_2 = S \cdot A_{\text{ef}} \quad [W] \tag{7.2}$$

Mezi ziskem antény, její efektivní plochou a vlnovou délkou platí vztah

$$\frac{G_2}{A_{\rm ef}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \tag{7.3}$$

kde  $G_2$  je zisk přijímací antény a  $\lambda$  vlnová délka. S použitím (7.1) a (7.2) pak lze psát

$$P_{2} = P_{1}G_{1}G_{2}\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^{2} = P_{1}G_{1}G_{2}\frac{1}{L_{0}} \quad [W]$$
(7.4)

kde ztráty ve volném prostoru jsou podle kap. 3

$$L_0 = \left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)^2 \tag{7.5}$$

Směrové vlastnosti antény můžeme přibližně definovat pomocí šířky svazku  $\varphi_0$  (pro pokles intenzity o 3 dB)

$$\varphi_0 = \frac{70\lambda}{d} \qquad [^0, \,\mathrm{m}, \,\mathrm{m}] \tag{7.6}$$

kde *d* je průměr parabolického o reflektoru. Pro parabolické antény pak můžeme vyjádřit zisk v hlavním směru záření vztahem

$$G_0 = \xi \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{\pi d f}{c}\right)^2 \tag{7.7}$$

kde  $\xi$  je účinnost ozáření reflektoru antény primárním zářičem (obvykle dosahuje hodnot 0,54).

Pak

$$G_0 = 60(df)^2$$
 [m, GHz] (7.8)

Potřebujeme-li určit závislost mezi ziskem antény a šířkou jejího svazku - je s použitím předchozích vztahů

$$G_0 = 26600 \left(\frac{1}{\varphi_0}\right)^2$$
(7.9)

Tuto rovnici upravíme tak, aby se v ní vyskytovaly faktory, které přímo souvisí s parametry systému. Proto zavádíme do výpočtu šumový výkon v přenosovém pásmu B

$$P = kTB \qquad [Ws/K, K, Hz]$$
(7.10)

kde  $k = 1,38.10^{-23}$  Ws/K - Boltzmannova konstanta

*T* je celková šumová teplota přijímače v K

B šířka přenosového pásma v Hz, které je nezbytné pro kvalitní přenos informace
 Dělením vztahu (7.4) šumovým výkonem (7.10) dostaneme

$$\frac{P_2}{N} = P_1 G_1 G_2 \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 \cdot \frac{1}{kTB}$$
(7.11)

Jestliže je efektivní izotropní vyzářený výkon

$$P_{EIRP} = P_1 G_1 \tag{7.12}$$

pak se (7.1) změní

$$S_1 = \frac{P_{EIRP}}{4\pi r^2} \tag{7.13}$$

Dále zavedeme pojem jakostní číslo přijímací soustavy, jako poměr zisku přijímací antény k celkové šumové teplotě na vstupu přijímače. Pak platí

$$\frac{G_2}{T} \qquad [dB; K v \log]$$

Jakost přijímače je tedy tím vyšší, čím je vyšší zisk přijímací antény a čím je nižší jeho celková šumová teplota. U profesionálních přijímacích soustav pevné družicové služby se zisk přijímací antény pohybuje kolem 55 dB a šumová teplota do 100 K, takže

[7.14]

$$\frac{G_2}{T} = 55 - 10\log 100 = 35 \text{dB/K}$$

Pro individuální družicové přijímače se ziskem antén kolem 35dB a šumovou teplotu do 1000K je

$$\frac{G_2}{T} = 35 - 10 \log 1000 = 5 \text{dB/K}$$

Jakostního čísla přijímače se pohybuje zhruba v mezích od +42 dB/K až do -10 dB/K. Záporné je u levných družicových přijímačů s malým ziskem antény a vysokou šumovou teplotou.

Použijeme nyní uvedené vztahy pro výpočet výkonové úrovně sestupné dráhy družicového spoje v pásmu 12 GHz při provozu soustavy s FM modulací. Uvažujme přenos televizního signálu s šířkou pásma přenosu B = 40 MHz. Na vstupu individuálního přijímače, jehož jakostní číslo  $G_2/T$  má být 10 dB/K máme dosáhnout poměr  $P_2/N = 15$  dB.

Ztráty ve volném prostoru na základě úpravy (7.5)

$$L_0 = 32,4 + 20 \log 12000 + 20 \log 36000 = 205,1$$
dB [dB, MHz, km]

• Ze vztahu (7.11) a s použitím (7.12) stanovíme efektivní izotropní vyzářený výkon

$$\frac{P_2}{T}B = L_0 \frac{P_2}{T} \cdot \frac{1}{k} P_{\text{EIRP}}$$

$$15 + 76 = -205, 1 + 10 + 228, 6 + P_{\text{EIRP}} \quad [\text{dB}]$$

$$P_{\text{EIRP}} = 57, 5 \text{ dBW}$$

 Pro pokrytí menších územních celků použijeme na družici vysílací anténu se šířkou svazku 1°. Zisk vysílací antény pak podle (7.8) bude

$$G_1 = 10\log 26600 = 44,2dB$$

 Předpokládáme-li úroveň ztrát v celém systému -2dB, můžeme pomocí (7.12) určit potřebný výkon družicového vysílače

$$P_1 = P_{EIRP} - G_1 + 2 = 57,5 - 44,2 + 2 = 15,3 \,\mathrm{dBW}$$

takže potřebný výkon na družici bude  $P_1 = 31,6$  W.

Zvolené jakostní číslo  $G_2/T = 10$  dB/K odpovídá přijímači s anténou o zisku  $G_2 = 35$  dB a šumovou teplotou asi 300 K (tj. 25 dB/K). Zvolíme-li méně kvalitní přijímač, potřebný výkon na družici rychle poroste.

# 8 Mobilní spoj

Problematika šíření elektromagnetických vln pro moderní mobilní a personální komunikace je v některých aspektech odlišná od klasických pevných spojů. Tato kapitola přináší stručný úvodní přehled těchto aspektů včetně některých praktických přístupů při návrhu mobilních systémů z hlediska šíření signálu.

Přístup v této kapitole je zásadně zaměřen na modelování šíření vlny pro mobilní spoje ve smyslu určení hodnoty C/(N+I), případně pouze C/N (poměr výkonu nosné k výkonu šumu), pro danou lokalitu, prostředí a další parametry rádiového spoje. Úlohu určení poměru C/(N + I) je možné řešit určením útlumu signálu (nosné) při šíření pro daný spoj.

# 8.1 Pevný a mobilní pozemní spoj

Typický pevný pozemní radioreléový spoj na mikrovlnných a milimetrových frekvencích, používá úzce směrových antén a přímé viditelnosti mezi nimi dané požadavkem nezastíněné 1. Fresnelovy zóny, která je na obrázku také vyznačena. Zopakujme, že při návrhu geometrického uspořádání je třeba pamatovat i na zakřivení Země, atmosférickou refrakci a na nežádoucí odrazy od terénu.

Pro přenosovou bilanci postačí rovnice ideálního přenosu (viz kapitola 3), kdy se do ztrát musí zahrnout i útlum při průchodu atmosférou. Tento útlum může být způsoben např. absorpcí hydrometeory nebo nepravidelnostmi ve výškovém profilu indexu lomu troposféry. Může se objevit i případ mnohocestného šíření, kdy se vlna odráží od nehomogenit v troposféře. Při návrhu je dále nutné se zabývat i polarizací a depolarizací. Problematika pevných pozemních spojů je zpracována v kapitolách 3 a 4.



Obr. 8.1 Pevný a mobilní spoj

Jak naznačuje obr. 8.1, je situace v mobilních přenosových systémech zásadně odlišná od případu radioreléového spoje. Porovnejme charakter přenosu v pevných (PS) a mobilních (MS) systémech. Zásadní rozdíly lze formulovat do následujících bodů:

Antény

 PS: obě antény, přijímací i vysílací, jsou umístěny a nastaveny do optimálních pevných pozic.

MS: pozice i nastavení mobilní antény není předem definováno a mění se v čase.

PS: použité antény jsou směrové s úzkým svazkem vyzařovací charakteristiky.
 MS: antény, především mobilní, musí být více či méně všesměrové.

 PS: díky pevnému umístění antén existuje stálá přímá viditelnost mezi anténami s nezastíněnou 1. Fresnelovou zónou.
 MS: přímé viditelnosti mezi pevnou a mobilní anténou je dosaženo jen v malém procentu času.

## Útlum

 PS: útlum spoje se mění jen pozvolna o malé hodnoty vlivem změn v atmosféře. MS: útlum stále kolísá až o desítky dB (viz dále).

### Mnohocestné šíření

PS: k mnohocestnému šíření dochází v malém procentu času; jedná se pak většinou pouze o dva paprsky přicházející s blízkého směru (případné další jsou potlačeny vlivem úzké směrové charakteristiky antény). Časové rozdíly jsou tudíž malé (typicky do 6 ns). Pro potlačení mnohocestného šíření pomocí prostorové diverzity je zapotřebí prostorové separace antén asi 150 až 200 vlnových délek. MS: k mnohocestnému šíření dochází stále a to mnoha paprsky přicházejícími. ze všech směrů. Způsobuje tzv. rychlé úniky. Zpoždění tak může být velmi velké (např. desítky µs). Protože se jedná o mnoho paprsků, i malá změna polohy antény způsobí jiný výsledek jejich fázového součtu. Proto při použití prostorové diverzity postačí separace antén jen na několik vlnových délek.

# 8.2 Predikce šíření - klasifikace modelů a modelování

Pro predikci průběhu středního útlumu signálu v závislosti na prostředí - tj. zejména terénu a zástavby, existuje řada nejrůznějších modelů. Pro mobilní radiokomunikace je nejdůležitější modelování šíření elektromagnetické vlny v městské zástavbě. Modely lze dělit podle různých kritérií. Mezi ta základní patří kromě frekvenčního pásma, pro které jsou modely určeny, dělení podle charakteru přenosového prostředí a podle charakteru výpočtu.

Rozhodujícím kritériem z hlediska mechanizmů šíření vlny je umístění pevné antény základnové stanice vzhledem k okolní zástavbě. Proto se modely rozlišují jako modely pro:

- makrobuňky (macrocells), zpravidla území o poloměru cca 1 30 km. Pevná vysílací anténa je vždy nad úrovní okolních střech zástavby.
- mikrobuňky (microcells), poloměr do 1 km. Pevná vysílací anténa je pod nebo na úrovni okolních střech zástavby. Vždy se jedná o městské prostředí.
- pikobuňky (picocells), malé buňky uvnitř budov. Pevná vysílací anténa umístěna uvnitř budovy.

Podle charakteru geografického prostředí lze dále modely dělit na modely pro prostředí venkovské, předměstské, městské apod.

Podle charakteru výpočtu existují modely:

 stochastické, tj. modely pro náhodné generování průběhu signálu pro simulace přenosového kanálu.

- empirické, tj. určení přenosových ztrát z jednoduchých aproximativních vztahů pro daný typ prostředí, kde jsou konstanty těchto vzorců založeny na analýze velkého počtu měření.
- deterministické, tj. teoretické modelování na fyzikálním základě šíření pro idealizovaný nebo více či méně zjednodušený popis daného prostředí (terén, geometrie a materiál zástavby, apod.).
- semi-deterministické, tj. přiblížení se reálným výsledkům z měření empirickou korekcí deterministických modelů.

#### 8.2.1 Základní n-paprskové modely

Mobilní spoj představuje vždy šíření elektromagnetické vlny v poloprostoru, tj. nad povrchem země. První přiblížení ke skutečnosti tedy představuje dvoupaprskový model - viz kap. 5.



Obr. 8.2 Průběh útlumu podle dvoupaprskového modelu (podle [8.3])

Průběh přijímaného výkonu signálu v dB v závislosti na vzdálenosti v logaritmickém měřítku je zobrazen na obr. 8.2. Plná čára představuje vertikální polarizaci, přerušovaná čára horizontální polarizaci. Z obrázku lze vyčíst, že do jistého bodu označovaného jako Fresnelův zlom (Fresnel breakpoint), je závislost nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti (tj. pokles o 20 dB na dekádu), zatímco za tímto zlomem čtvrté mocnině vzdálenosti (tj. pokles 40 dB na dekádu). K Fresnelovu zlomu dochází v místě, kdy se 1. Fresnelova zóna přímého paprsku dotkne země. Jinak vyjádřeno, je to vzdálenost, ve které je dráhový rozdíl obou paprsků roven polovině vlnové délky. Při malých výškách antén vzhledem k jejich vzdálenosti lze tedy Fresnelův zlom  $d_0$  vyjádřit:

$$\Delta r = \frac{2h_1h_2}{d_0} = \frac{\lambda}{2} \qquad \Longrightarrow \qquad d_0 = \frac{4h_1h_2}{\lambda} \tag{8.1}$$

Z dvoupaprskového modelu tedy vychází rozšířené tvrzení, že v mobilním prostředí úroveň signálu klesá s asi čtvrtou mocninou vzdálenosti. Je však třeba mít na paměti, že toto tvrzení

platí až pro vzdálenosti větší než je Fresnelův zlom, tj. pro šíření v makrobuňkách od 1 km. V mikro- a pikobuňkách, tj. ve vzdálenostech mnohem menších než 1 km, zvláště pro vyšší frekvence, se téměř vždy nacházíme před Fresnelovým zlomem.

V interiéru uvnitř zástavby se jako obdoba dvoupaprskového modelu nabízí model třípaprskový, kdy k přímému paprsku přistupují paprsky odražené od podlahy a stropu.

#### 8.2.2 Empirické modely

Historicky k nejstarším a dodnes v praxi k nejvíce používaným modelů patří empirické modely. K jejich oblibě vede velmi jednoduchá a rychlá aplikovatelnost. Pro daný typ prostředí lze závislost útlumu šířením na vzdálenosti od vysílače definovat jednoduchou rovnicí:

$$L_p(d) = L_0(d_0) + 10n \log(\frac{d}{d_0})$$
(8.2)

kde  $L_p$  je útlum šířením v dB

 $L_0$  je referenční útlum v dB pro referenční vzdálenost od vysílací antény  $d_0$ , typicky 1 km pro makrobuňky a 1 m pro mikro- a pikobuňky. V anglické literatuře se tato hodnota označuje jako tzv. intercept a pro vzdálenost d a  $d_0$  se užívají jako jednotka míle.  $L_0$  lze určit měřením (musí být splněna podmínka vzdálené zóny od vysílací antény) nebo odhadnout výpočtem jako ztráty volným prostorem pro  $d_0$ .

n činitel určující spád útlumové křivky, v anglické literatuře tzv. slope, který typicky nabývá pro různá prostředí těchto hodnot:

volný prostor	2	
město	2.5 - 4	
město - při zastínění	3 - 5	
uvnitř budov - přímá viditelnost	1.6 - 1.8	
uvnitř budov - bez přímé viditelnosti	4 - 6	

d vzdálenost v km pro makrobuňky nebo v metrech pro mikro- pikobuňky. Volba jednotek se provádí s ohledem na praktickou práci se vztahy a referenční vzdálenost  $d_0$ .

V logaritmickém zobrazení útlumu i vzdálenosti je tedy výkonová úroveň signálu reprezentována jako přímková klesající závislost na vzdálenosti. Parametry  $L_0$  a n jsou samozřejmě silně závislé na charakteru městské zástavby, její hustotě apod. Toto názorně ilustruje obr. 8.3, který se váže k Lee modelu (viz [8.2]). Empirických modelů existuje celá řada. Nejrozšířenějším je Okumura-Hatův a jeho varianty, který vznikl na základě rozsáhlých měření v Japonsku. Před použitím konkrétního modelu je důležité pozorně prostudovat jeho omezení platnosti. Jedná se zejména o minimální a maximální vzdálenost vysílače a přijímače, omezení výšek antén a typ terénu.



Obr. 8.3 Graf pro empirický Lee model (podle [8.2])

#### 8.2.3 Deterministické modely

Obecný, plně deterministický popis rozložení elektromagnetického pole v reálné situaci městské zástavby vzešlý z řešení Maxwellových rovnic je vzhledem k obecnosti zadání naprosto nezvládnutelný. Deterministické modely jsou založeny na fyzikálních principech a se snaží zjednodušeně modelovat šíření elektromagnetické vlny i v geometricky a materiálově složitých situacích. Hlavní slabinou těchto modelů je potřeba více či méně přesného popisu prostředí – zástavby a v neposlední řadě i jejich výpočetní náročnost. Tento problém je možné řešit dvěma způsoby - uvažovat, že:

- popis prostředí je pouze zjednodušený
- popis okolního prostředí je založen na periodicky se opakující jednotné struktuře, např. periodické bloky zástavby.

Použitý postup modelování, který se zatím nejvíce blíží fyzikální realitě, je metoda sledování paprsku – ray tracing. Využívá principu geometrické optiky, kdy je každý směr šíření elektromagnetické vlny nahrazen jednotlivým paprskem. Tuto aproximaci lze použít pouze za podmínky, že vlnová délka je mnohem menší než jsou rozměry okolních objektů. Metoda ray tracing je vhodná především pro šíření v husté městské zástavbě nebo uvnitř zástavby. Na rozdíl

od jiných metod dokáže určit nejen střední úroveň signálu v místě pozorování, nýbrž i další parametry jako jsou význačné směry odkud energie přichází, zpoždění od jednotlivých paprsků atd., tj. dokáže analyzovat i pomalé a rychlé úniky.

Při reálném přenosu existuje mezi bodem vysílače a přijímače teoreticky nekonečně mnoho spojovacích drah - paprsků, po kterých se může signál šířit. Každý paprsek v sobě může zahrnovat přímé šíření, odraz od země, odraz od stěn budov a okolních objektů, difrakci na horizontálních i vertikálních hranách, útlum průchodem skrz objekty nebo porost, atd.. Vektor intenzity elektrického pole každého paprsku na své cestě mění svou amplitudu, fázi i směr. Navíc se vše odehrává v obecně třírozměrném prostoru a v čase. Je jasné, že při praktické implementaci modelu je třeba přijmout mnoho zjednodušujících předpokladů a omezení, aby mohl být model vůbec matematicky formulován pro jeho praktické použití.

### 8.2.4 Semi-deterministické modely

Semi-deterministické modely využívají jako základ deterministický model, který je různým způsobem korigován podle výsledků reálných měření. Hranici mezi deterministickými a semideterministickými modely je potom těžké pevně vymezit. I obecný přístup metody sledování paprsku se jen obtížně vyhne některým zjednodušením při výpočtu odrazu a difrakce na hranách, aniž by respektoval empirické výsledky měření. Lze konstatovat, že prakticky použitelný model založený na deterministickém přístupu je v přesném slova smyslu v podstatě vždy semideterministickým modelem.

## Literatura k 8. kapitole

- [8.1] Doble, J.: Introduction to Radio Propagation for Fixed and Mobile Communications, Artech House, London, 1996
- [8.2] Lee, C.W.Y.: Mobile Cellular Telecommunications, McGraw-Hill, New York, 1995
- [8.3] Siwiak, K.: Radiowave Propagation and Antennas for Personal Communications, Artech House, London, 1995
- [8.4] Faruque, S.: Cellular Mobile Systems Engineering, Artech House, London, 1996
- [8.5] Fujimoto, K., James, J.R.: Mobile Antenna Systems Handbook, Artech House, London, 1994
- [8.6] Brown, P.G., Constaninou, C.C.: Prediction of Radiowave Propagation in Urban Microcell Environments using Ray Tracing Methods, IEEE AP, April 1995, str. 373
- [8.7] Saunders, S.: Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems. John Wiley and Sons, London, 1999

# 9. Specifické vlastnosti šíření elektromagnetických vln v jednotlivých oblastech kmitočtového spektra

# 9.1 Infrazvukové a zvukové radiové vlny

Tyto radiové vlny mají kmitočty od 3 mHz do 10 Hz. Vznikají fluktuací elektronových a protonových toků od Slunce k Zemi. Souvisejí s mechanickými vlnami, které vznikají v ionizované plazmě atmosféry a nazývají se magnetohydrodynamické vlny. Předpokládá se, že tyto vlny způsobují fluktuační pohyb v ionosféře, který má za následek úniky při ionosférickém šíření. Rychlost šíření magnetohydrodynamických vln je malá a uvádí se, že při hustotě plazmy 10<sup>-6</sup> kg/m<sup>3</sup> a vnějším magnetickém poli země 40 A/m je asi 760 m/s.

Bleskové výboje v troposféře jsou zdrojem převážně radiových vln ve spektru zvuku 10 Hz až 3 kHz. Při šíření těchto vln v magnetickém poli Země podél magnetických siločar nepřechází index lomu do nulové hodnoty a takové vlny mohou proniknout hluboko do ionosféry. Radiové vlny zvukových kmitočtů způsobené bleskovými výboji mohou ionosférou pronikat zejména v oblastech magnetických pólů. Mohou se šířit po siločarách ze severní polokoule na jižní (v oblastech geomagnetických pólů) přes vzdálenosti až 10 poloměrů Země. Jejich rychlost šíření je závislá na kmitočtu. Při příjmu pak dochází k postupnému příjmu jednotlivých kmitočtových složek, což vyvolává charakteristické hvizdy, jejichž kmitočet se spojitě snižuje.

# 9.2 Velmi dlouhé a dlouhé vlny

Dlouhými vlnami se v radiotechnice nazývají rádiové vlny v pásmu kmitočtů 30 a 300 kHz a velmi dlouhými vlnami vlny v pásmu 3 až 30 kHz. Dlouhé (velmi dlouhé) radiové vlny se používají pro spojení na velké vzdálenosti. Přízemní vlny lze často zanedbat i když jsou pro ohyb těchto vln kolem zeměkoule příznivé podmínky. Intenzita prostorové vlny však již v "relativně malé vzdálenosti" (řádově stovky kilometrů od vysílače) převyšuje intenzitu přízemní vlny. Prostorové vlny se šíří odrazem od dolní hranice vrstvy D (ve dne) nebo od stabilní vrstvy E (v noci). Je si možné představit, že dlouhé vlny se šíří v prostoru mezi dvěma kulovými slupkami (tvořených příslušnou ionosférickou vrstvou a povrchem Země). Při šíření mezi dvěma kulovými plochami kolem Země dochází k efektu, kdy se intenzita pole postupně se vzdáleností od vysílače zmenšuje až při setkání všech dílčích vln v bodě středově symetrickém (na opačné polokouli) dojde opět k jejich plnému sečtení. Vzhledem k tomu, že dochází k postupnému útlumu a disperzi, není toto maximum stejně velké jako vysílaná vlna, nicméně je jasně patrné. Tento efekt se označuje jako efekt antipódu. Intenzita elektrického pole v pásmu dlouhých vln se počítá většinou pomocí různých empirických vzorců. Nejpoužívanějším z nich je tzv. Austinův vzorec, který nezávisí na prostředí a je použitelný pro rozsah vzdáleností od 2000 do 18000 km. Z vyzařovaného výkonu P [kW], ze vzdálenosti r a vlnové délky  $\lambda$  [oboje v km] a ze středového úhlu mezi vysílačem a místem příjmu určíme

$$E_{\rm ef} = \frac{300\sqrt{P}}{r} \left(\frac{\Theta}{\sin\Theta}\right) e^{-0.0014r/\lambda^{0.6}} \quad \left[\rm{mV}/\rm{m}\right]$$
(9.1)

Velmi dlouhé vlny se mohou rovněž šířit v podpovrchových vrstvách zemské kůry, které vytváří jakýsi "podzemní vlnovod". Např. pod oceány je vrstva sedimentárních hornin pouze o tloušťce asi 1 km, jinde je tato povrchová vrstva zemské kůry až 5 km tlustá. Ta tvoří horní stěnu vlnovodu a má měrnou vodivost např. 10<sup>-3</sup> S/m u suché půdy. Pod sedimentárními horninami je vrstva vyvřelých vulkanických hornin o tloušťce 10 až 20 km, které tvoří vlastní jádro kulového vlnovodu. Třetí vrstva je většinou čedičová. Pomocí podzemního vlnovodu je možné spojení i pod mořskou hladinou, kde vysílač je umístěn na břehu a přijímač (ponorky) v moři v blízkosti dna. Část přenášeného výkonu prochází podzemním vlnovodem a relativně tenkou zemskou kůrou do moře (přijímat lze anténou v blízkosti mořského dna).

# 9.3 Střední vlny

Za střední vlny v radiotechnice jsou nejčastěji považovány vlny v pásmu 100 kHz až 1,5 MHz. Šíří se jako přízemní i jako vlny prostorové. Intenzitu elektrického pole přízemní vlny určíme podle kapitoly 3. Ke svému odrazu od ionosféry potřebují střední vlny hodnotu elektronové koncentrace od 10<sup>8</sup> do 3.10<sup>10</sup> el/m<sup>3</sup>. Tloušťka vrstvy D je asi 15 km a útlum středních vln v celkové délce dráhy v D vrstvě je poměrně malý. Zhruba stejná hodnota útlumu je přidána nižší částí vrstvy E. Zvýšený útlum je na frekvenci f = 1,4 MHz vlivem gyromagnetické rezonance. V důsledku zmenšení tlumící oblasti po západu Slunce (vymizí vrstva D) se zmenší v noci útlum prostorové vlny ve středovlnném pásmu. V denních hodinách jsou prostorové vlny těchto kmitočtů ionosférou poměrně značně tlumeny tak, že vliv prostorové složky je možné zanedbat. Po západu Slunce ve větších vzdálenostech naopak vliv prostorové vlny převládá. Podle fázového posuvu mezi přízemní a prostorovou vlnou dochází ke kolísání síly příjmu. Vlny s kratší vlnovou délkou mají větší změnu fáze způsobenou změnou délky trajektorie šíření se změnami, ke kterým v ionosféře při fluktuacích dochází. Výkyvy v příjmu jsou značné. Pouze v malých vzdálenostech od vysílače je intenzita pole časově neměnná, protože zde i v noci přízemní vlna převyšuje vlnu prostorovou. Obecně v noci však dochází k interferencím, které je možné potlačit speciální konstrukcí vysílacích systémů - pomocí tak zvaných protiúnikových antén. Intenzita pole v nočních hodinách se počítá podle vztahu

$$E_{\rm ef} = \frac{600\sqrt{P \cdot r^2}}{\sqrt{\left[\left(r^2 + 4h^2\right)^3\right]}} \qquad [mV/m; kW, km, km] \qquad (9.2)$$

kde h je výška ionosférické vrstvy E

r je vzdálenost

Tento vztah vykazuje maximum intenzity elektrického pole ve vzdálenosti  $r = 2h\sqrt{2}$ . Pro příjem v oblasti středních vln se definuje oblast příjemného poslechu (bez nepříjemného kolísání) daná poměrem složky přízemní a ionosférické vlny v mezích 1:3 až 2:5. S tímto poměrem souvisí konstrukce anténních systémů, kdy prodlužováním anténního vodiče se zvětšuje poloměr pásma příjemného poslechu, ale od určité meze (většinou se volí 0,625  $\lambda$ ) se začíná uplatňovat parazitní lalok vertikálního diagramu záření, který s rostoucí délkou antény roste a zvětšuje prostorovou složku vlny.

# 9.4 Šíření krátkých vln

Za "klasické pásmo" krátkých vln se považují kmitočty 1,5 až 30 MHz. Opět se mohou šířit jako vlny přízemní i prostorové. Útlum přízemní vlny je však v případě krátkých vln nad polovodivou zemí poměrně značný a proto při obvyklých výkonech se uvažuje šíření přízemní složkou do vzdálenosti desítek km. Prostorová složka vlny se šíří jednoduchým nebo vícenásobným odrazem od ionosféry. Útlum krátkých vln se zmenšuje s frekvencí. Z ionosférických měření vyplyne, že v poledních hodinách je maximální koncentrace vrstvy  $F_2 \ 10^{12} \ el/m^3$  a vrstvy E  $10^{11} \ el/m^3$ . Srážkový kmitočet je  $10^3 \ s^{-1}$  ve vrstvě  $F_2 \ a \ 10^6 \ s^{-1}$  ve vrstvě E. Součin koncentrace a srážkového kmitočtu je ve vrstvě E  $10^{17}$  a ve vrstvě  $F_2 \ 10^{15}$ . V prvním přiblížení lze pro krátké vlny použít vztah pro útlum

$$\delta = 1,35 \cdot 10^{-7} \, \frac{N_{\eta}}{f} \quad [\text{m}^1] \tag{9.1}$$

Konstanta útlumu závisí na součinu  $N_{\eta}$  a je u krátkých vln ve vrstvě F<sub>2</sub> je tedy asi setina útlumu ve vrstvě E. Ve skutečnosti jsou však radiové vlny tlumeny i v nižších částech atmosféry, zejména ve vrstvě E. Z toho plynou pro radiové spojení tyto závěry

- pásmo použitelných kmitočtů ohraničuje shora maximální použitelný kmitočet (MUF), vyšší kmitočet již ionosférou projde
- útlum ve spodních vrstvách ionosféry nesmí být veliký, podmínkou maximálního útlumu je pásmo vhodných kmitočtů omezeno zdola tzv. nejnižším použitelným kmitočtem (LUF)

Při příjmu krátkých vln dochází k poměrně rychlému kolísání intenzity přímé vlny. Amplituda signálu při úniku na krátkých vlnách se mění 10× až 100×, přičemž doba mezi dvěma následujícími extrémy se mění od desítek do desetin sekund. Příčinou úniků jsou opět interference mezi několika paprsky, které dopadají do místa příjmu a jejichž fáze se mění vlivem nestabilit ionosféry. U středních vln byla hlavní interference mezi přízemní a prostorovou vlnou, v pásmu krátkých vln se jedná většinou o úniky interferencí několika paprsků prostorové vlny. Protože se různé kmitočty odrážejí od různých výšek ionosféry, budou mít úniky na každém kmitočtu jiný průběh. Kmitočtovou závislost úniků označujeme jako selektivní únik. Často dochází nejenom ke kolísání intenzity elektrického pole, ale v případě selektivních úniků i ke zkreslení širokopásmového signálu (disperze). Na krátkých vlnách také dochází často k polarizačnímu úniku vzhledem k tomu, že polarizace jednotlivých paprsků se při odrazech obecně mění. Stav prostorových vln se mění rychleji s vyšším kmitočtem. Úniky na krátkých vlnách lze omezit různými metodami, nejznámější je tzv. výběrový (diverzitní) příjem, kdy se předpokládá, že únik signálu v místech vzdálených od sebe několik set metrů má různou povahu a probíhá nezávisle. Pak využitím dvou až tří antén s přijímacími jednotkami a vhodnou sumací přijatých signálů na výstupech lze omezit kolísání příjmu. Dále lze únik potlačit pomocí ostře směrovaných tzv. protiúnikových antén, které přijímají pouze jediný z odražených paprsků. Vzhledem k tomu, že krátké vlny mají při šíření na velké vzdálenosti poměrně malý útlum, může dojít i k jejich několikanásobnému oběhu okolo zeměkoule a vzniká tak ozvěna. Na krátkých vlnách se rovněž můžeme setkat s tzv. pásmem ticha, které obklopuje vysílač a ve kterém není možný příjem. Toto pásmo je v takové vzdálenosti, ve které jsou přízemní vlny značně tlumeny, ale geometrie spoje ještě neumožní návrat odražené prostorové vlny od ionosféry. Pro návrh krátkovlnného spoje se využívají předpovědní mapy MUF. Tyto mapy se opírají o křivky kritického kmitočtu s tím, že jsou zakresleny kritické kmitočty pro různé délky spoje. Předpokládá se, že spojení jedním odrazem je možné do vzdálenosti 4000 km. Podobně se stanovuje nejnižší možný kmitočet opět pro danou vzdálenost spoje, pod kterým již je útlum nepřípustně velký. Předpovědní ionosférické mapy proto umožní stanovit pásmo kmitočtů pro každou hodinu místního času v bodě odrazu. Tyto mapy se určují pro oblasti na Zemi dělené podle zeměpisné délky na oblast východní (E) nebo západní (W) (někdy bývá ještě použito tzv. mezilehlé pásmo (I), které leží nad oceány). Předpovědní mapy se částečně mění se zeměpisnou délkou. Jejich závislost na zeměpisné šířce je podstatně silnější a proto se tyto mapy definují pro šířky pásů po deseti stupních (+5° až -5° od rovníku, 5° až 15°, pro naše zeměpisné šířky 45° až 55° atd. - viz obr. 9.1, 9.2). Částečně se předpovědní mapy liší pro severní a jižní polokouli.

Při návrhu krátkovlnného spoje postupujeme např. následovně:

- Určíme zeměpisné souřadnice přijímače a vysílače, určíme skutečnou trasu spoje.
- Určíme délku dráhy tohoto spoje a souřadnice bodu odrazu (při vzdálenosti spoje do 4000 km). Při spoji nad 4000 km určíme místo bodu odrazu tzv. dva kontrolní body; jeden ve vzdálenosti 2000 km na dané trase od vysílače, druhý 2000 km před přijímačem.
- Dohodneme sjednocení časového údaje, vzhledem k tomu, že vrstva odrážející ionosféry pro spoj je určena bodem odrazu (kontrolními body), který nemusí mít stejný čas s místním časem v bodě příjmu resp. vysílání.
- Podle požadavku na spoj určíme z grafů pro daný bod odrazu (kontrolní body) kritický kmitočet (MUF) (obr. 9.1) pro danou délku spoje a z grafů nejnižších přípustných kmitočtů (LUF) (obr. 9.2) pro danou délku spoje průběh pracovního kmitočtu během dne (případně podle požadavku v jistou část dne během celého ročního období a podobně).
- Stanovenou křivku, která udává možný průběh kmitočtů, na kterých je možné navazovat spojení, upravíme tak, že místo kmitočtu MUF, který představuje horní hranici, budeme spojení realizovat co nejblíže k průběhu tzv. optimálního kmitočtu pro přenos (FOT), který je 0,85 z hodnoty MUF. Stanovíme kmitočtový plán s ohledem na rozumné využití přiděleného frekvenčního spektra.

Mimo tento postup existuje ještě řada dalších metod frekvenčního plánování krátkovlnných spojů. Do výkonových hledisek je nutné zahrnout systémové parametry jednotlivých komponent spoje a určit nejenom kmitočtový plán, ale i výkon vysílače, parametry antén, citlivost přijímače atd.

# 9.5 Šíření velmi krátkých vln

Jedná o pásmo zahrnující frekvence nad 30 MHz pokračující do pásem mikrovlnných, na které dále navazují kmitočty infračervené a optické části spektra. Perspektiva těchto kmitočtů je zejména ve velké relativní šířce využitelného pásma, velké kapacitě spojů a tudíž velké přenosové rychlosti atd. Pro návrh spojů v oblasti velmi krátkých vln je třeba uvážit skutečné poměry pro navrhovaný spoj a použít ta specifika, která jsou pro daný případ rozhodující. Tímto způsobem se vytvoří vhodný model, do kterého je třeba např. zahrnout

- skutečný charakter spoje a typy vln, pomocí kterých se realizuje
- existenci přímé a odražené vlny, vznik interferencí (kap. 2.4, 4.6)
- vliv zakřivení zemského povrchu (kap. 4.4.2, 4.4.3)
- vliv drsnosti povrchu (kap. 4.4.4)
- význačný objem pro přenos (kap. 2.4.4)
- vliv překážek na trase (kap. 2.4.5)
- vliv hydrometeorů v zemské atmosféře (kap. 2.2)

Pochopitelně existuje i řada dalších vlivů, které mohou podstatným způsobem ovlivnit šíření elektromagnetických vln této části kmitočtového spektra. Jedná se např. o komplikované jevy související s vícenásobnými odrazy a rozptylem na hranách, jevy související se vznikem parazitních polarizací atd.



Obr. 9.1 Předpovědní mapa MUF a-prosinec, b-červenec pro pásmo 45-55° sev. šířky, oblast E





# 10. Kmitočtové plánování a koordinace

Kmitočtové spektrum je považováno za specifický přírodní zdroj, se kterým je nutno náležitě hospodařit. Zásadním elementem kmitočtového hospodářství (Frequency Spectrum Management) je fakt, že využívání spektra je na jedné straně výrazem národní suverenity a má přímý dopad na bezpečnost státu a současně na straně druhé je radiová komunikace ze své podstaty činností, kterou nelze omezit státními hranicemi. Kmitočtové spektrum, jako médium nezbytné pro fungování řady služeb, je také možno chápat jako důležitou komoditu. Z výše uvedeného je zřejmé, že kmitočtové hospodářství je komplexní obor zahrnující jak činnosti ryze technické, tak regulační, strategické a politické.

Správa kmitočtového spektra je prakticky ve všech zemích světa svěřena vládní instituci, která dbá na to, že kmitočtové spektrum je využíváno v souladu se zákony a úmluvami. Tato instituce obvykle také reprezentuje svůj stát na mezinárodní úrovni a garantuje mezistátní úmluvy týkající se využívání spektra. V České republice je správou kmitočtového spektra pověřeno ministerstvo dopravy a spojů. Technickými činnostmi, jako je plánování kmitočtů, analýza interferencí, povolování radiového provozu, typové osvědčení zařízení atd. bývá pověřen výkonný orgán, v Česká republice je to Český telekomunikační úřad.

Efektivní využívání rádiového spektra vyžaduje mezinárodní koordinaci celé řady činností. Tato potřeba vedla ke vzniku celé řady mezinárodních organizací a institucí jejichž mandát souvisí s využíváním rádiového spektra. Na celosvětové úrovni je zásadní institucí Mezinárodní telekomunikační unie (ITU), dále se specifickými oblastmi zabývají například Mezinárodní organizace civilního letectví (ICAO), Mezinárodní námořní organizace (IMO), Unie radioamatérů (IARU), Světová organizace obchodu (WTO) a další. Z regionálních organizací je v Evropském kontextu nejdůležitější CEPT, Evropská konference regulačních orgánů v oblasti pošt a telekomunikací.

#### Literatura ke kapitole 10

- [10.1] Radiokomunikační řád, ITU Ženeva
- [10.2] Základní informace Českého telekomunikačního úřadu, květen 1997
- [10.3] Ryvola, R.: Kmitočty rodinné stříbro, TELEKOMUNIKACE, č. 7-8/1996
- [10.4] Ryvola, R.: Kmitočty zlaté, stříbrné a rezavé, TELEKOMUNIKACE, č. 12/1996
- [10.5] Ryvola, R.: Kmitočtové inženýrství na rozcestí, TELEKOMUNIKACE, č. 12/1997
- [10.6] Ryvola, R., Valenta, J: Národní kmitočtová tabulka, TELEKOMUNIKACE, č. 12/19987
- [10.7] Valenta, J.: Kmitočtová koordinace letecké rádiové navigace a FM rozhlasového vysílání, TELEKOMUNIKACE, č. 6/1997
- [10.8] Valenta, J.: Koordinace pozemské stanice družicové služby se stanicemi zemské služby (rr. spoje), TELEKOMUNIKACE, č. 3/1996
- [10.9] Rec. ITU-R IS.Series Volume, Inter-service sharing and compatibility, Geneva 1994 Národní kmitočtová tabulka, Praha 1995

# 11. Základní pojmy z teorie antén

IEEE Standard Definitions of Therms for Antennas (IEEE Std 145-1973 [11.1], [11.2]) definuje anténu jako zařízení pro vyzařování nebo příjem radiových vln.

# 11.1 Anténa jako prvek radiokomunikačního řetězce

Anténa je hraničním prvkem radiokomunikačního řetězce. Jako přechodová struktura zprostředkovává změnu charakteru šíření harmonické elektromagnetické vlny z šíření podél uměle vytvořeného vedení (napáječe s pevně stanovenou strukturou např. koaxiální vedení, vlnovod, dvouvodičové i jiné vedení) na šíření v obecném prostoru (volný prostor - atmosféra, kosmický prostor, horniny zemských vrstev, vodní prostory atd.) a naopak. Podle konkrétního směru přenosu energie dělíme antény na přijímací a vysílací. Tyto se liší některými požadavky na ně kladenými a konstrukcí, řada jejich parametrů je zase shodná.

Parametry antén můžeme zhruba rozdělit do dvou základních skupin. Do první skupiny patří parametry popisující anténu z hlediska jejího vnějšího chování, tj. z hlediska toho, jak se anténa jeví při měření ve volném prostoru kolem ní, do druhé patří ty parametry, které lze naměřit přímo na anténě jako na části obvodu. První skupinu můžeme také charakterizovat jako skupinu parametrů, jejichž hodnoty závisí na geometrii antény a druhou skupinu jako takovou skupinu parametrů, jejichž velikosti určuje nejen geometrie antény, ale také vlastnosti materiálu antény, ze kterého je postavena. Tak do první skupiny můžeme zařadit směrové (vyzařovací) charakteristiky, polarizační charakteristiky, směrovost, do druhé pak impedanční vlastnosti. Pochopitelně toto rozdělení je částečně umělé a přísluší spíše měřicím metodám. Skutečná podstata jak vyzařovacích tak i impedančních vlastností má společný základ v rozložení zdrojových veličin (proudů) na anténě, a proto spolu impedanční i směrové vlastnosti souvisejí.

Z hlediska řešení anténní problematiky se také často mluví o vyřešení tzv. vnitřní úlohy, která popisuje způsob a mechanismus rozložení zdrojů elektromagnetického pole (nábojů a proudů) v objemu, který přisuzujeme vlastnímu tělesu antény a vyřešení vnější úlohy, která se zabývá pouze otázkou výpočtu elektromagnetického pole v okolním prostoru z pevně definovaných zdrojových prvků antény (nábojů a proudů). Při řešení se předpokládá vzájemná nezávislost vnější a vnitřní úlohy, což není přesné. Znamená to, že pro vypočítané vyzařované pole neuvažujeme, že okolní prostor vlastně představuje pro anténu zatěžující prvek (v případě vysílací antény), který druhotně ovlivní rozložení zdrojů na anténě. V případě přijímací antény naopak neuvažujeme, že energie je z antény odváděna k přijímači, což se opět musí projevit v rozložení zdrojových prvků v jejím objemu. Dále předpokládáme, že okolní prostor na jedné straně i napájecí vedení na straně druhé i vlastní prostor antény je vyplněn prostředím s lineárními elektrickými a magnetickými vlastnostmi (materiálové parametry prostoru nejsou

ovlivněny velikostí intenzit elektromagnetických polí). Pak je možné řešit Maxwellovy rovnice pro lineární prostředí a jenom pak používat princip superpozice.

Vzhledem k tomu, že anténa je koncovým prvkem radiokomunikačního řetězce, ovlivňuje svými parametry zvláště podstatně kvalitu celého radiokomunikačního přenosu. Protože interaguje v obou případech přímo s elektromagnetickou vlnou, je anténa citlivá na frekvenci, směr šíření a polarizaci vlny. Pak také anténa představuje prvek s vlastnostmi filtru nejenom ve frekvenční oblasti, ale i v oblasti prostorových souřadnic směrů příjmu a orientace vzhledem k příjmu různých polarizací. Proto je také řada postupů používaných v teorii filtrů aplikovatelná i pro problematiku antén. Řada pojmů, se kterými se dále budeme setkávat, je společná pro antény vysílací i přijímací. Tyto společné vlastnosti jsou založeny na platnostech principů duality a reciprocity. Veškeré časové děje jsou dále uvažovány jako harmonické.

# 11.2 Základní druhy antén

#### Drátové (lineární) antény (wire antennas)

Drátové antény představují širokou třídu antén, jejichž vyzařování je založeno na vyzařování vodičů a jejich soustav, kde délkový rozměr převládá nad jejich průměrem. Tyto antény mají různé tvary, od klasických úseků přímých vodičů přes smyčky nejrůznějších provedení (kruhové, pravoúhlé či jiné libovolné konfigurace) až po šroubovicové antény. Příklady viz obr. 11.1.



Obr. 11.1 Některé příklady konfigurací drátových antén; a) dipól (dipole), b) kruhová smyčka (circular loop), c) šroubovicová anténa (helix)

#### Plošné antény (aperture antennas)

Jejich vyzařovací částí je výstupní plocha (apertura) např. vlnovodné ústí, trychtýře nejrůznějších tvarů atd. - viz obr. 11.2.



Obr. 11.2 Příklady konfigurací plošných antén; a) pravoúhlý vlnovod (rectangular waveguide), b) jehlanový trychtýř (pyramidal horn), c) kuželový trychtýř (conical horn)

## Anténní řady a pole (array antennas)

V řadě aplikací není možné dosáhnout požadovaných vlastností antény jediným elementem. Proto se vytvářejí uspořádání jednotlivých zářičů v prostoru, ploše či pouze v řadě. Obvykle se tento termín používá u antén vytvořených z jednotlivých zářičů jako vyzařujících elementů, ale jsou možná i uspořádání, kde jsou zářiče vytvářeny ve spojité struktuře. Příklady takových anténních řad jsou na obr. 11.3.



Obr. 11.3 Příklady konfigurací anténních řad a polí; a) Yagiho řada (Yagi-Uda array), b) plošné vlnovodné pole (waveguide aperture array), c) štěrbinová řada (slotted waveguide array)

#### Reflektorové antény (reflector antennas)

Tyto antény používají speciálně tvarovaný reflektor, případně soustavy reflektorů k formování směrových (vyzařovacích) vlastností primárního zářiče. Vesměs se s jejich pomocí dociluje formování divergujícího pole primárního zářiče na rovinnou vlnu - viz obr. 11.4. Jedná se většinou o antény vysoce směrové.



Obr. 11.4 Příklady reflektorových antén; a) parabolický reflektor s čelním napájením (parabolic reflector with frond feed), b) parabolický reflektor v Cassegrainově uspořádání (parabolic reflector with front feed), c) úhlový reflektor (corner reflector)

#### Anténní čočky (lens antennas)

Cočky (obr. 11.5) mají při vhodném geometrickém tvaru povrchu (konvexní-rovinný-konkární) a vhodném materiálu (relativní index lomu použitého materiálu n < 1 nebo n > 1), ze kterého jsou vyrobeny schopnost transformovat divergující energii od zdroje na vlnu požadovaného tvaru (obvykle na rovinnou vlnu). V tomto smyslu mají stejné možnosti jako reflektorové antény. Na velmi vysokých frekvencích je možné dosáhnout s jejich použitím menších rozměrů anténních struktur než u struktur reflektorových.

Mimo tyto základní typy antén existuje pochopitelně celá řada dalších vyzařovacích struktur včetně jejich kombinací.



Obr. 11.5 a) anténní čočky pro relativní index lomu n>1, b) anténní čočky pro n<1



Obr. 11.6 Mechanismus vyzařování elmag. vlny; a) liniové antény, b) trychtýřového vedení

#### Mechanismus vyzařování elektromagnetické vlny

Částečně si můžeme tento problém vysvětlit pomocí obr. 11.6. Harmonicky proměnný zdroj napětí mezi dvěma zde symetricky tvarovanými rozlehlými deskami bude vytvářet elektrické a magnetické pole, jejichž intenzity znázorníme příslušnými siločárami. Elektrické pole působí silou na volné elektrony ve vodičích. Zjednodušeně lze říci, že pohyb těchto elektronů vyvolává proudy tekoucí po deskách a v prostoru se následně vytváří magnetické pole. Celý obrázek shluků siločar se pak v čase posunuje od zdroje a ve volném prostoru vytváří vyzařované pole, jehož charakter je určován vlastností vodivé struktury - antény. Elektromagnetické pole na přenosovém vedení je spojeno s existencí nábojů ve/na vodičích. Jakmile je však vlna vyzářena ze struktury vedení, pak i siločáry elektrického pole vytvoří uzavřené smyčky bez přítomnosti nábojů, které by byly nutné pro jejich existenci. V analogii s vlnami na vodě můžeme říci, že

elektrické náboje a jejich silové působení jsou nutné pro vybuzení pole, ale nejsou již nutné pro jeho udržení, vlna se dál samostatně šíří v prostoru. V blízké oblasti u antény se pole chová odchylně a není možné zde mluvit při konečných rozměrech anténní struktury o elektromagnetické vlně. Fázová rychlost, tedy rychlost pohybu siločar od zdroje, je v této oblasti také větší než rychlost světla (přenosu energie v daném prostředí). S postupným vzdalováním od antény fázová rychlost klesá, až po skutečný "volný prostor", kde dosáhne velikosti skupinové rychlosti, charakterizující skutečnou rychlost transportu energie. Fázová rychlost ve svém významu představuje rychlost pohybu "stavu", resp. uspořádání pole, v tomto případě znázorněném siločarami. Proto se definují jednotlivé oblasti v okolí antény:

#### Blízká reaktanční oblast (pole) (reactive near-field region)

je definována vnitřkem koule o poloměru (anténa je v jejím středu)

$$R_1 = 0,62\sqrt{\frac{d^3}{\lambda}},\tag{11.1}$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka a *d* je největší rozměr antény.

Poyntingův vektor má v této oblasti v periodě téměř nulovou střední hodnotu, jalový výkon je podstatně větší než činný.

#### Blízká zářivá oblast (pole) (radiating near-field region), Fresnelova oblast

Jedná se o oblast mezi reaktivní blízkou zónou a vzdálenou oblastí (zářivou oblastí) antény. Kritérium vnějšího poloměru této oblasti je dáno maximální fázovou chybou  $\pi/8$  (tj.  $\lambda/16$ ) od rovinné vlny. Vnější poloměr oblasti je dán vztahem

$$R_2 = \frac{2d^2}{\lambda} \tag{11.2}$$

kde d je největší rozměr struktury antény, přičemž  $d > \lambda$ .

## Vzdálená oblast, vzdálená zóna antény (far field), Fraunhoferova oblast

Vzdálená oblast je celá oblast vně koule o poloměru daném rovnicí (11.2). Pro případ  $\lambda > d$  se ke vztahu (11.2) přidává vzdálenost  $\lambda$ .

$$R_2 = \frac{2d^2}{\lambda} + \lambda \tag{11.3}$$

Pole je zde již příčné (transverzální), tedy jeho složky jsou kolmé na směr šíření. Radiální složky pole jsou zanedbatelné.

# 11.3 Základní pojmy z teorie antén

#### 11.3.1 Směrová a vyzařovací charakteristika

Pojem směrová charakteristika (radiation pattern) používáme v češtině u přijímacích antén, pojem vyzařovací charakteristika je používán u vysílacích antén. Fakticky se jedná o stejnou veličinu popisující směrové vlastnosti antény. Z principů reciprocity a duality viz např. [11.4] obecně plyne, že řada parametrů vysílacích a přijímacích antén je záměnná a že odlišnost v jejich využití je spíš v konkrétních požadavcích kladených na uvedené třídy antén.

Anténou vyzařované elektromagnetické pole lze ve sférických souřadnicích vystihnout obecným vztahem

$$E = C \cdot A e^{j\psi} a_0 F(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{e^{-jkr}}{r}$$
(11.4)

kde

С

e<sup>-jkr</sup>

obsahuje konstanty prostředí

 $Ae^{j\psi}a_0$  je funkce buzení - vektorový charakter udává např. směr tekoucích proudů

 $F(\vartheta, \varphi)$  je vyzařovací charakteristika

Obecná anténa se vyznačuje tím, že velikost jí vysílané (přijímané) elektromagnetické energie je různá v různých směrech. Směrová charakteristika antény je definována jako reprezentace směrových vlastností antény v závislosti na prostorových souřadnicích. Pro většinu případů se určuje pro vzdálenou zónu. Směrové vlastnosti zahrnují komplexní intenzitu elektrického pole (obecně amplitudu i fázi) a polarizační vlastnosti. Pokud takto zobrazujeme přijímaný výkon, nazýváme tuto charakteristiku výkonovou směrovou charakteristikou (power pattern). Jedná-li se o charakteristiku zobrazující intenzitu pole, mluví se pouze o směrové (případně směrové napěťové) charakteristice (field pattern). Toto rozlišení má zásadní význam (např. pro výpočet směrovosti) a je proto nezbytné vědět, jakou veličinu máme k dispozici, například co měříme - zda se jedná o intenzitu pole nebo o výkon. Při měření je nutné znát charakteristiku přijímače, abychom skutečně věděli, jakou charakteristiku měříme (např. viz rozdíly při použití lineárního nebo kvadratického detektoru). Tento problém může být velmi důležitý zejména při měření směrových antén, kde je nezbytná velká dynamika přijímače.

V praxi je měřená a zaznamenávaná třírozměrná směrová charakteristika pro názornost zobrazována do jednotlivých řezů v dvourozměrném souřadném systému (obr. 11.7). V řadě praktických aplikací se používají řezy v hlavních rovinách (např. vertikální a horizontální) v závislosti pouze na jediné proměnné (jediném úhlu). Někdy je totiž užitečné protnout vyzařovací charakteristiku  $F(\mathcal{G}, \varphi)$  rovinou tvořenou vektorem intenzity elektrického pole E a směrem maxima vyzařování resp. rovinou tvořenou vektorem intenzity magnetického pole H a směrem maxima vyzařování. Dostáváme tak vyzařovací charakteristiku v rovině E (E plane) a vyzařovací charakteristiku v rovině H (H plane). Nejnázornější je zobrazení v polárních souřadnicích. Měřítko v radiálním směru se podle potřeb přesnosti odečítání volí buď lineární nebo logaritmické. Jiným z mnoha způsobů je použití kartézských souřadnic opět v nejrůznějších modifikacích měřítek.

Pro další přesné výpočty některých parametrů antén (např. směrovosti) je nezbytné získat kompletní datové soubory s informacemi o amplitudách, fázích a polarizacích po celém povrchu obklopující koule, tedy jakoby z měření malou anténní sondou v každém bodě na obklopující kouli.



Obr. 11.7 Prostorový směrový diagram antény a jeho projekce: a) směrový diagram ve vertikální rovině, b) směrový diagram v horizontální rovině



Obr. 11.8 Definice pojmů na směrové charakteristice antény a) prostorové zobrazení, b) kartézské zobrazení hlavních řezů směrové charakteristiky

#### lzotropický zářič / všesměrová anténa

Všesměrová (izotropická - isotropic radiator) anténa je definována jako hypotetická anténa, jejíž vyzařovací vlastnosti nezávisí na směru. Vzhledem ke komplexnosti pojmu (amplitudy, fáze, polarizace) není tato anténa fyzikálně realizovatelná. Pro řadu aplikací se však používá jako reference k popisu vlastností reálných antén. Směrovou charakteristikou izotropického zářiče je kulová plocha.

## Směrový zářič / směrová anténa

Směrová anténa (directional antenna - directional radiator) má výše uvedené vlastnosti podstatně závislé na konkrétním směru, do kterého vysílá, nebo ze kterého záření přichází. Zvláštním případem reálné směrové antény je tzv. omnidirectional anténa, která má směrové vlastnosti jenom v jedné souřadnici (rovině) a ve druhé má obecně všesměrové vlastnosti. Takovým případem je např. elementární dipól nebo elementární smyčka. Základní pojmy užívané při vyjadřování směrových vlastností antén vyplývající z obr. 11.8. Různé části směrové charakteristiky jsou označovány jako:

- hlavní maximum (svazek) (major lobe) obsahuje maximum vyzařování a představuje většinou směr hlavního příjmu a tudíž maxima vyzařovacích resp. přijímacích vlastností
- vedlejší maximum (svazky) (minor lobes) jakékoliv laloky mimo hlavní
- postranní maximum (svazky) (side lobes) první vedlejší, často jsou největší z vedlejších
- zpětná maxima (back lobe) vedlejší laloky ve směru opačném ke směru hlavního maxima

Úrovně vedlejších maxim se obvykle vyjadřují v dB vzhledem k hlavnímu maximu. Pro ohodnocení směrových vlastností jsou užitečné některé další pojmy:

- šířka svazku hlavního laloku antény pro pokles na polovinu výkonu (HPBW Half Power Beamwidth). Pro řez směrovou charakteristikou je to úhel mezi dvěma směry, ve kterých je přijímaný výkon poloviční vzhledem k příjmu (-3 dB) ve směru osy hlavního svazku. (Někdy je specificky udávána šířka svazku také pro pokles výkonu o 10 dB.)
- šířka svazku mezi prvními nulami; pro řadu aplikací je užitečné znát celý úhlový rozsah pro hlavní lalok. Z tohoto důvodu se též někdy uvádí šířka svazku hlavního laloku antény, která je vymezená jeho poklesem (teoreticky) na nulovou hodnotu (FNBW First Null Beamwidth).

#### Výkonová hustota vyzařovaného pole

Okamžitá hodnota Poyntingova vektoru je definována vektorovým součinem

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{e} \times \mathbf{h}$$

(11.5)

kde *s* je okamžitá hodnota Poyntingova vektoru [W.m<sup>-2</sup>]

*e* 0

okamžitá hodnota intenzity elektrického pole [V.m<sup>-1</sup>]

h okamžitá hodnota intenzity magnetického pole [A.m<sup>-1</sup>]

Poyntingův vektor představuje výkonovou hustotu, celkový výkon antény získáme známou integrací Poyntingova vektoru přes obklopující plochu.

Pro aplikace v časově periodicky (nejčastěji harmonicky) proměnných polích je výhodnější střední hodnota Poyntingova vektoru za periodu. Pro komplexní vektory pole E a H je časová střední hodnota Poyntingova vektoru

$$S(x, y, z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ E \times H^* \right]$$
(11.6)

Člen  $\frac{1}{2}$  je ve výše uvedených rovnicích vzhledem k tomu, že vektory E a H reprezentují špičkové hodnoty. Na základě (11.6) určíme střední hodnotu výkonu vyzářenou anténou do prostoru přes plochu S (resp. přijatou plochou S).

$$P_{\rm vyz} = \frac{1}{2} \oint \operatorname{Re}\left[ \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}^* \right] \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$



Obr. 11.9 Geometrický význam směrovosti. Za předpokladu, že celkové vyzařované výkony (plochy  $S_1$ ,  $S_2$  charakteristik) jsou stejné, je geometricky směrovost dána podílem intenzit vyzařování - geometricky  $r_1/r_2$  při stejném vyzářeném výkonu

#### Intenzita vyzařování

Intenzita vyzařování (radiation intensity) *U* v daném směru je definována jako výkon vyzařovaný anténou do jednotkového prostorového úhlu. Je to parametr platný pro tzv. vzdálenou oblast, který získáme jednoduše násobením vyzařované výkonové hustoty čtvercem vzdálenosti jak uvádí vztah

$$\boldsymbol{U} = r^2 \boldsymbol{S}_{\text{vyz}} \tag{11.8}$$

kde U je intenzita vyzařování [W.sr<sup>-1</sup>]

(11.7)

## $S_{vvz}$ je hustota vyzařovaného výkonu [W.m<sup>-1</sup>]

*r* vzdálenost od zdroje (antény) [m]

Celkový vyzařovaný výkon pak získáme integrací intenzity vyzařování přes celý prostorový úhel  $4\pi$ ;  $\sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi = d\Omega$  je element prostorového úhlu.

Intenzita vyzařování  $U_0$  pro izotropický zářič ze znalosti středního vyzářeného výkonu je

$$P_{\text{vyz}} = \oint_{\Omega} U_0 \, d\Omega = U_0 \oint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_0$$
$$U_0 = \frac{P_{\text{vyz}}}{4\pi}$$
(11.9)

#### Směrovost

Směrovost D (directivity) je poměr intenzity vyzařování U v daném směru k intenzitě vyzařování referenční antény  $U_0$ . Většinou je použit jako referenční anténa izotropický zářič (viz obr. 11.9). V některých případech se však používá jako reference krátký dipól (elementární dipól) nebo i půlvlnný dipól. V těchto případech je potom nezbytné údaje o směrovosti na tyto reference přepočítat (resp. vždy uvádět k jaké referenci je směrovost určována). Pro případ přepočtu směrovosti od všesměrového referenčního zářiče k elementárnímu zářiči musíme odečíst 1,76 dB, v případě, že chceme tento údaj přepočítat k půlvlnnému zářiči, odečteme 2,15 dB. Z výše uvedeného vyplývá, že směrovost daného zářiče (antény) jako taková je funkcí prostorových souřadnic. Často se pod pojmem směrovost myslí směrovost ve směru hlavního maxima antény (maximální směrovost). V anglicky psané literatuře se směrovost v obecném směru označuje jako directive gain a ve směru maxima této směrovosti se mluví o směrovosti jako directivity.

$$D(\vartheta,\varphi) = \frac{U(\vartheta,\varphi)}{U_0} = \frac{4\pi U(\vartheta,\varphi)}{P_{\rm vyz}}$$
(11.10)

$$D_{\max} = \frac{U_{\max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{vyz}}}$$
(11.11)

$$U_{\max} = B_0 F_{\max}^2 \left( \mathcal{G}_0, \varphi_0 \right) \tag{11.12}$$

 $F_{\text{max}}$  je maximum směrové charakteristiky (napěťové)

 $\mathcal{G}_0, \varphi_0$  určují směr maxima vyzařování

 $B_0$  je konstanta úměrnosti

$$P_{\text{vyz}} = \oint_{\Omega} U(\vartheta, \varphi) \,\mathrm{d}\Omega = B_0 \int_{0}^{2\pi\pi} \int_{0}^{F^2} (\vartheta, \varphi) \sin \vartheta \,\mathrm{d}\vartheta \,\mathrm{d}\varphi \tag{11.13}$$

Pak směrovost v konkrétním směru  $(\mathcal{G}_0, \varphi_0)$  (directivity gain) je

$$D(\mathcal{G}_{0},\varphi_{0}) = 4\pi \frac{F^{2}(\mathcal{G}_{0},\varphi_{0})}{\int_{0}^{2\pi\pi} \int_{0}^{2\pi\pi} F^{2}(\mathcal{G},\varphi) \sin \mathcal{G} d\mathcal{G} d\varphi}$$
(11.14)

a její maximum je směrovost (directivity)

$$D_{\max} = 4\pi \frac{F_{\max}^2(\mathcal{G}_0, \varphi_0)}{\int\limits_{0}^{2\pi\pi} \int\limits_{0}^{\pi\pi} F^2(\mathcal{G}, \varphi) \sin \mathcal{G} d\mathcal{G} d\varphi} = \frac{4\pi}{\int\limits_{0}^{2\pi\pi} \int\limits_{0}^{\pi} F_n^2(\mathcal{G}, \varphi) \sin \mathcal{G} d\mathcal{G} d\varphi} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$
(11.15)

kde  $F_n^2(\vartheta, \varphi)$  je normovaná směrová výkonová charakteristika

$$F_{\rm n}^2(\vartheta,\varphi) = \frac{F^2(\vartheta,\varphi)}{F_{\rm max}^2(\vartheta,\varphi)}$$
(11.16)

Pro pozdější výpočet směrovosti je toto nezbytně nutné připomenout při měření a přesně vědět co vlastně měříme (napětí nebo výkon). Obvykle se směrovost udává v decibelech.

$$D_{\rm dB} = 10 \cdot \log D \tag{11.17}$$

Veličina  $\Omega_A$  ve vztahu (11.18) označuje prostorový úhel, ve kterém by byl soustředěn veškerý tok výkonu od antény, jestliže by její intenzita vyzařování byla konstantní a rovna maximu v celém tomto prostorovém úhlu.

$$\Omega_{\rm A} = \frac{1}{F_{\rm max}^2(\vartheta,\varphi)} \cdot \int_{0}^{2\pi\pi} \int_{0}^{\pi} F^2(\vartheta,\varphi) \sin \vartheta \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi = \int_{0}^{2\pi\pi} \int_{0}^{\pi} F_{\rm n}^2(\vartheta,\varphi) \sin \vartheta \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi \qquad (11.18)$$

Pro antény s jedním dostatečně úzkým maximem vyzařování a se zanedbatelnými postranními laloky je možné použít vztah (viz obr. 11.10)

$$D_{\max} = \frac{4\pi}{\Omega_{\rm A}} \cong \frac{4\pi}{\Theta_{1r}\Theta_{2r}} \tag{11.19}$$

kde  $\Theta_{1r}, \Theta_{2r}$  označují šířky svazku na polovinu výkonu v na sebe kolmých rovinách (v radiánech)

Pro hodnoty úhlů ve stupních použijeme vztah

$$D_{\max} \approx \frac{4\pi \left(\frac{180}{\pi}\right)}{\Theta_{1d}\Theta_{2d}} = \frac{41253}{\Theta_{1d}\Theta_{2d}}$$
(11.20)

Pro rovinné anténní řady se používá lepší aproximace ve tvaru

$$D_{\max} \approx \frac{23400}{\Omega_{\rm A} \left(\text{ve stupních}\right)^2} = \frac{32400}{\Theta_{\rm 1d}\Theta_{\rm 2d}}$$
(11.21)

Tyto aproximativní vztahy vycházejí z předpokladu jediného hlavního laloku a zanedbatelných postranních laloků antény.



Obr. 11.10 Výpočet směrovosti z šířky hlavního laloku

#### Účinnost využití anténního svazku

Orientujeme-li hlavní lalok antény ve směru osy z, je účinnost tohoto hlavního laloku (beam efficiency) definována poměrem vysílaného (přijímaného) výkonu uvnitř kužele vymezeného daným úhlem  $\mathcal{P}_1$  (obecně prostorovým - spíše však uvažujeme o řezech nebo o rotačně symetrických případech) k celkovému výkonu vysílanému (přijímanému) anténou. Jestliže je úhel  $\mathcal{P}_1$  zvolen jako úhel mezi prvními nulami hlavního laloku (šířka svazku antény mezi prvními nulami), pak účinnost svazku  $\eta_{sv}$  indikuje množství výkonu zpracovávaného (přijímaného) hlavním lalokem k celkovému výkonu přijímanému anténou. Účinnost hlavního vyzařovacího laloku pak zapíšeme

$$\eta_{\rm sv} = \frac{\int\limits_{0}^{2\pi^{9\theta_1}} F^2(\vartheta,\varphi) \sin\vartheta \,\mathrm{d}\vartheta \,\mathrm{d}\varphi}{\int\limits_{0}^{2\pi\pi} \int\limits_{0}^{\pi} F^2(\vartheta,\varphi) \sin\vartheta \,\mathrm{d}\vartheta \,\mathrm{d}\varphi}$$

(11.22)

kde  $\theta_1$  je mě

je měřen od osy hlavního laloku.

Takové kritérium je časté např. v radioastronomii a radarové technice, kde efekty způsobené postranními laloky musí být minimalizovány.

## 11.3.2 Polarizační vlastnosti antén

Polarizační vlastnosti antény v daném směru jsou definovány polarizací vyzařované vlny (v tomto případě předpokládáme, že anténa je vysílací). Většinou se pod polarizací vlny vyzářené konkrétní anténou myslí polarizace ve směru maxima vyzařovací charakteristiky. To je však zjednodušený pohled, protože právě tak, jak se mění směrové vlastnosti antény, mění se se směrem i její polarizační vlastnosti. Úplné polarizační vlastnosti by pak bylo možné opět znázornit v závislosti na konkrétním směru na fiktivní kouli představující zářivou oblast. Pro polarizaci antén, která je obecně eliptická, je možné využít poznatků popsaných v kapitole 2. Pro určení polarizace se používá průmět koncového bodu vektoru intenzity elektrického pole do roviny kolmé na směr šíření. Podle obrázku je dále možné specifikovat osový poměr a náklon polarizační elipsy ke zvolené soustavě souřadnic (viz obr. 11.11)

$$r_{\rm ar} = \frac{OM}{ON} \qquad (1 \le r_{\rm ar} \le \infty) \tag{11.23}$$

$$OM = \left\{ \frac{1}{2} \left[ E_{x}^{2} + E_{y}^{2} + \left[ E_{x}^{4} + E_{y}^{4} + 2E_{x}^{2}E_{y}^{2}\cos\left(2\Delta\phi\right) \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(11.24)



Obr. 11.11 Určení polarizační elipsy

$$ON = \left\{ \frac{1}{2} \left[ E_{x}^{2} + E_{y}^{2} - \left[ E_{x}^{4} + E_{y}^{4} + 2E_{x}^{2}E_{y}^{2}\cos\left(2\Delta\phi\right) \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(11.25)

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[ \frac{2E_{x}E_{y}}{E_{x}^{2} - E_{y}^{2}} \cos\left(2\Delta\phi\right) \right]$$
(11.26)

Pro stanovení polarizačního stavu vlnění je zapotřebí tří hodnot. Vzhledem k tomu, že určení polarizační elipsy ze dvou amplitud lineárních složek a posuvu mezi nimi není vzhledem k měření fázového posuvu jednoduché, používá se určení elipsy ze tří amplitudových měření. Žádanou úhlovou informaci o náklonu polarizační elipsy je možné totiž získat s použitím další pevné antény orientované pod úhlem  $\beta_0$  (ve směru *u* vzhledem k souřadnému systému *x*, *y*).

$$2|E_{u0}| = 2\sqrt{a^2 \cos^2(\beta - \beta_0) + b^2 \sin^2(\beta - \beta_0)}$$
(11.27)

$$2|E_{v0}| = 2\sqrt{a^2 \cos^2(\beta - \beta_0) + b^2 \cos^2(\beta - \beta_0)}$$
(11.28)

$$\beta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\left(E_{u0}^2 - E_{x0}^2 \cos^2 \beta_0 - E_{y0}^2 - E_{y0}^2 \sin^2 \beta_0\right)}{\left(E_{x0}^2 - E_{y0}^2\right) \sin 2\beta_0}$$
(11.29)

## Polarizační nepřizpůsobení a ztráty, polarizační účinnost

Obecně polarizace přijímací antény nebude stejná jako polarizace přicházející vlny (elektromagnetické vlny zpracovávané anténou). Takový případ je obecně nazýván polarizačním nepřizpůsobením (polarization loss factor). Intenzitu elektrického pole dopadající vlny zapíšeme vztahem

$$\boldsymbol{E}_{\rm dop} = \boldsymbol{a}_{\rm dop} \boldsymbol{E}_{\rm dop}$$

kde  $a_{dop}$  je jednotkový vektor vlny (směr vysílané intenzity elektrického pole).

Polarizaci elektrického pole přijímací antény vyjádříme analogicky jako

$$E_{\rm ant} = a_{\rm ant} E_{\rm ant}$$

kde  $a_{ant}$  je jednotkový vektor směru přijímané intenzity elektrického pole. Polarizační ztráty jsou definovány vztahem

$$L_{\text{pol}} = \left| \boldsymbol{a}_{\text{dop}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{ant}}^* \right|^2 = \left| \cos \psi \right|^2 \tag{11.30}$$

kde  $\psi$  je úhel mezi výše uvedenými dvěma jednotkovými vektory.

Jestliže je  $L_{pol} = 1$ , mluvíme o stavu polarizačního přizpůsobení (antény k vlně nebo mezi anténami přenosového systému).



Obr. 11.12 Náhradní obvod antény

#### 11.3.3 Vstupní impedance

Vstupní impedance (input impedance) je definována jako impedance antény na jejích napájecích svorkách, tedy jako poměr napětí a proudu na těchto svorkách. Podle obr. 11.12 můžeme zapsat

$$Z_{\rm A} = R_{\rm A} + jX_{\rm A} \tag{11.31}$$

kde  $Z_A$  je vstupní impedance antény (vztaženo k místu napájení)

$$R_{\rm A} = R_{\rm vyz} + R_{\rm ztr} \tag{11.32}$$

kde  $R_{vvz}$  je vyzařovací odpor antény,  $R_{ztr}$  je ztrátový odpor antény

Vyzařovací odpor antény  $R_{vyz}$  je vztažen k amplitudě proudu - proto jeho existence ve vztahu 11.31 má omezenou platnost (vstupní impedance je totiž vztažena k místu napájení, což nemusí souhlasit s amplitudou proudu). Zde uvedené použití platí např. pro půlvlnný dipól atd.

Vnitřní impedanci generátoru označme

$$Z_g = R_g + jX_g \tag{11.33}$$

Dále pomocí proudu  $I_{\rm g}$  a napětí  $U_{\rm g}$  generátoru vyjádříme

$$I_{g} = \frac{U_{g}}{Z} = \frac{U_{g}}{Z_{A} + Z_{g}} = \frac{U_{g}}{\left(R_{vyz} + R_{ztr} + R_{g}\right) + j\left(X_{A} + X_{g}\right)}$$
(11.34)

Vyzářený výkon je pak

$$P_{vyz} = \frac{1}{2} \left| I_{g} \right|^{2} R_{vyz} = \frac{\left| U_{g} \right|^{2}}{2} \left[ \frac{R_{vyz}}{\left( R_{vyz} + R_{ztr} + R_{g} \right) + \left( X_{A} + X_{g} \right)^{2}} \right]$$
(11.35)

Výkon ztracený přeměnou na teplo na anténě je

$$P_{\rm ztr} = \frac{1}{2} \left| I_{\rm g} \right|^2 R_{\rm ztr} = \frac{\left| U_{\rm g} \right|^2}{2} \left[ \frac{R_{\rm ztr}}{\left( R_{\rm vyz} + R_{\rm ztr} + R_{\rm g} \right)^2 + \left( X_{\rm A} + X_{\rm g} \right)^2} \right]$$
(11.36)

Výkon ztracený na vnitřním odporu generátoru je

$$P_{g} = \frac{1}{2} U_{g} I_{g}^{*} = \frac{1}{2} R_{g} |I_{g}|^{2} = \frac{|U_{g}|^{2}}{2} \left[ \frac{R_{g}}{(R_{vyz} + R_{ztr} + R_{g})^{2} + (X_{A} + X_{g})^{2}} \right]$$
(11.37)

Pro stav výkonového přizpůsobení

$$R_{\rm vyz} + R_{\rm ztr} = R_{\rm g}$$
  $X_{\rm A} = -X_{\rm g}$ 

určíme jednotlivé výkony z rovnic (11.35) až (11.37).

## Účinnost antény (antenna efficiency)

Celkový výkon vyzářený anténou  $P_{vyz}$  a výkon  $P_{vst}$  na vstupu bezeztrátové antény jsou svázány vztahem

$$P_{\rm vyz} = \eta P_{\rm vst} \tag{11.38}$$

kde  $\eta$  označuje bezrozměrnou celkovou účinnost antény (antenna efficiency).

Tato celková účinnost v sobě zahrnuje ztráty na vstupu a uvnitř anténní struktury, což jsou:

• ztráty odrazem výkonu  $\eta_r$  v důsledku nepřizpůsobení napájecího vedení a antény. Odrazy charakterizujeme výkonovým činitelem odrazu R vztahem

$$R = \left| \frac{Z_{\rm A} - Z_0}{Z_{\rm A} + Z_0} \right|^2 \tag{11.39}$$

kde  $Z_A$  je vstupní impedance antény a

 $Z_0$  je impedance napájecího vedení.

ztráty v důsledku konečné vodivosti kovových částí antény η<sub>c</sub> a dielektrickými ztrátami v dielektriku η<sub>d</sub>, které se nachází v objemu vyzařující anténní struktury.

Celková účinnost tak může být zapsána pomocí složky z nepřizpůsobení  $\eta_r$  (odrazy), dielektrických ztrát  $\eta_d$  a složky, kterou se uplatňuje konečná vodivost materiálu antény  $\eta_c$ .

$$\eta = \eta_{\rm r} \eta_{\rm d} \eta_{\rm c} \tag{11.40}$$

Jednotlivé složky, zejména dielektrické a vodivostní ztráty se velmi obtížně určují a při měření vzájemně oddělují. Dále celkovou účinnost ovlivňují objekty ležící v blízkém poli antény. Ty jsou sice "mimo" vlastní anténu, nicméně ovlivňují rozložení proudu a napětí, absorbují část výkonu atd. a je je nutné v praktickém případě rovněž uvážit. Ve smyslu předchozího rozboru nejsou totiž zahrnuty ani v anténě, ani ve ztrátách vznikajících při šíření.

### Vyzařovací účinnost antény

Vyzařovací účinnost antény (antenna radiation efficiency) je definována vztahem

$$\eta_{\rm vyz} = \frac{R_{\rm vyz}}{R_{\rm ztr} + R_{\rm vyz}} = \eta_{\rm c} \eta_{\rm d}$$
(11.41)

a slučuje v sobě ztráty způsobené konečnou vodivostí materiálu  $\eta_c$  a ztráty v dielektriku  $\eta_d$ .

## 11.3.4 Výkonový zisk antény

Výkonový zisk antény (antenna power gain) je dán poměrem vysílaného výkonu (výkon na výstupní ploše antény transformovaný do vzdálené zóny) k výkonu dodávanému na vstup antény. Často se také definuje jako  $4\pi$  krát poměr intenzity vyzařování v daném směru k výkonu přiváděnému na vstup antény. V případě zisku je opět (právě tak, jako u směrovosti) nutné znát vzhledem k jakému typu referenčního zdroje tento parametr určujeme. Zisk zahrnuje mimo směrové vlastnosti antény ještě její účinnost, která je závislá na ztrátách na anténě, odrazech atd. (viz dále). Výkonový zisk *G* (power gain) antény je definován pro obecný směr určený úhly ( $\mathcal{P}_0$ ,  $\varphi_0$ ) jako

$$G(\vartheta, \varphi) = 4\pi \frac{U(\vartheta, \varphi)}{P_{\text{vst}}}$$
(11.42)

a většinou se uvažuje pro směr maxima vyzařování ( $\mathcal{G}_0, \varphi_0$ ) (maxima power gain  $G_{\max}(\mathcal{G}_0, \varphi_0)$ ).

Častěji se spíš používá relativní zisk, jako poměr výkonového zisku v daném směru kvýkonovému zisku referenční bezeztrátové antény v jejím "referenčním směru". Většinou se jako referenční anténa uvažuje bezeztrátový všesměrový zářič (což je neexistující fikce). Zisk antény je tedy poměr výkonu na vstupu bezeztrátové referenční antény k výkonu, který musíme přivést do skutečné antény, aby produkovala v daném směru totéž pole (stejný výkonový tok). Není-li specifikováno jinak, rozumí se většinou pod pojmem zisk jeho maximální hodnota

(maximum power gain) a většinou se vyjadřuje v decibelové míře. Zisk může být specifikováni pro danou polarizaci.

$$G(\mathcal{G}, \varphi)_{\mathrm{dB}} = 10 \cdot \log G(\mathcal{G}, \varphi)$$

Vzhledem k možnosti použití i jiných referenčních antén, je možné se v literatuře setkat s těmito termíny:

- absolutní izotropický zisk (absolute isotropic gain) uvažuje jako referenci izotropický zářič
- relativní zisk k půlvlnnému dipólu ve volném prostoru
- relativní zisk ke krátké liniové anténě (elementárnímu dipólu)

Na základě takto definovaných zisků se různými způsoby definují ekvivalentní vyzářené výkony:

- E.I.R.P. ekvivalentní izotropický vyzářený výkon (Equivalent Isotropically Radiated Power) - je součin výkonu na anténě a jejího zisku k izotropické anténě
- E.R.P. ekvivalentní vyzářený výkon (v daném směru) (Equivalent Radiated Power) je součin výkonu na anténě a jejího zisku k půlvlnnému dipólu v daném směru)
- E.M.R.P. ekvivalentní vyzářený výkon vztažený k elementárnímu dipólu (v daném směru) (Equivalent Monopole Radiated Power) - je součin výkonu na anténě a jejího zisku vztaženýk elementárnímu dipólu (krátké anténě).

Zisk G je obecně svázán se směrovostí D vztahem

$$G = \eta D$$

kde  $\eta$  je celková účinnost antény.

Pro řadu praktických aplikací u antén s jediným význačným vyzařovacím lalokem je výhodné použití aproximativní formule (analogicky ke vztahům (11.19) a (11.20)).

$$G_{\max} \cong \frac{30000}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}} \tag{11.44}$$

(11.43)

## 11.3.5 Efektivní plocha antény (effective aperture)

Pro každou anténu je možné určit efektivní plochu (effective aperture). Maximální efektivní plocha (apertura) antény je definována jako poměr výkonu na přizpůsobené zátěži  $P_z$  k výkonové hustotě dopadající elektromagnetické vlny  $S_{dop}$ . Jestliže tedy maximální efektivní plochu násobíme dopadající výkonovou hustotou, dostaneme celkový výkon antény dodaný do přizpůsobené zátěže. Obecně není efektivní plocha rovna fyzikální ploše (např. u trychtýřových antén) antény, ale záleží na rozložení vektoru intenzity pole elektromagnetické vlny. Obecně plat

$$\frac{P_{z}}{S_{dop}} = \frac{|I_{z}|^{2}R_{z}}{2S_{dop}} = \frac{|U_{z}|^{2}}{2S_{dop}} \left[ \frac{R_{z}}{\left(R_{vyz} + R_{ztr} + R_{z}\right)^{2} + \left(X_{A} + X_{z}\right)^{2}} \right]$$

kde index z představuje zátěž

 $U_z, I_z$  označují napětí a proud na zátěži.

Ve stavu výkonového přizpůsobení je  $R_{vyz} + R_{ztr} = R_z$  a  $X_A = -X_z$  a maximální efektivní apertura je dána vztahem

$$A_{\rm ef_{max}} = \frac{|U_z|^2}{8S_{\rm dop}} \left[ \frac{R_z}{\left(R_{\rm ztr} + R_{\rm vyz}\right)^2} \right] = \frac{|U_z|^2}{8S_{\rm dop}} \left[ \frac{1}{R_{\rm ztr} + R_{\rm vyz}} \right]$$
(11.45)

#### Směrovost a maximální efektivní plocha

 $A_{ef_p}$  a  $A_{ef_v}$  značí efektivní plochy a  $D_p$  a  $D_v$  směrovosti (directive gain) vysílací a přijímací antény přenosového systému. Vzdálenost obou antén je *r*. Pak vyzařovaná izotropická výkonová hustota  $S_{vi}$  je

$$S_{\rm vi} = \frac{P_{\rm v}}{4\pi r^2}$$

as uvážením směrových vlastností vysílací antény bude vyzařovaná výkonová hustota  $S_{\rm v}$ 

$$S_{\rm v} = S_{\rm vi} D_{\rm v} = \frac{P_{\rm v} D_{\rm v}}{4\pi r^2}$$

Analogicky na přijímací straně dostaneme vztah pro přijímací anténou přijatý výkon  $P_p$  transportovaný k zátěži

$$P_{\rm p} = S_{\rm v} A_{\rm ef_{\rm p}} = \frac{P_{\rm v} D_{\rm v} A_{\rm ef_{\rm p}}}{4\pi r^2} \qquad \qquad D_{\rm v} A_{\rm ef_{\rm p}} = 4\pi r^2 \frac{P_{\rm p}}{P_{\rm v}}$$

Pokud zaměníme pozici vysílací a přijímací antény pak analogicky obdržíme

$$D_{\rm p}A_{\rm ef_v} = 4\pi r^2 \frac{P_{\rm p}}{P_{\rm v}}$$

a odtud

$$\frac{D_{\rm v}}{A_{\rm ef_v}} = \frac{D_{\rm p}}{A_{\rm ef_p}} \tag{11.46}$$

Pokud zaměníme směrovost za maximální směrovost, musíme ve vztahu (11.46) počítat rovněž s maximální efektivní plochou a obdržíme (předpokládáme totiž, že anténa pracuje do přizpůsobené zátěže)

$$\frac{D_{\rm v_{max}}}{A_{\rm ef_v max}} = \frac{D_{\rm v_{max}}}{A_{\rm ef_p max}}$$
(11.47)

Pokud je vysílací anténa všesměrová,  $D_v = 1$ , bude

$$A_{\rm ef_{v}max} = \frac{A_{\rm ef_{p}max}}{D_{\rm p\,max}} \tag{11.48}$$

Pro elementární dipól (velmi krátkou anténu délky *l*), který má vyzařovací odpor  $R_{vyz} = 80 \left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2$ , ve stavu polarizačního přizpůsobení k dopadající vlně dostaneme (viz (11.45),  $R_{ztr} = 0$ )

$$A_{\rm ef} = \frac{\left|U_{\rm z}\right|^2}{8S_{\rm dop}} \left[\frac{1}{R_{\rm vyz}}\right]$$

 $U_z = E \cdot I$   $(l \langle \langle \lambda \rangle)$  jedná se o krátkou anténu s konstantním obložením

$$S_{\rm dop} = \frac{E^2}{2Z_0}$$

pak

$$A_{\rm ef} = \frac{\left(E \cdot I\right)}{\frac{8E^2}{2Z_0} \cdot 80\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2} = \frac{3\lambda}{8\pi} = \left(0,119\lambda^2\right) \tag{11.49}$$

Při známé směrovosti elementárního dipólu  $D_{\text{max}} = 1,5$  dostaneme

$$A_{\rm ef_{v}max} = \frac{A_{\rm ef_{p}max}}{D_{\rm p_{max}}} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$
(11.50)

a tedy

$$A_{\rm ef\,max} = \left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right) D_{\rm max} \tag{11.51}$$

Obecně platí:

Maximální efektivní plocha libovolné antény je dána její maximální směrovostí vztahem (11.51). Pokud bychom chtěli zahrnout do této rovnice veškeré ztráty spojené s anténou (odrazy, ztráty ve vodičích, v dielektriku, polarizační nepřizpůsobení), pak rovnici přepíšeme do obecného tvaru

$$A_{\rm ef\,max} = (\eta_{\rm c}\eta_{\rm d}) \cdot (1 - |\mathbf{R}|^2) \cdot |\mathbf{\rho}_{\rm p} \cdot \mathbf{\rho}_{\rm v}^*|^2 \cdot (\frac{\lambda^2}{4\pi}) \cdot D_{\rm max}$$
(11.52)

#### Efektivní délka (výška) antény

Efektivní délka je délka ekvivalentní antény s konstantním proudovým obložením, při které ekvivalentní anténa vytváří v bodě pozorování stejnou intenzitu elektrického pole jako skutečná anténa (za předpokladu stejné orientace v prostoru). Původně byla zaváděna jako ekvivalentní náhrada vysílacích antén - většinou vertikálních antén vysílačů - odtud efektivní výška. Pro potřeby některých přijímacích antén nemusí tato definice vyhovovat (např. rámové antény, smyčky atd.). Proto se pro tento případ zavádí efektivní délka poměrem indukovaného napětí náhradního generátoru přijímací antény k maximu intenzity elektrického pole dopadající vlny.

### 11.3.6 Sumová teplota antény (antenna noise temperature)

Tzv. absolutně černé těleso vyzařuje elektromagnetickou energii, jejíž velikost můžeme určit podle Planckova zákona. Tento výkon má šumovou povahu a pro pásmo radiových vln (s přesností 1% do 100 GHz, s přesností 3% do 300 GHz) můžeme použít jeho aproximaci danou vztahem

$$P_{\rm N} = kT_0 \cdot \Delta f \tag{11.53}$$

kde $P_{\rm N}$ je celkový šumový výkon vyzařovaný objektem [W]kje Boltzmannova konstanta [1,38 . 10<sup>-23</sup> J/K] $T_0$ je teplota objektu v Kelvinech [K] $\Delta f$ je šířka pásma [Hz].

Takovýto šumový výkon generují v závislosti na své teplotě veškeré zdroje v okolí antén a pochopitelně i všechny ztrátové prvky na vlastním tělese antény. Celkové množství energie vyzařované objekty (které však již přesně nesplňují podmínku Planckova zákona a nechovají se tudíž jako tak zvaná absolutně černá tělesa a nejsou také ve stavu termodynamické rovnováhy) se většinou reprezentuje pomocí ekvivalentní teploty (ekvivalent temperature) nebo častěji používaného termínu jasové teploty (brightness temperature). Tato veličina je definována pro uniformní vlnu vztahem

$$P_{\rm N} = \varepsilon k T_0 \Delta f = k T_j \Delta f \tag{11.54}$$

109
$$T_{j} = \varepsilon T_{0} = \left(1 - \left|R\right|^{2}\right) T_{0}$$

kde  $T_j$  je jasová teplota objektu

 $\varepsilon$  je emisivita anténou sledovaného objektu

 $T_0$  je absolutní (fyzikální) teplota

*R* je koeficient odrazu (definovaný pomocí intenzit polí, nikoli výkonu) povrchu tělesa pro danou polarizaci elektromagnetické vlny a danou geometrii uspořádání

Emisivita  $\varepsilon$  je bezrozměrná fyzikálně velmi komplikovaně závislá veličina (závisí na teplotě, frekvenci, elektrických materiálových parametrech, polarizaci, tvaru povrchu atd.).

Šum (šumový výkon) emitovaný tělesy v okolí antény se projeví na jejím výstupu (šumovou teplotu definujeme pro přijímací anténu) do přijímacího řetězce jako anténní teplota podle vztahu (11.79), kde jsou příspěvky jednotlivých jasových teplot objektů vážený ziskem antény.

$$T_{\rm A} = \frac{\int_{0}^{2\pi\pi} T_{\rm j}(\vartheta,\varphi) G(\vartheta,\varphi) \sin \vartheta \, \mathrm{d}\vartheta \, \mathrm{d}\varphi}{\int_{0}^{2\pi\pi} \int_{0}^{2\pi\pi} G(\vartheta,\varphi) \sin \vartheta \, \mathrm{d}\vartheta \, \mathrm{d}\varphi}$$
(11.56)

Anténa pak produkuje do přijímacího řetězce šumový výkon daný vztahem

$$P_{\rm A} = kT_{\rm A}\,\Delta f \tag{11.57}$$

#### kde $T_A$ je šumová teplota antény.

Je-li přenosové vedení mezi anténou a přijímačem ztrátové, pak  $T_A$  musí být modifikována o tyto ztráty. Jestliže přenosové vedení délky l má konstantní absolutní teplotu  $T_0$  a měrný útlum  $\beta$ , pak efektivní teplota antény na vstupu přijímače  $T_a$  (již za napájecím vedením) je dána vztahem

$$T_{\rm a} = T_{\rm A} e^{-2bl} + T_0 \left( 1 - e^{-2\beta l} \right) \tag{11.58}$$

kde  $T_A$  je šumová teplota antény (v místě připojeného napájecího vedení) a druhý člen rovnice charakterizuje vlastní příspěvek napájecího vedení k šumové teplotě.

Celkovou šumovou teplotu systému T<sub>sys</sub> vyjádříme ve vztahu pro celkový šumový výkon systému

$$P_{n_{sys}} = k \Big( T_{a} + T_{p} \Big) \Delta f = k T_{sys} \Delta f \tag{11.59}$$

kde  $T_p$  je celková vstupní šumová teplota přijímače. Situaci znázorňuje obr. 11.13.

(11.55)

110



Obr. 11.13 Bilance celkové vstupní šumové teploty antény

### 11.3.7 Šířka pásma (bandwith)

Základní charakteristiky antén (vstupní impedance, směrová/vyzařovací charakteristika, zisk, polarizační vlastnosti atd.) se mění různým způsobem v závislosti na frekvenci. Neexistuje jednotný předpis, který by definoval šířku pásma. Šířka pásma je rozsah frekvencí, uvnitř kterého se anténa chová vzhledem ke specifikované charakteristické veličiny standardním způsobem. Obvykle se určuje "přijatelnou" změnou dané veličiny v závislosti na frekvenci vzhledem ke své hodnotě ve středu pásma (pro kterou byla anténa navržena).

## 11.3.8 Parametry antén pro měření elektromagnetické kompatibility (EMC)

Elektromagnetická kompatibilita v sobě zahrnuje dva okruhy problémů. Prvním z nich je elektromagnetické rušení (interference, emise) EMI (Electro Magnetic Interference), která sleduje vyzařování výrobků v celé šíři elektromagnetického spektra. Jedná se tedy o jakési širokopásmové měření "úrovně výrobkem vyzařovaného elektromagnetického pole". Podstatou je, aby žádný z výrobků uváděných na trh neovlivnil negativně funkci jiných zařízení. Druhou složkou je elektromagnetická odolnost (susceptibilita) EMS (Electro Magnetic Susceptibility), která sleduje funkčnost výrobku, na který působí vnější pole.

### Anténní činitel (Antenna Factor AF)

Z hlediska testování je pro problematiku elektromagnetického rušení interference třeba znát, jakým způsobem se převede intenzita vyzařovaného elektromagnetického pole na napětí, které je na svorkách antény, kterou toto pole měříme. V praxi se spíš jedná o opačný výpočet, tedy z napětí na svorkách antény určit hodnotu měřeného pole. Tomuto převodu se říká anténní činitel (Antenna Factor AF - v české literatuře není prozatím vlastní termín) (viz obr. 11.14).

Platí

$$AF = \frac{E}{U_{\rm L}} \tag{11.60}$$

kde *E* je intenzita dopadající vlny v místě antény (měřící vyzařované pole)

U<sub>L</sub> je napětí na zátěži antény



Obr. 11.14 K definici AF a TAF zejména pro potřeby elektromagnetické kompatibility EMC

Poměr výkonu na zátěži antény k výkonové hustotě dopadající vlny na anténu definuje efektivní plochu (aperturu) antény

$$_{\text{ef}} = \frac{P_{\text{vyst}}}{S_{\text{dop}}} = \frac{\frac{U_{\text{L}}^2}{Z}}{\frac{E_{\text{d}}}{120\pi}}$$
(11.61)

 $E_{\rm d}$  je intenzita elektrického pole vlny dopadající na anténu

U<sub>L</sub> je napětí na výstupu antény

A

Z je zatěžovací impedance připojená na výstup antény

 $120\pi$  je vlnová impedance volného prostoru

Maximální efektivní plocha je dána vztahem

$$A_{\rm ef} = \frac{G_{\rm r}\lambda^2}{4\pi}$$

kde

 $G_r$ 

je maximální zisk přijímací antény

Potom z rovnice dostaneme identitu

$$\frac{U_{\rm L}^2}{Z} = \frac{E^2}{120\pi} \cdot \frac{G_{\rm r}\lambda^2}{4\pi}$$

a odtud

$$AF = \frac{E}{U_{\rm L}} = \sqrt{\frac{480\pi^2}{Z\lambda^2 G_{\rm r}}}$$

(11.62)

V řadě případů se setkáme s tímto vztahem upraveným pro hodnotu zátěže 50 Ω.

$$AF = \frac{9,73}{\lambda\sqrt{G_{\rm r}}} \tag{11.63}$$

### Transmit Antenna Factor ("činitel vyzařování antény" TAF)

Tento činitel se používá pro určení intenzity pole, které je vytvářeno danou anténou v určité vzdálenosti od ní (Transmit Antenna Factor TAF - není zaveden český název). Je definován jako poměr intenzity pole vybuzené anténou v příslušné požadované vzdálenosti r od ní k napětí, které na svorky této antény (vytvářející dané pole v dané vzdálenosti) přivádíme.

$$TAF = \frac{E(r)}{U} \tag{11.64}$$

Tento činitel je důležitým parametrem pro měření elektromagnetické odolnosti (susceptibility), kdy danou anténou napájenou příslušným napětím potřebujeme vytvořit v místě testovaného výrobku patřičné pole. Bude tedy závislý na vzdálenosti mezi vysílací anténou a testovaným objektem. Jestliže platí přenosová rovnice pro výkonovou hustotu  $P_d$  ve vzdálenosti r od antény se ziskem  $G_t$  s napájecím výkonem  $P_t$ 

$$P_{\rm d} = \frac{P_{\rm t}G_{\rm t}}{4\pi r^2} = \frac{E^2(r)}{120\pi}$$
(11.65)

Na základě této rovnice určíme intenzitu pole ve vzdálenosti r

$$E(r) = \frac{1}{r}\sqrt{30P_{\rm t}G_{\rm t}}$$
(11.66)

Napětí na vstupu vysílající antény určíme z výkonu  $P_t$  přiváděného na vstup a z vyzařovacího odporu antény R je

$$U_{\rm vstup} = \sqrt{P_{\rm t} R_{\rm vyz}} \tag{11.67}$$

$$TAF = \frac{E(r)}{U} = \frac{\frac{1}{r}\sqrt{30P_{t}G_{t}}}{\sqrt{P_{in}R}}$$
(11.68)

 $P_{\rm in}$  je výkon spotřebovaný na zátěži vysílající antény tedy  $P_{\rm t} = P_{\rm in}$ .

Tento faktor se zase často uvádí pro 50Ω zátěž a vztah tedy pak přejde na

$$TAF = \frac{1}{r}\sqrt{0.6G_{\rm t}}$$
 (11.69)

I když AF a TAF mají stejné rozměry  $[m^{-1}]$  nejsou ani identické ani reciproké. Spojuje je pouze to, že zisk je pro danou anténu stejný v obou výrazech (můžeme předpokládat, že jednou touto anténou pole měříme, tedy funguje jako přijímací, jednou vyzařujeme, tedy anténa je vysílací).

## 11.4 Základy vyzařování antén

## 11.4.1 Určení elektromagnetického pole obecných zdrojů harmonického průběhu

Matematická formulace anténní úlohy je založena na řešení Maxwellových rovnic, tj. nalezení vektorů intenzity elektrického pole E a magnetického pole H ze známého rozložení jejich zdrojů. Zdroji jsou hustota elektrického proudu  $J_e$  a objemové rozložení volného elektrického náboje  $\rho_e$ . I když z fyzikálních představ (a všechny dosavadní pokusy to potvrzují) vyplývá, že na rozdíl od elektrických nábojů neexistují žádné volné magnetické náboje a tedy ani jejich proudy, přesto při řešení některých úloh je výhodné nahradit skutečné zdroje pole náhradními zdroji rozmístěnými na plochách, které je obklopují. Na nich se pak objevuje nespojitost tečných složek E a normálových složek B. Tato skutečnost vyžaduje zavedení hustoty fiktivní magnetické proudové hustoty  $J_m$  a odpovídajícího objemového rozložení magnetických nábojů  $\rho_m$ .

$$\operatorname{rot} H = j\omega \varepsilon E + J_{e} \tag{11.70}$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\,\omega\mu\boldsymbol{H} - \boldsymbol{J}_{\mathrm{m}} \tag{11.71}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{D} = \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{e}} \tag{11.72}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{m}} \tag{11.73}$$

Zdrojové funkce jsou navzájem vázány rovnicí kontinuity

$$\operatorname{div} \boldsymbol{J} = -j\,\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\rho} \tag{11.74}$$

K Maxwellovým rovnicím patří ještě soustava hraničních podmínek pro vektory elektromagnetického pole na obou stranách rozhraní.

$$\boldsymbol{n} \cdot \left(\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_2\right) = \boldsymbol{\rho}_{\text{es}} \tag{11.75}$$

$$\boldsymbol{n} \times \left(\boldsymbol{E}_{1} - \boldsymbol{E}_{2}\right) = \boldsymbol{K}_{\mathrm{m}} \tag{11.76}$$

$$\boldsymbol{n} \cdot \left(\boldsymbol{B}_{1} - \boldsymbol{B}_{2}\right) = \rho_{\mathrm{ms}} \tag{11.77}$$

$$\boldsymbol{n} \times \left(\boldsymbol{H}_{1} - \boldsymbol{H}_{2}\right) = \boldsymbol{K}_{e} \tag{11.78}$$

n je normála k rozhraní, index s označuje, že jde o povrchové rozložení nábojů a K je lineární hustota povrchového proudu. Povrchové proudy a náboje splňují obdobnou rovnici kontinuity

$$\operatorname{div}_{\mathbf{s}}\boldsymbol{K} + \mathbf{j}\omega\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{s}} = 0 \tag{11.79}$$

přičemž operátor  $\operatorname{div}_{s} = \operatorname{div} - n(n \cdot \nabla)$ .

Běžný způsob řešení Maxwellových rovnic vede přes vlnové rovnice pro E, resp. H. Dostaneme je vyloučením vždy druhé vektorové funkce

$$\Delta E + k^2 E = \operatorname{grad} \frac{\rho_{\rm e}}{\varepsilon} + j\omega\mu J_{\rm e} + \operatorname{rot} J_{\rm m}$$
(11.80)

$$\Delta \boldsymbol{H} + \boldsymbol{k}^{2} \boldsymbol{H} = \operatorname{grad} \frac{\rho_{\mathrm{m}}}{\mu} + \mathrm{j} \omega \varepsilon \boldsymbol{J}_{\mathrm{m}} + \operatorname{rot} \boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}$$
(11.81)

Vlnové rovnice (11.80) a (11.81) jsou parciální diferenciální rovnice druhého řádu, nehomogenní. Jejich řešení se skládá z obecného integrálu homogenní rovnice a z partikulárního integrálu rovnice nehomogenní. Zdrojové funkce, které se objevují na pravé straně vlnových rovnic, jsou poměrně složité vektorové funkce. Při obecném rozložení zdrojjů je velmi obtížné najít partikulární integrál nehomogenních rovnic (11.80) a (11.81). Proto se používají pomocné vektorové potenciály, pro něž zdrojové funkce jsou jednodušší. Výhodné je také použití zákona superpozice, kdy se zkoumaná úloha rozdělí na dvě dílčí. Jedno dílčí pole dostaneme pro případ, že působí jen jedny zdroje (např. jen elektrické proudy a náboje), a druhé pro působení jen druhých zdrojů (magnetických). Výsledné pole se získá součtem obou dílčích polí. Vektorové potenciály  $A_e$  a  $A_m$  jsou řešením nehomogenních vlnových rovnic

$$\Delta A_{\rm e} + k^2 A_{\rm e} = -\mu J_{\rm e} \tag{11.82}$$

$$\Delta A_{\rm m} + k^2 A_{\rm m} = -\varepsilon J_{\rm m} \tag{11.83}$$

a výsledné elektromagnetické pole se určí ze vztahů

$$E = E_1 + E_2 = -j\omega A_e + \frac{1}{j\omega\varepsilon\mu} \text{grad div}A_e - \frac{1}{\varepsilon}\text{rot}A_m$$
(11.84)

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_{1} + \boldsymbol{H}_{2} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot}\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}} - j\omega\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}} + \frac{1}{j\omega\varepsilon\mu} \operatorname{grad} \operatorname{div}\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}$$
(11.85)

V anténních úlohách nás obvykle obecný integrál homogenní rovnice nezajímá, protože vyjadřuje stojaté vlnění v uzavřeném prostoru. Proto se dále budeme zajímat jen o partikulární integrál nehomogenní rovnice. K jeho nalezení použijeme II. Greenovu větu a dostaneme

$$A(M) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V} J \psi dV$$

kde  $\psi = e^{-jkr}/r$  je Greenova funkce zadané úlohy

Partikulární integrál lze interpretovat jako vlnu vycházející ze zdrojové oblasti a šířící se na všechny strany do nekonečna. To, že jsme řešení pro A dostali v integrálním tvaru, vyjadřuje skutečnost, že hodnota A v obecném bodě M je dána součtem příspěvků od jednotlivých zdrojových bodů. Z každého zdrojového bodu vystupuje uniformní kulová vlna charakterizovaná Greenovou funkcí  $e^{-jkr}/r$ . Jak fáze, tak i amplituda vektorového potenciálu jsou závislé na vzdálenosti r, tj. vzdálenosti mezi zdrojovým bodem a místem pozorování. Velikost příspěvku je kromě toho dána hodnotou proudové hustoty J ve zdrojovém bodě. Amplituda a fáze A jsou závislé na amplitudě a fázi J ve zdrojovém bodě. Směr příspěvku od zdrojového bodu je rovnoběžný s vektorem J.

Výsledná hodnota A(M) je dána vektorovým součtem jednotlivých příspěvků. Vektorové sčítání probíhá v rovině časové, ale i prostorové, protože funkce J může mít v každém zdrojovém bodě jiný směr. To vše je třeba si uvědomit, abychom správně pochopili význam partikulárního integrálu rovnice (11.86).

Její řešení je psáno pro obecnou funkci *A*. V praxi problém separujeme na řešení elektrického a magnetického potenciálu a elektromagnetické pole nalezneme z rovnic (11.85) a (11.86).

#### 11.4.2 Elementární elektrický dipól

Vzhledem k malým rozměrům dipólu předpokládáme, že proud je všude konstantní. Geometrie příkladu je na obr. 11.15.



Obr. 11.15 Elementární dipól s konstantním proudem

Magnetická proudová hustota je nulová a elektrická proudová hustota má jen složku  $J_{ez}$ . Podle (11.86) platí

$$A_{\rm e} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V} J_{\rm e} \psi dV = \frac{\mu}{4\pi} I_{\rm e} dz \psi z_0$$

$$A_{\rm m} = 0$$

Dosažením za vektorové potenciály do vztahu (11.85) dostaneme pro H výraz

$$H = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} A_{e} = \frac{I_{e} dz}{4\pi} \operatorname{rot}(\psi z_{0}) = \frac{I_{e} dz}{4\pi} \operatorname{grad} \psi \times z_{0}$$

Při úpravě jsme využili skutečnosti, že  $z_0$  je konstantní jednotkový vektor, takže rot  $z_0 = 0$ . Výraz dále upravíme provedením gradientu a přechodem na kulové souřadnice, protože vytvořené pole je lépe vyjadřovat v těchto souřadnicích.

$$\boldsymbol{H} = -\frac{I_e \mathrm{d}z}{4\pi} \left( \mathrm{j}k + \frac{1}{r} \right) \boldsymbol{\psi} \, \boldsymbol{r}_0 \times \boldsymbol{z}_0 = \frac{kI_e \mathrm{d}z}{2\lambda} \left[ \frac{\mathrm{j}}{(kr)} + \frac{\mathrm{j}}{(kr)^2} \right] \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} \varphi_0 \mathrm{sin}\, \boldsymbol{\vartheta} \Longrightarrow \boldsymbol{H}_{\varphi} \tag{11.87}$$

Elektrické pole můžeme určit buď ze vztahu (11.84), nebo lépe z 1. Maxwellovy rovnice. V kulových souřadnicích dostaneme pro složky E

$$E_{\rm r} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^2 \sin\vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial\vartheta} \left( r\sin\vartheta H_{\varphi} \right) = \frac{\omega\mu I_{\rm e} dz}{j\lambda} \left[ \frac{j}{(kr)^2} + \frac{j}{(kr)^3} \right] e^{-jkr} \cos\vartheta$$
(11.88)

$$E_{g} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \cdot \frac{1}{r^{2}\sin\vartheta} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r\sin H_{\varphi} \right) = \frac{\omega\mu I_{e} dz}{2\lambda} \left[ \frac{1}{(kr)} - \frac{j}{(kr)^{2}} - \frac{j}{(kr)^{3}} \right] e^{-jkr} \sin\vartheta \qquad (11.89)$$

$$E_{\varphi} = H_{\rm r} = H_{\mathcal{G}} = 0$$

#### 11.4.3 Elementární elektrická smyčka

Hledejme pole elementární smyčky (obr. 11.16), kterou prochází harmonický proud Ie.



Obr. 11.16 Elementární smyčka s konstantním proudem

Rozměry smyčky jsou tak malé, že proud podél celé smyčky je konstantní. Uspořádání zdrojů je rotačně souměrné podél osy z. Proto také vytvořené pole bude souměrné a stačí je hledat jen vjedné rovině, např. [x, y]. Z obr. 11.15 vidíme, že k hodnotě vektorového potenciálu v této

rovině přispívají jen složky proudu rovnoběžné s osou *y*, příspěvky od složek proudu rovnoběžných s osou *x* se ruší.  $A_e$  má tedy v bodě M jen složku  $A_{e\phi}$ 

$$A_{\mathrm{e}\varphi} = \frac{\mu a}{2\pi} I_{\mathrm{e}} \int_{0}^{\pi} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\left|r-r\right|}}{\left|r-r\right|} \cos\varphi \,\mathrm{d}\varphi$$

Z obr. 11.15 vidíme, že  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 = r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos\varphi$ . Předpokládejme, že r >> a. Potom postupně dostaneme

$$\left| \mathbf{r} - \mathbf{r}^{\prime} \right|^{2} \doteq r - a\sin\vartheta\cos\varphi$$
$$\frac{1}{\left| \mathbf{r} - \mathbf{r}^{\prime} \right|} \doteq \frac{1}{r} + \frac{a}{r^{2}}\sin\vartheta\cos\varphi$$
$$e^{-jk\left| \mathbf{r} - \mathbf{r}^{\prime} \right|} \doteq e^{-jk} \left( 1 + jka\sin\vartheta\cos\varphi \right)$$
$$A_{e\varphi} = \frac{\mu a^{2}}{4} I_{e} \left( jk + \frac{1}{r} \right) \sin\vartheta \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Z definičního vztahu pro vektorový potenciál plynou složky magnetického pole

$$H_{\rm r} = \frac{1}{\mu r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( r \sin \vartheta A_{\rm e\varphi} \right) = \frac{\left(ka\right)^2 I_{\rm e}}{\lambda} \left[ \frac{j}{\left(kr\right)^2} + \frac{j}{\left(kr\right)^3} \right] {\rm e}^{-jkr} \cos \vartheta \tag{11.90}$$

$$H_{g} = -\frac{1}{\mu r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sin \vartheta A_{e\varphi} \right) = -\frac{(ka)^{2} I_{e}}{2\lambda} \left[ \frac{1}{(kr)} - \frac{j}{(kr)^{2}} - \frac{1}{(kr)^{3}} \right] e^{-jkr} \sin \vartheta \qquad (11.91)$$

Elektrické pole určíme z 1. Maxwellovy rovnice

$$E_{\varphi} = -\frac{j\mu\omega(ka)^2 I_e}{4} \left[ \frac{j}{(kr)} + \frac{j}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \sin\vartheta$$
(11.92)

Výrazy pro složky pole elementárního dipólu i smyčky mají podobnou strukturu. Vidíme z nich, že se skládají ze čtyř částí. První je v podstatě konstantní a obsahuje kromě konstant charakteristických pro použitou soustavu jednotek ještě součin  $I_e$  dz, který je úměrný momentu dipólu, podobně jako je používán u elektrostatického dipólu. Elementární dipól si můžeme představit jako dva časově proměnné náboje opačných znamének vzdálené od sebe dz. Za obdobnou veličinu u elementární smyčky bychom mohli považovat součin  $\pi a^2 I_e$  a nazvat ho moment magnetického dipólu. V souladu se zavedením fiktivních magnetických proudů bychom stejného výsledku dosáhli rozborem vyzařování z elementárního magnetického dipólu délky dz, kterým prochází magnetický proud  $I_m$ . Potom

$$\pi a^2 I_{\rm e} = I_{\rm m} dz \tag{11.93}$$

Další části vyjadřují závilost složek pole na prostorových souřadnicích. Výrazy v lomených závorkách vyjadřují závislost amplitudy na vzdálenosti r. Můžeme tedy pole rozdělit do tří oblastí

- (kr)<sup>-3</sup> > (kr)<sup>-2</sup>, (kr)<sup>-1</sup> >>1. To je pole v bezprostřední blízkosti dipólu. Od složek pole statických dipólů se formálně liší jen harmonickou závislostí na vzdálenosti, která je ostatně v této.
   oblasti přibližně konstantní (e<sup>-jkr =</sup> 1). Proto se také této oblasti říká statická.
- Při větší vzdálenosti se ve struktuře pole začínají uplatňovat obsahující  $(kr)^{-2}$ . Projeví se to hlavně tím, že se zvýrazní u elektrického dipólu magnetické pole se složkou  $H_{\varphi}$ . Je to v podstatě Biotův-Savartův indukční zákon a podle něho se tato oblast nazývá indukční oblast. Duálně to platí u magnetického dipólu.
- Ve velkých vzdálenostech platí, že (kr)<sup>-1</sup> > (kr)<sup>-2</sup> > (kr)<sup>-3</sup>. Důležité je to, že vymizí radiální složky pole. Pole má jen složky příčné vzhledem ke směru r.

Elektrický dipól

$$E_{\mathcal{G}} = \frac{\mathrm{j}}{2\lambda} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} I_{\mathrm{e}} \mathrm{d}z \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}}{r} \sin\varphi$$

$$H_{\varphi} = \frac{j}{2\lambda} I_{e} dz \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

Magnetický dipól

$$H_{\mathcal{G}} = -\frac{k}{2\lambda} I_{e} dS \frac{e^{jkr}}{r} \sin \vartheta$$
$$E_{\varphi} = \frac{kZ}{2\lambda} I_{e} dS \frac{e^{jkr}}{r} \sin \vartheta$$

V této oblasti jsou složky E a H ve fázi, přenášejí tedy pouze činný výkon, který se šíří od dipólů do nekonečna. Tato oblast se nazývá vzdálená oblast nebo oblast záření. Složky pole v oblasti záření tvoří se směrem šíření soustavu tří ortogonálních vektorů. Poměr složek E a H je nezávislý na vzdálenosti i ostatních prostorových souřadnicích a rovná se impedanci volného prostoru.

$$\frac{E_{\mathcal{G}}}{H_{\varphi}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z \qquad \frac{E_{\mathcal{G}}}{H_{\varphi}} = -Z$$

## 11.4.4 Výpočet vyzařování obecných zdrojů pro vzdálenou oblast

Podívejme se nyní, jaká zjednodušení můžeme provést ve výrazu (11.86) pro vektorový potenciál ve vzdálené oblasti. Zjednodušení umožní vyřešit integrál i pro složitější typy zdrojů. Obr. 11.17 znázorňuje situaci v případě, že zdrojová oblast má rozměry srovnatelné s vlnovou délkou. Vzdálenost místa pozorování od obecného zdrojového bodu O můžeme vyjádřit vztahem

$$\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right| = \sqrt{\left(r^2 + r^2 - 2rr\cos\alpha\right)}$$



Obr. 11.17 Zjednodušení platná pro vzdálenou oblast

Ve vzdálené oblasti můžeme výraz pro  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  rozvinout v řadu podle mocnin  $\mathbf{r}'/\mathbf{r}$  a vzít v úvahu jen první dva členy

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \doteq r \left(1 - \frac{r'}{r} \cos \alpha\right) = r - r' \cos \alpha$$

Tuto náhradu provedeme v exponentu výrazu (11.86). Ve jmenovateli, který vyjadřuje změnu amplitudy se vzdáleností (a ta je ve vzdálené oblasti už jen velmi pomalá), můžeme psát

$$\frac{1}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|}\doteq\frac{1}{r}$$

Potom pro elektrický a magnetický vektorový potenciál dostaneme

$$A_{\rm e} = \frac{{\rm e}^{-jk}}{4\pi r} \int_{V} J_{\rm e} {\rm e}^{-jkr \cdot \cos\alpha} dV = \frac{{\rm e}^{-jkr}}{4\pi r} N$$
(11.94)

$$A_{\rm m} = \frac{{\rm e}^{-jk}}{4\pi r} \int_{V_{\rm r}} J_{\rm m} {\rm e}^{jkr \cdot \cos\alpha} dV = \frac{{\rm e}^{-jkr}}{4\pi r} L$$
(11.95)

kde N a L jsou tzv. elektrické (resp. magnetické) zářivé vektory.

Proto praktické výpočty bývá výhodné zavést pro zdrojovou oblast kartézské souřadnice, kdežto pro body pozorování kulové souřadnice. Potom

$$E_{g} = -\frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[ \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left( N_{x} \cos \theta + N_{y} \cos \theta \sin \varphi - N_{z} \sin \theta \right) - L_{x} \sin \varphi + L_{y} \cos \varphi \right]$$
(11.96)

$$E_{\varphi} = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[ \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left( N_{x} \sin\varphi - N_{y} \cos\varphi \right) + L_{x} \cos\vartheta + L_{y} \cos\vartheta \sin\varphi - L_{z} \sin\vartheta \right]$$
(11.97)

Složky magnetického pole můžeme určit z vlastnosti pole ve vzdálené oblasti, jak jsme ji poznali u elementárních dipólů,  $H_{\varphi} = E_{\varphi}/Z_0$ , podobně  $H_{\varphi} = -(E_{\varphi}/Z_0)$ .

Použijme rovnice (11.96) a (11.97) na výpočet vyzařování ze symetrického dipólu. V ose z je umístěn tenký, přímý vodič délky 2l, napájený v místě z = 0 (obr. 11.18). Proudová hustota ve vodiči má jen složku ve směru osy z. "Magnetický proud" je nulový. Potom





Obr. 11.18 Vyzařování z lineárního vodiče délky 21

#### Literatura ke kapitole 11

[11.1] IEEE Transactions on Antennas and Propagation. Vol. AP-17, No. 3, May 1969

[11.2] IEEE Transactions on Antennas and Propagation. Vol. AP-22, No. 1, January 1974

[11.3] Osburn, J.D.M.: EMC Antenna Parameters and their Relationships, firemní materiály EMCO, 1997

[11.4] Prokop, J., Vokurka, J.: Šíření elektromagnetických vln a antény. SNTL, Praha, 1982

[11.5] Mazánek, M., Novotný, K.: Vybrané problémy z teorie elektromagnetického pole. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1997

## 12. Lineární antény

## 12.1 Proudové rozložení válcových vodičů

V minulé kapitole byly vyšetřovány hlavní parametry antén za předpokladu, že rozložení proudu podél vodiče je sinusové. Praxe i měření ukazují, že předpoklad o sinusovém rozložení proudu je splněn jen v případě tenkých a krátkých vodičů ( $2a<0,01\lambda$ ,  $l<\lambda/2$ ), symetricky napájených. Obecně se rozložení proudu liší od sinusového (např. u tlustých nebo velmi dlouhých antén). V takových případech je třeba použít přesnější metody výpočtu, hlavně při určování vstupní impedance.

Formulace úlohy není složitá: hledáme řešení Maxwellových rovnic, resp. vlnových rovnic, které má vyhovovat hraničním podmínkám na povrchu vodičů, vyzařovacím podmínkám v nekonečnu a podmínkám v místě buzení antény. Taková obecná formulace je totožná s hraničními úlohami matematické fyziky a vede buď na soustavu parciálních diferenciálních rovnic s odpovídajícími hraničními podmínkami, na integrodiferenciální rovnice, nebo na integrální rovnice. Pro určení proudového rozložení podél lineárních antén se používají jednak Pocklingtonova rovnice, nebo Hallénova rovnice [12.1]. Pro analytické řešení se lépe hodí Hallénova rovnice, kdežto pro numerické řešení Pocklingtonova rovnice. Zde si ukažme stručné odvození Pocklingtonovy rovnice lze nalézt v literatuře [12.3].

Sledujme symetrický dipól válcového tvaru (obr. 12.1). Zavedeme si jak válcové, tak i sférické souřadnice. Budeme předpokládat, že průměr vodiče je podstatně menší než jeho délka (2a << 2l). Dále samotný průměr je podstatně menší než vlnová délka (ka << 1). Tento předpoklad ospravedlňuje tvrzení, že proud na konci vodiče je nulový a že proud prochází vodičem jen v osovém směru. Pak intenzita elektrického pole vně vodiče je dána vztahem

$$E = \frac{1}{j\omega\varepsilon\mu} \operatorname{grad} \operatorname{div} A - j\omega A \tag{12.1}$$

kde

$$A = A_{z} z_{0} = z_{0} \frac{\mu}{4\pi} \int_{-l}^{l} I(z_{r}) \int_{\pi}^{\pi} \frac{e^{-jk|r-r_{r}|} d\varphi_{r}}{|r-r_{r}| 2\pi} dz_{r}$$
(12.2)



Obr. 12.1 Geometrie válcového vodiče pro odvození proudového rozložení

$$\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{\mathrm{r}}\right| = \sqrt{\left[\left(z-z_{\mathrm{r}}\right)^{2}+\left(2a\sin\frac{\varphi}{2}\right)^{2}\right]}$$

Složka elektrického pole podél povrchu vodiče je

$$E_{z} = -j\omega A_{z} - j\frac{1}{\omega\varepsilon\mu}\frac{\partial^{2}A_{z}}{\partial z^{2}} = \frac{1}{j\omega\varepsilon\mu}\left(\frac{\partial^{2}A_{z}}{\partial z^{2}} + k^{2}A_{z}\right)$$
(12.3)

Výraz (12.2) pro vektorový potenciál by se zjednodušil, kdybychom přijali představu, že proud je soustředěn do osy válce. Tento předpoklad je dobře splněn u tenkých vodičů. Pak  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_r|$  je nezávislé na  $\varphi$  a je

$$\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_{\mathrm{r}}\right| = \sqrt{\left(z-z_{\mathrm{r}}\right)^{2}+a^{2}} = r_{\mathrm{l}}$$

Pak vnitřní integrál bude

$$\int_{\pi}^{\pi} \frac{e^{-jk|r-r_{\rm r}|}}{|r-r_{\rm r}|} \frac{d\varphi_{\rm r}}{2\pi} = \frac{e^{-jkr_{\rm 1}}}{r_{\rm 1}}$$

a dostaneme přibližnou Pocklingtonovu integrodiferenciální rovnici

$$E_{z} = \frac{j}{4\pi\omega\varepsilon} \left[ \frac{d^{2}}{dz^{2}} + k^{2} \right]_{-l}^{l} I(z_{r}) \frac{e^{jkr_{1}}}{r_{1}} dz_{r}$$
(12.4)

kde  $r_1$  je vzdálenost mezi zdrojovým bodem na ose dipólu a bodem pozorování na jeho povrchu.

Rovnici (12.4) můžeme řešit přibližně analyticky tím, že ji převedeme na rovnici integrální [12.1], nebo numericky. V současné době se nejčastěji používá metoda momentů. Ukažme si alespoň základní kroky této metody. vychází z linearity rovnice (12.4), kdy neznámou funkci můžeme rozložit v řadu fázových funkcí s neznámými koeficienty

$$I(z_{\rm r}) = \sum_{n=1}^{n} a_{\rm n} f_{\rm n}(z_{\rm r})$$
(12.5)

Zapíšeme-li původní integrodiferenciální rovnici v symbolickém operátorovém tvaru, dostaneme

$$L\{I\} = g \tag{12.6}$$

kde

L

je lineární operátor působící na funkci 
$$I(z_r)$$

$$L = \left[\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2} + k^2\right]_{-l}^{l} (\cdot) \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr_1}}{r_1} \mathrm{d}z_\mathrm{r}$$

g

 $g = -j4\pi\varepsilon E_z$ 

je známá pravá strana

Dosazením (12.5) do (12.6) dostaneme

$$\sum_{n=1}^{N} a_n L\{f_n\} = g$$
(12.7)

Je to lineární rovnice s N neznámými koeficienty  $a_n$ . K jejich určení potřebujeme N nezávislých rovnic. Získali bychom je např. tím, že rovnici (12.7) splníme v N bodech. Vzniklá soustava rovnic je však špatně podmíněná, takže její řešení je málo stabilní (malým změnám např. pravé strany rovnice by odpovídaly relativně velké změny hledané funkce I(z)) a navíc řešení má oscilační charakter (hledaná funkce ve zvolených bodech je přesná, kdežto v ostatních bodech vykazuje odchylku od správné hodnoty a ta může být velká a ještě se střídavými znaménky). Aby řešení bylo stabilnější a "hladší", je výhodné rovnici (12.7) splňovat ne v bodech (metoda přizpůsobení v bodech point matching), ale splňovat její vážený integrál. Zvolíme soustavu váhových funkcí  $w_m$  a dáme do rovnosti integrál levé a pravé strany

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-l}^{l} L\{f_n\} \cdot w_m \, dz = \int_{-l}^{l} g \cdot w_m \, dz \quad \text{pro} \quad m = 1, 2, \dots N$$
(12.8)

Volbou bázových a váhových funkcí ovlivňujeme přesnost řešení, složitost prováděných integrálů a tím i dobu výpočtu. Používají se jak celodoménové funkce (jsou nenulové v celém intervalu), tak i částečně doménové funkce (nenulové jen v malém intervalu). Jako částečně doménové to bývají obdélníkové, trojúhelníkové nebo sinové pulzy.

Rovnici (12.8) můžeme zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \end{bmatrix} \tag{12.9}$$

kde čtvercová matice [Z] má prvky

$$Z_{nm} = \int_{-1}^{1} L\{f_{n}\} \cdot w_{m} \, \mathrm{d}z$$
(12.10)

a prvky vektoru  $\begin{bmatrix} U \end{bmatrix}$  jsou napětí na jednotlivých úsecích antény

$$U_{\rm m} = \int_{-l}^{l} g \cdot w_{\rm m} dz = -j4\pi\omega\mu \int_{-l}^{l} E_z(z) \cdot w_{\rm m}(z) dz \qquad (12.11)$$

Pokud úsek vydělený nenulovou hodnotou váhové funkce je vodič antény,  $E_z$  je nulová. Nenulová je v místě napájení antény, kde integrál (12.11) je roven napětí na svorkách antény  $U_A$ .

Zvolíme-li jako bázové funkce úseky sinusovek, pak prvky matice [Z] mají charakter vzájemných impedancí mezi n-tým a m-tým elementem antény. Hansen [12.2] pro ně odvodil počítačově výhodnější výraz, než je (12.10). Vzájemná impedance mezi dvěma prvky se sinovým rozložením proudu, umístěným podle obr. 12.2, je

$$Z = \frac{15}{\sin^2 kd} \sum_{p=-2}^{2} \sum_{q=-1}^{1} A(p+3) e^{-jkq(z_r+pd)} E(k\beta)$$
(12.12)

e 
$$\beta = \sqrt{x_r^2 + (z_r + pd)^2} - q(z_r + pd)$$
  
 $A(1) = A(5) = 1$   
 $A(2) = A(4) = -4 \cos kd$   
 $A(3) = 2 + 4 \cos^2 kd$ 

*E* je Fresnellův integrál. Pokud dipól dělíme na stejně dlouhé úseky, vzájemná impedance bude záviset jen na jejich vzdálenosti, takže impedanční matice bude tzv. Toeplitzova matice, která má diagonální prvky stejné a podobně stejné jsou prvky na rovnoběžkách s diagonálou. Takovou matici můžeme vyjádřit jen jednorozměrným vektorem, např. prvou řádkou. Při vypočítávání jednotlivých prvků této matice je třeba zvláštním postupem určovat prvky na diagonále. Pro ně oba dva úseky splynou a  $\beta k \rightarrow 0$ . V okolí tohoto bodu má Fresnelův integrál logaritmickou singularitu. Odstraníme ji tak, že body pozorování budou na ose vodiče, kdežto zdrojové body na jeho povrchu. Tím jejich minimální vzdálenost bude rovna poloměru vodiče ( $z_r = 0, x_r = a$ ).



Obr. 12.2 Geometrie umístění dvou dipólů

Proudové rozložení dipólu resp. prvky matice [*I*] dostaneme z (12.9)



Obr. 12.3 Průběh proudu podél dipólu  $(2l/\lambda = 0.5; 2l/\lambda = 1; 2l/\lambda = 5/4)$ 

Na obrázku 12.3 jsou uvedeny průběhy rozložení proudu podél dipólu s délkami  $2l = \lambda/2$ ,  $2l = \lambda$ ,  $2l = 5\lambda/4$  a tloušťkami l/a = 75,  $l/a = \infty$ . Případ  $l/a \rightarrow \infty$  odpovídá nekonečně tenkému dipólu, pro nějž rozložení proudu je sinové.

V uzlových bodech, tj. uprostřed dipólu při  $2l = \lambda$  nebo dipólu s  $2l = 5\lambda/4$  ve vzdálenosti  $\lambda/2$  od konců při nulové tloušť ce vodiče, je proud nulový. U tlustých dipólů proud v těchto bodech už není nulový, ale má konečnou hodnotu. Kromě toho minimum proudu nastává ve vzdálenostech menších než  $\lambda/2$ . Zavádí se štíhlostní koeficient antény  $\Omega = 2 \ln (2l/a)$ .

Rozložení proudu podél válcového dipólu napájeného na svorkách generátorem napětí popisuje Hallénova rovnice, která má při umístění dipólu do osy z tvar

$$\int_{-l/2}^{l/2} I(z') \frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2 + a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2 + a^2}} dz' = -j\frac{4\pi}{Z_0} (C\cos kz + \frac{U_A}{2}\sin k|z|)$$
(12.14)

kde I(z) je hledané proudové rozložení,

1 je délka dipólu,

a je poloměr dipólu,

 $U_A$  je připojené vstupní napětí,

 $Z_0$  je impedance volného prostoru,

C je neznámá konstanta,

z a z' určují polohu bodu pozorování a zdrojového bodu na dipólu.

Analytické řešení Hallénovy rovnice lze nalézt např. v [12.3], zde uvedeme její numerické řešení pomocí metody momentů.

Prvním krokem je rozvoj hledané funkce proudu I do řady bázových funkcí.

$$I(z) = \sum_{n=1}^{N} a_n I_n(z')$$
(12.15)

Volba bázových funkcí ovlivní rychlost výpočtu, proto je vhodné volit funkce obdobného charakteru, jako předpokládané řešení, v našem případě

$$I_{n}(z') = \sin[\frac{n\pi}{l}(\frac{l}{2} - |z'|)]$$
(12.16)

Výsledkem prvního kroku je rovnice

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-l/2}^{l/2} \sin\left[\frac{n\pi}{l} \left(\frac{l}{2} - |z'|\right)\right] \frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2 + a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2 + a^2}} dz' = -j\frac{4\pi}{Z_0} (C\cos kz + \frac{U_A}{2}\sin k|z|)$$
(12.17)

obsahující N neznámých koeficientů řady  $a_n$  a neznámou konstantu C.

Druhým krokem je volba váhových (testovacích) funkcí, kterými v podstatě předepisujeme požadavky kladené na hledané řešení. V případě částečně doménových funkcí se nejčastěji používají Diracovy funkce, pak hovoříme o metodě přizpůsobení v bodech

$$w_m = \delta(z - z_m) \tag{12.18}$$

Ve třetím kroku vytvoříme soustavu N+1 rovnic pro N+1 neznámých skalárním vynásobením obou stran rovnice (12.17) váhových funkcí  $w_m$ .

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-l/2}^{l/2} \sin\left[\frac{n\pi}{l} \left(\frac{l}{2} - |z'|\right)\right] \frac{e^{-jk\sqrt{(z_m - z')^2 + a^2}}}{\sqrt{(z_m - z')^2 + a^2}} dz' = -j\frac{4\pi}{Z_0} (C\cos kz_m + \frac{U_A}{2}\sin k|z_m|)$$
(12.19)

kde m = 1, 2, ... N+1.

Vytvořenou soustavu rovnic vyřešíme a N nalezených koeficientů řady  $a_n$  použijeme k vyjádření hledaného rozložení proudu.

$$I(z) = \sum_{n=1}^{n} a_n \sin[\frac{n\pi}{l}(\frac{l}{2} - |z|)]$$
(12.20)

Je třeba upozornit, že shoda nalezeného řešení se skutečným řešením je zaručena pouze v bodech sešití, kdekoli jinde je řešení pouze aproximací skutečného řešení.

## 12.2 Vstupní impedance antény

Vstupní impedance lineární antény je definována jako poměr napětí a proudu na vstupních svorkách antény. Předpokládejme, že všechen činný výkon přivedený k anténě se vyzáří, tj. že anténa je ideální, bezeztrátová. Pak vyzařovací odpor je jedinou reálnou částí vstupní impedance. Určíme ji z hodnoty proudu v bodě z = 0, tj. v napájecím bodě.



Obr. 12.4 Průběh reálné části vstupní impedance dipólu pro štíhlostní koeficienty  $\Omega = 10$  a 20





Na obr. 12.4 a 12.5 jsou odděleně zachyceny průběhy reálné a imaginární části vstupní impedance symetrického dipólu v závislosti na jeho délce pro dva různé štíhlostní koeficienty. U tlustých dipólů mají průběhy nižší maxima než u tenkých, tj. vstupní impedance tlustých dipólů je méně proměnná než u tenkých dipólů. Tlusté dipóly mají větší impedanční šířku pásma. Na obr. 12.6 je průběh celé vstupní impedance. Parametrem je opět délka dipólu. Křivka má tvar spirály vycházející pro elementární délku  $dl \rightarrow 0$  z bodu  $Z_a \rightarrow -j\infty$ . Vstupní impedance nekonečně krátkého symetrického dipólu je tedy ryzí nekonečná kapacitní reaktance. Zvětšuje-li se délka dipólu, vzrůstá reálná část a imaginární část se naopak zmenšuje. Při délce dipólu blížící se  $\lambda/2$  je vstupní impedance ryze reálná. Taková délka se nazývá rezonanční. Rozdíl rezonanční délky od  $\lambda/2$  je závislý na tloušťce dipólu: čím je dipól tlustší, tím je rezonanční délka kratší. V závislosti na štíhlostním koeficientu lze odvodit vztah pro rezonanční délku

$$kl_{1rez} = \frac{\pi}{2} - \frac{0,709}{\Omega} - \frac{2,11}{\Omega^2} - \dots$$
(12.21)

Zvětšením délky nad rezonanční přejde vstupní impedance do indukční oblasti. Nejprve se indukční reaktance zvětšuje a potom se opět zmenšuje, až při délce dipólu blížící se  $\lambda$  nastává další rezonance

$$kl_{2\,rez} = \pi - \frac{2,09}{\Omega} - \frac{26,2}{\Omega^2} - \dots$$
(12.22)

Pak přejde křivka opět do kapacitní oblasti atd. Křivka se "navíjí" kolem bodu označovaného charakteristickou impedancí antény. Byla by to hodnota vstupní impedance nekonečně dlouhého dipólu.



Obr. 12.6 Průběh vstupní impedance symetrického dipólu v závislosti na jeho délce

Pocklingtonova rovnice (12.4) resp. její diskretizovaná podoba (12.8) pro numerické výpočty platí nejen pro jednoduchou lineární anténu, ale i pro případ, že v sousedství je druhá anténa. Pak totiž  $E_z$  na povrchu prvé antény je dáno nejen příspěvky od proudových elementů vlastní antény, ale i antény sousední. Dostáváme soustavu dvou vázaných Pocklingtonových integrodiferenciálních rovnic, které musíme řešit současně (obr. 12.7)

$$E_{z1} = \frac{j}{4\pi\omega\varepsilon} \left\{ \left[ \frac{d^2}{dz_1^2} + k^2 \right]_{-l_1}^{l_1} I_1(z_{r1}) \frac{e^{jkr_{11}}}{r_{11}} dz_{r1} + \left[ \frac{d^2}{dz_2^2} + k^2 \right]_{-l_2}^{l_2} I_2(z_{r2}) \frac{e^{jkr_{12}}}{r_{12}} dz_{r2} \right\}$$
(12.23)

$$E_{z2} = \frac{j}{4\pi\omega\varepsilon} \left\{ \left[ \frac{d^2}{dz_1^2} + k^2 \right]_{-l_1}^{l_1} I_1(z_{r_1}) \frac{e^{jkr_{2_1}}}{r_{2_1}} dz_{r_1} + \left[ \frac{d^2}{dz_2} + k^2 \right]_{-l_2}^{l_2} I_2(z_{r_2}) \frac{e^{jkr_{2_2}}}{r_{2_2}} dz_{r_2} \right\}$$
(12.24)



Obr. 12.7 Geometrie dvou dipólů k rovnicím (12.23) a (12.24)

V maticové podobě dostáváme rovnice ekvivalentní k (12.9)

$$\begin{bmatrix} U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \end{bmatrix}$$
(12.25)

$$\begin{bmatrix} U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \end{bmatrix}$$
(12.20)

Po vyřešení této soustavy rovnic a symetrické napájení ve středu antén, můžeme napsat vztahy známé z teorie obvodů

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \tag{12.27}$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \tag{12.28}$$

kde  $U_1$  a  $U_2$  jsou budící napětí prvé resp. druhé antény a  $I_1$  a  $I_2$  jsou proudy napájející prvou resp. druhou anténu. Indexované impedance mají podobný význam jako u dvoubranu:  $Z_{11}$  a  $Z_{22}$  jsou vstupní impedance prvé resp. druhé antény, když druhá resp. prvá anténa nejsou napájeny.  $Z_{12}$  a  $Z_{21}$  jsou vzájemné impedance a jsou symetrické i když délky dipólů jsou různé,  $Z_{12} = Z_{21}$ .

V praxi, pokud rozteč dipólů není příliš malá ( $b < 0,2 \lambda$ ), za  $Z_{11}$  resp.  $Z_{22}$  můžeme vzít vstupní impedanci osamoceného zářiče. Na obr. 12.8 a 12.9 jsou uvedeny průběhy reálných a imaginárních částí vzájemných impedancí pro různé rozteče a převýšení půlvlnných dipólů.

Poznamenejme, že hodnoty jsou uvedeny pro půlvlnné dipóly napájené stejnými proudy. Jsou-li dipóly napájeny různými proudy

$$\frac{I_2}{I_1} = m \mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}$$
 (12.29)

kde *m* je poměr amplitud a  $\psi$  je fázové posunutí proudů, je třeba hodnotu vzájemné impedance (získané z grafů na obr. 12.8 a 12.9) vynásobit výrazem  $me^{j\psi}$ 

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = Z_{11} + m e^{j\psi} Z_{12}$$
(12.30)

$$Z_2 = \frac{U_2}{I_1} = Z_{22} + \frac{e^{-j\psi}}{m} Z_{21}$$
(12.31)



Obr. 12.8 Reálné části vzájemné impedance dvou rovnoběžných dipólů pro různé výškové rozdíly



Obr. 12.9 Průběhy imaginární části vzájemné impedance dvou rovnoběžných dipólů

Úvahy o celkové vstupní impedanci lze rozšířit ze soustavy dvou zářičů na soustavu N zářičů. Pro ni můžeme napsat takovouto soustavu rovnic

$$U_{1} = I_{1}Z_{11} + I_{2}Z_{12} + I_{3}Z_{13} + \dots + I_{N}Z_{1N}$$

$$U_{2} = I_{1}Z_{21} + I_{2}Z_{22} + I_{3}Z_{23} + \dots + I_{N}Z_{2N}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$U_N = I_1 Z_{N1} + I_2 Z_{N2} + I_3 Z_{N3} + \dots + I_N Z_{NN}$$

kde  $U_1$ ,  $U_2$ , ...  $U_N$  a  $I_1$ ,  $I_2$ , ...,  $I_N$  jsou napětí a proudy na vstupních svorkách prvního, druhého až *N*- tého zářiče,  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$ , ...,  $Z_{NN}$  jsou vlastní impedance 1., 2. až *N*-tého zářiče,  $Z_{kl}$  je vzájemná impedance mezi k-tým a l-tým zářičem.

Dělíme-li první rovnici  $I_1$ , dostaneme

$$Z_{1} = \frac{U_{1}}{I_{1}} =$$

$$= Z_{11} + \frac{I_{2}}{I_{1}} Z_{12} + \frac{I_{3}}{I_{1}} Z_{13} + \dots + \frac{I_{N}}{I_{1}} Z_{1N} =$$

$$= Z_{11} + m_{12} e^{j\psi_{12}} Z_{12} + \dots + m_{13} e^{j\psi_{13}} + \dots + m_{1N} e^{j\psi_{1N}} Z_{1N}$$
(12.33)

Z toho je vidět, že celková vstupní impedance jednoho z řady zářičů se skládá z jeho vlastní impedance a vzájemných impedancí vnesených ostatními zářiči do místa antény. Jsou-li napájecí proudy jednotlivých zářičů různé, vzájemné impedance je třeba násobit příslušným poměrem proudů (12.29).

Podívejte se nyní na celkový výkon vyzařovaný dvojicí zářičů. Jejich vstupní impedance je

$$Z_{1} = Z_{11} + me^{j\psi}Z_{12} =$$

$$= R_{11} + m(R_{12}\cos\psi - X_{12}\sin\psi) + j[X_{11} + m(R_{12}\sin\psi + X_{12}\cos\psi)] \qquad (12.34)$$

Podobně pro druhý zářič

$$Z_{2} = Z_{22} + \frac{1}{m} e^{-j\psi} Z_{21} =$$

$$= R_{22} + \frac{1}{m} \left( R_{21} \cos\psi + X_{21} \sin\psi \right) + j \left[ X_{22} - \frac{1}{m} \left( R_{21} \sin\psi - X_{12} \cos\psi \right) \right]$$
(12.35)

Určeme nyní výkony vyzařované každým ze zářičů

$$P_{1} = \frac{1}{2} I_{1} I_{1}^{*} R_{1} = \frac{I_{1} I_{1}^{*}}{2} \left[ R_{11} + m \left( R_{12} \cos \psi + X_{12} \sin \psi \right) \right]$$
(12.36)

$$P_{2} = \frac{1}{2}I_{2}I_{2}^{*}R_{2} = \frac{I_{2}I_{2}^{*}}{2} \left[ R_{22} + \frac{1}{m} \left( R_{21}\cos\psi + X_{21}\sin\psi \right) \right]$$
(12.37)

Celkový vyzářený výkon je

$$P_{\text{celk}} = P_1 + P_2 = \frac{I_1 I_1^*}{2} \Big[ R_{11} + m^2 R_{22} + 2m R_{12} \cos \psi \Big]$$
(12.38)

Vyzařovací odpor je výraz v hranatých závorkách poslední rovnice

$$R_{\text{celk vyz}} = R_{11} + m^2 R_{22} + 2m R_{12} \cos \psi \tag{12.39}$$

Podrobněji si probereme dva příklady velmi často používané v praxi.

a) aktivní (napájený) reflektor. Jak jsme viděli při zkoumání charakteristické funkce dvojice zářičů při m = 1,  $\psi = 90^{0}$  a  $d = \lambda/4$ , zářič 2 odráží všechno vlnění zpět k zářiči 1. Na směrové charakteristice se to projeví tak, že ve směru 2-1 máme vlnění dvojnásobné, kdežto ve směru 1-2 je vlnění nulové. Tady platí

$$Z_1 = R_{11} - X_{12} + j(X_{11} + R_{12})$$
$$Z_2 = R_{22} + X_{12} + j(X_{22} - R_{12})$$

Z toho

$$R_{\rm vyz\,celk} = R_{11} + R_{22} \tag{12.40}$$

U aktivního reflektoru se vyzařovací odpory sčítají.

b) *pasivní (nenapájený) reflektor*. Zářič 2 není napájen, jeho svorky jsou zkratovány nebo je na ně připojena kompenzační reaktance  $X_{2k}$ . Pro takovou dvojici můžeme psát rovnice

$$U_1 = I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} \tag{12.41}$$

$$0 = I_1 Z_{12} + I_2 (Z_{22} + j X_{2k})$$
(12.42)

Z druhé rovnice můžeme určit proud v nenapájeném zářiči

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22} + jX_{2k}} = m e^{j\psi}$$
(12.43)

kde

$$m = \sqrt{\frac{R_{12}^2 + X_{12}^2}{R_{22}^2 + (X_{22} + X_{2k})^2}}$$

$$\psi = \pi + \operatorname{arctg} \frac{X_{12}}{R_{12}} - \operatorname{arctg} \frac{X_{22} + X_{2k}}{R_{22}}$$

Z rovnice (12.41) dostaneme

$$\frac{U_1}{I_1} = Z_1 = Z_{11} + \frac{I_2}{I_1} Z_{12} = Z_{11} + mZ_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + jX_{2k}}$$
(12.44)

Z toho vyzařovací odpor je reálnou částí vstupní impedance

$$R_{\text{vyz celk}} = \text{Re}\{Z_1\} = R_{11} + m(R_{12}\cos\psi - X_{12}\sin\psi)$$
(12.45)

Při nulové kompenzační reaktanci  $(X_{2k} = 0)$  je  $|m| \langle 1, \text{ protože } Z_{12} \text{ je vždy menší než kterákoliv vlastní impedance } (|Z_{12}| \langle |Z_{22}|)$ . Čím je menší vzdálenost mezi napájeným a nenapájeným zářičem, tím více se modul vzájemné impedance blíží modulu některé vlastní impedance,  $m \to 1$ ,  $\psi \to \pi$  a  $R_{\text{celk vyz}} \to 0$ . Taková dvojice vlastně nezáří. Energie dodávaná do antény kmitá mezi oběma zářiči, aniž by byla vyzařována do vzdálené zóny.



Obr. 12.10 Charakteristické funkce napájeného a nenapájeného zářiče

Pro charakteristickou funkci této dvojice dostaneme

$$F(\varphi) = \left| 1 + m e^{j(kd\cos\varphi + \psi)} \right| = \sqrt{\left[ 1 + m^2 + 2m\cos(kd\cos\varphi + \psi) \right]}$$
(12.46)

Pro  $d = 0,1\lambda$  a 0,25 $\lambda$  a různé hodnoty celkové reaktance  $X_{22} + X_{2k}$  jsou na obr. 12.10 znázorněny charakteristické funkce. Z tohoto obrázku zjistíme, že při vzdálenosti nenapájeného zářiče 0,1 až 0,25 $\lambda$  a indukčním charakteru zátěže nenapájeného zářiče působí tento zářič jako reflektor, tj. soustřeďuje vyzařovanou energii do směru od nenapájeného zářiče k napájenému. Při podobných vzdálenostech zářičů, ale kapacitním charakteru zátěže nenapájeného zářiče k nenapájenému. Volba obou parametrů (d a  $X_{22} + X_{2k}$ ) se provádí podle různých hledisek. Na obr. 12.11 a 12.12 je vynesena soustava křivek znázorňujících závislost směrovosti na vzdálenosti pro různé požadavky:

 A)minimální dosažitelný činitel zpětného záření na směrové charakteristice pro reflektorový typ nenapájeného zářiče,

B) maximální směrovost reflektorového zářiče,

C) stejná směrovost v obou směrech,

D) maximální směrovost direktorového zářiče,

E) minimální dosažitelný činitel zpětného záření při direktoru,

F) maximální směrovost při současném působení direktoru a reflektoru.

Z obrázků vidíme, že maximální směrovosti nastávají při vzdálenosti direktoru 0,12λ a reaktanci kolem -j.30Ω a vzdálenosti reflektoru 0,17λ a reaktanci +j.20Ω. Tomu odpovídají např. při  $\Omega = 8$  délky 0,42λ a 0,48λ. Dosažená směrovost se pohybuje mezi 5 až 6 dB. Při současném použití jak direktoru, tak i reflektoru se dosahuje směrovosti až 8 dB. Současně se změnou směrové

charakteristiky a vzrůstem směrovosti se mění i vstupní impedance dipólu. Na obr. 12.12 je ukázána závislost změny této impedance na vzdálenosti nenapájeného zářiče. Jsou-li použity oba nenapájené zářiče současně, je vstupní impedance ještě menší a pohybuje se kolem 10  $\Omega$ . Aby tuto anténu bylo možné připojit na normalizovaný napáječ (např. dvoudrátový napáječ 300  $\Omega$ ), je třeba impedanci nejprve zvětšit. Jako napájený zářič lze k tomu s výhodou použít místo jednoduchého dipólu skládaný dipól.



Obr. 12.11 Závislost relativní směrovosti dvojice napájeného a nenapájeného zářiče na jejich vzájemné vzdálenosti pro různé požadavky: A) minimální činitel zpětného záření reflektoru; B) maximální směrovost reflektoru; C) stejná směrovost v obou směrech; D) maximální směrovost direktoru; E) minimální činitel zpětného záření direktoru



Obr. 12.12 Potřebná délka pasivního zářiče pro případy podle obr. 12.11. Křivky F platí pro současné působení direktoru i reflektoru



Obr. 12.13 Zmenšení vyz. impedance dipólu nenapájeným zářičem; geometrie skládaného dipólu

Skládá se ze dvou dipólů na obou koncích spojených (obr. 12.13). Průměry obou ramen mohou být buď stejné, nebo různé. Rozbor takové antény můžeme provést přetransformováním napájecího zdroje podle obr. 12.14. Budeme předpokládat, že průměry obou vodičů jsou stejné. V prvním kroku nahradíme původní generátor dvěma generátory zapojenými v sérii. V prvním rameni se jejich svorková napětí sčítají, kdežto v druhém se odčítají. Působením každého generátoru prochází vodiči proud. Výsledné elektrické pole těchto proudů na základě zákona superpozice můžeme nahradit polem dvou soumístných antén s generátory podle další části obrázku. Proudy procházející vodiči první antény mají souhlasný směr, kdežto v druhé anténě mají opačný směr. Svorky první antény mají souhlasná napětí, proto mohou být spojeny paralelně. U druhé antény, která má generátory s opačnou polaritou, je nulový potenciálový rozdíl ve středech generátorů. Podél této spojnice mohou být obě ramena od sebe oddělena. Tím dostaneme poslední část obrázku. Skládaný dipól můžeme tedy nahradit dvěma útvary: první se skládá ze dvou vodičů ve vzdálenosti *b* paralelně spojených a napájených generátorem, druhý se skládá ze dvou úseků dvoudrátového vedení na konci zkratovaného.



Obr. 12.14 Náhradní schéma činnosti skládaného dipólu

Na základě obr. 12.14 můžeme psát vztahy mezi napětími generátorů a proudy ve vodičích

$$U_i = 2U;$$
 a  $I_i = I_s + I_a$ 

Vstupní admitance skládaného dipólu je

$$Y_{\rm i} = \frac{I_{\rm i}}{U_{\rm i}} = \frac{I_{\rm s} + I_{\rm a}}{2U}$$

Proudy  $I_s$  a  $I_a$  vyjádříme admitancemi oboru útvarů. První útvar pracuje jako symetrický zářič délky 2*l* a ekvivalentního poloměru  $a_e = \sqrt{(ab)}$ , kde *a* je poloměr vodičů dipólu a *b* je jejich rozteč. Jeho vstupní admitance je  $Y_s$ . Pro ni také platí

$$Y_{\rm s} = 2l_{\rm s}/U \Longrightarrow I_{\rm s} = Y_{\rm s}U/2$$

Dvoudrátové vedení délky l na konci zkratované má vstupní admitanci

$$Y_{\rm a} = -jY_{\rm c} \cot g k l$$

kde  $R_{\rm c} = 1/Y_{\rm c} = 120 \lg(b/a)$ . Pro  $Y_{\rm a}$  také platí

$$Y_{\rm a} = \frac{I_{\rm a}}{U} \Longrightarrow I_{\rm a} = Y_{\rm a}U$$

Dosazením za  $I_s$  a  $I_a$  do  $Y_i$  dostaneme

$$Y_{i} = \frac{I_{s} + I_{a}}{2U} = \frac{Y_{s}}{4} + \frac{Y_{a}}{2}$$

Vstupní admitance skládaného dipólu je složena ze čtvrtiny vstupní admitance ekvivalentního dipólu a poloviny vstupní admitance dvoudrátového vedení na konci zkratovaného. Pro půlvlnný dipól  $(kl \rightarrow \pi/2)$  jedno jeho rameno představuje čtvrtvlnné dvoudrátové vedení na konci zkratované. Jeho vstupní admitance je nulová. Pak  $Y_i = Y_s/4$  a vstupní impedance skládaného dipólu je tedy čtyřnásobná ve srovnání se vstupní impedancí ekvivalentního jednoduchého dipólu.

Ve sledovaném případě byly průměry obou zářičů stejné. Podobným způsobem lze odvodit vstupní impedanci i pro různé průměry vodičů. Bez odvození uveďme, že impedanční převod se děje podle vztahu

$$Z_{\rm i} = Z_{\rm s} (1+p)^2 \tag{12.47}$$

kde pro p dostaneme přibližný vztah

$$p = \frac{\log b / a_1}{\log b / a_2} \quad \text{pro} \quad a_1 \langle b; a_2 \langle b \rangle$$

Na obr. 12.15 je tento převod znázorněn jako funkce  $a_2/a_1$  a  $b/a_1$ .



Obr. 12.15 Diagram impedančního převodu skládaného dipólu

Vstupní impedanci lze ještě dále zvětšit přidáním dalšího paralelního prvku podle obr. 12.16. V obou případech při stejných poloměrech zářičů je vstupní impedance přibližně 9 $Z_s$ , kde  $Z_s$  je vstupní impedance tyčové antény tvořené vodiči a napájené jediným generátorem. Ekvivalentní poloměr výsledného zářiče se rovná  $a_e = \sqrt[3]{(ab^2)}$ .



#### Obr. 12.16 Trojitě skládaný dipól

V praxi se používají i soustavy s více direktory. Tím lze dosáhnout lepších směrových vlastností - užší směrové charakteristiky, větší směrovosti, většího činitele zpětného záření. Analýza takovýchto složitějších soustav, které se obvykle nazývají Yagiho antény, poměrně obtížná, zvláště jsou-li rozteče a délky jednotlivých direktorů různé.

#### Literatura k 12. kapitole

[12.1] King, R.W.: The Theory of Lienar Antennas. Harvard University Press, Cambridge, 1956

[12.2] Hansen, R.C.: Formulation of Echelon Dipole Mutual Imepdance for Computer. IEEE Trans. AP-20, No. 6, str. 780-781, November 1972

[12.3] Vavra, Š., Turán, J.: Antény a šírenie elektromagnetických vln. ALFA, Bratislava, 1989

# 13. Realizace liniových antén

## 13.1 Antény pro dlouhé vlny

Vývoj radiotechniky směřuje k používání stále vyšších kmitočtů, ale přesto se pro některé zvláštní účely používají dlouhé vlny. Jejich použití vychází jednak z malého útlumu přízemní vlny, který dovoluje dosáhnout spojení i na větší vzdálenosti, a jednak z toho, že prostorová vlna je málo ovlivňována ionosférou, což je výhodné pro navigační účely nebo pro přenos přesné časové informace. Menší je také útlum dlouhých vln při průniku do polovodivého prostředí, jako je např. mořská voda. Hlavní nevýhodou dlouhých vln je nákladná stavba jejich anténních systémů. Rozumným způsobem lze na dlouhých vlnách dosáhnout anténních stožárů vysokých do  $\lambda/8$ . Při jejich návrhu se objevují potíže v souvislosti s účinností, schopností vyzářit větší výkony a s šířkou pásma.



Obr. 13.1 Vyzařovací odpor kapacitně zakončené vertikální antény

Z požadavků kladených na dlouhovlnné antény vyplývá, že jsou to obvykle vertikální vodiče nad zemským povrchem. Jak vidíme z obr. 13.1, pohybuje se hodnota vyzařovacího odporu takové krátké antény kolem jednoho ohmu. V této oblasti ji můžeme přibližně vyjádřit vztahem

$$R_{\nu\nu z} = 10(kl)^2 \tag{13.1}$$

kde kl je vyjádřeno v radiánech. Stejných hodnot dosahují i ztrátové odpory antény, způsobené např. malou vodivostí země, konečnou vodivostí vodičů a izolátorů. Abychom zlepšili poměr vyzařovacího a ztrátového odporu a tím i účinnost antény, zakončují se antény kapacitní reaktancí. Vyzařovací odpor takové elektricky prodloužené antény se zvětší až čtyřikrát (obr. 13.1).

Imaginární část vstupní impedance můžeme vyjádřit vztahem

$$X = -R_{\rm e} \cot g \, k(l+b) \tag{13.2}$$

kde b je ekvivalentní prodloužení antény. Charakteristická impedance antén v tomto pásmu vlnových délek je přibližně dána vztahem

$$R_{\rm c} = 60 \left[ \ln \left( \frac{l}{a} \right) - 1 \right] \tag{13.3}$$

Dalším důležitým omezujícím parametrem je maximální napětí, které můžeme připustit v napájecím bodě antény. Toto napětí se totiž objeví na napájecím izolátoru

$$U_{\rm A} = \frac{I_{\rm A}}{\omega C} = \frac{\sqrt{\frac{P_{\rm v}}{R_{\rm vyz}}}}{\omega C} = \frac{\frac{\lambda}{40l}\sqrt{P_{\rm v}}}{\omega C}$$
(13.4)

kde C je vstupní kapacita antény [13.1].

Konstrukční provedení dlouhovlnných antén se vyznačuje poměrně malou vertikální a velkou horizontální částí. Ve snaze dosáhnout relativně jednoduchými způsoby velkých prodlužovacích kapacit se setkáváme s různými typy antén (obr. 13.2). V zásadě lze říci, že zvětšováním prodlužovací kapacity se zvětšuje vyzařovací odpor a tím i účinnost antény. Naproti tomu velké prodlužovací kapacity musí být i plošně velké, což zvětšuje jejich stínicí účinek, zvláště snažímeli se toho dosáhnout nestejnými podpěrami, jako je tomu u vějířové, střechové nebo deštníkové antény.



Obr. 13.2 Konstrukční provedení zakončovací kapacity u dlouhovlnných antén: a) anténa  $\Gamma$ , b) anténa T, c) vějířová anténa, d) střechová anténa, e) matracová anténa, f) deštníková anténa

U dlouhovlnných antén jsou velké potíže i se zemnicím systémem, jehož náročnost roste s vlnovou délkou. Zkušenosti se stavbou takových systémů jsou pro jednotlivé typy popsány v práci [13.2] a nebudeme se jimi blíže zabývat.

## 13.2 Antény pro střední vlny

Vysílací antény pro střední vlny bývají vertikální vodiče nad zemským povrchem, jejichž délka se pohybuje mezi jednou šestinou až pěti osminami vlnové délky v závislosti na tom, jaké jsou

bližší požadavky zadání a ekonomická omezení. Geometrická výška dosahuje 300 až 400 m. Tyto stožáry bývají buď kotvené, nebo samonosné.

Pro vysílání na středních vlnách se výhradně používá vertikální polarizace pro lepší vlastnosti šíření, a to jak přízemní, tak i prostorové vlny. Útlum této horizontálně polarizované přízemní vlny je podstatně větší než útlum vertikálně polarizované vlny a prostorová horizontálně polarizovaná vlna je zase více ovlivněna zeměpisnou šířkou a směrem vysílání. Horizontální antény nízko nad zemí vyzařují jen málo podél zemského povrchu a více pod většími úhly. Takové vyzařování je však třeba jen v některých speciálních případech.

Maximální vyzařování podél zemského povrchu roste s výškou vertikálního zářiče až asi do pěti osmin vlnové délky. Při těchto výškách se objevuje postranní smyčka pod velkými výškovými úhly, což dává vznik podstatné prostorové vlně. Jednak se tím začíná zmenšovat směrovost podél zemského povrchu a jednak se tím zmenšuje oblast příjemného poslechu.

Při výpočtu směrových charakteristik se používá zjednodušení a stožár se nahrazuje tenkým vodičem se sinusovým proudovým rozložením. Vliv země se zachycuje zrcadlovým obrazem. Velikost elektrického pole v horizontální rovině je funkcí amplitudy proudu a elektrické délky antény. Pro sinusové rozložení proudu je intenzita vyzařovaného elektrického pole ve vzdálenosti 1 km

$$|E| = 60I_0(1 - \cos kl) \text{ [mV/m]}$$
 (13.5)

Vztah mezi dodávaným výkonem a proudem v kmitně antény je  $I_0 = \sqrt{(P/R_{vst})}$ . Vstupní odpor se skládá ze ztrátového a vyzařovacího odporu. Ztrátový odpor se pohybuje v rozmezí několika ohmů podle vlnové délky a provedení konstrukce stožáru. Vstupní odpor již nemůžeme určovat za zjednodušujících předpokladů jako směrovou charakteristiku. Zde se silně uplatňuje vliv průřezu stožáru. Proto musíme použít přesnějších metod. Na obr. 13.3 je uveden průběh vstupního odporu vodiče na zemském povrchu pro různé charakteristické impedance dané vztahem (13.3), kde za *a* dosadíme  $a_{ef}$ , což je efektivní průřez vodiče. Pro eliptický průřez je

$$a_{\rm ef} = \frac{a+b}{2}$$

kde *a* a *b* jsou velká a malá osa elipsy. Pro obdélníkový průřez získáme  $a_{ef}$  ze vztahu  $a_{ef}/s = 0,35t/s + 0,25$ , kde *s* je větší a *t* menší strana obdélníka. Pro anténu složenou z *n* vodičů rozmístěných po kružnici je efektivní poloměr

$$a_{\rm ef} = a_{\rm v}^n \sqrt{\frac{na_{\rm o}}{a}}$$

kde  $a_0$  je poloměr vodičů, n je počet vodičů a a je poloměr kruhu

Kdybychom sledovali závislost směrovosti vertikálního vodiče na jeho výšce, zjistili bychom, že největší směrovost podél zemského povrchu má vertikální vodič dlouhý 0,6325 λ. Směrová charakteristika takového vodiče má však poměrně silné vyzařování pod velkým výškovým úhlem. To znamená vznik prostorové vlny. Obě vlny (přízemní i prostorová) spolu interferují, což způsobuje zeslabení nebo zesílení výsledné vlny podle fáze obou vlnění. Protože ionosféra,

ve které se vlna ohýbá, není v klidu, ale mění se její stupeň ionizace a výška, mění se i fáze prostorové vlny, což způsobuje kolísání výsledné vlny. Tomuto kolísání výsledné vlny se říká únik (fading). Aby se při příjmu únik příliš neuplatňoval, je třeba tuto kolísavou prostorovou složku udržovat slabší než stálou složku přízemní. Všeobecně se ještě připouští jejich poměr 1:3 až 2:5. Protože se zvětšující se vzdáleností od antény se zvětšuje i únik, dojdeme až k uvedenému meznímu poměru obou složek. Oblast s větším poměrem než mezním nazýváme oblast bezúnikového příjmu nebo při rozhlasových pořadech oblast příjemného poslechu, v níž pokládáme únik za malý. Aby tato oblast byla co největší, musíme potlačit kolísající prostorovou složku. Na vysílací straně to umožňuje vhodná volba elektrické délky antény.



Obr. 13.3 Vyzařovací odpor vertikální antény pro různé charakteristické impedance

Prostorovou složku určíme z rovnice

$$\left| E \right| = 60I_0 \frac{1}{r} \frac{\cos(kl\cos\vartheta) - \cos kl}{\sin\vartheta}$$

Označíme-li výšku odrazu od ionosféry h, je vzdálenost R podél zemského povrchu při zanedbání útlumu v ionosféře

$$R = r\sin\vartheta = 2h\mathrm{tg}\vartheta$$

a amplituda prostorové složky v závislosti na vzdálenosti R je

$$|\mathbf{E}| = 60I_0 \frac{\left| \cos\left(kl \frac{2h}{\left(4h^2 - R^2\right)^{1/2}}\right) - \cos kl}{R} \right|$$
(13.6)



Obr. 13.4. Průběhy přízemní a prostorové (ionosférické) složky pole podél povrchu země

Je třeba si ještě uvědomit, že při konstantním dodávaném výkonu je  $I_0$  funkcí kl podobně jako vstupní impedance. Dostáváme tak soustavu křivek s parametrem kl (obr. 13.4). Do stejného grafu kreslíme ubývání přízemní vlny se vzdáleností. Pro lepší nalezení míst s mezním poměrem obou složek kreslíme průběh ubývání přízemní vlny zmenšený ve zvoleném poměru 1:3 až 2:5.



Obr. 13.5 Diagramy pro určení délky protiúnikové antény

Úlohou je nyní z takto stanovených průběhů určit elektrickou délku antény tak, aby bylo dosaženo maximálního poloměru okruhu příjemného poslechu. K tomu si sestrojíme pomocný obrázek, ve kterém pro jednotlivé délky antény jsou obě vlny v zadaném poměru (obr. 13.5). Např. pro délku zářiče  $kl = 180^{\circ}$  je místo mezního poměru obou vln dosaženo ve vzdálenosti R = 105 km. Postupně tak z obr. 13.4 sestrojíme novou křivku. Šrafovaná plocha odpovídá případům, kdy jsme překročili tuto mez. Největší poloměr okruhu příjemného poslechu určíme z tečny k vrcholu jedné větve křivky. V našem případě to je  $kl = 207^{\circ}$ .

Ubývání přízemní vlny silně ovlivňuje vodivost půdy. Tuto závislost obvykle získáváme měřením. Do místa budoucí antény umístíme pomocnou anténu, elektricky krátkou a proměříme spádové křivky elektrického pole v různých směrech radiálně od antény. Ze získaných průběhů vytvoříme střední hodnotu, což dává výchozí spádovou křivku pro vlastní návrh.

Poznamenejme, že zvětšením dodávaného výkonu se nezmění poloměr okruhu příjemného poslechu. Při zvoleném mezním poměru obou vln je ve skutečnosti poloměr okruhu příjemného poslechu závislý jen na vodivosti půdy na území, které se má zásobovat programem.

Vertikální stožáry se napájejí dvojím způsobem. Při jednom se stožár izoluje od země mohutným patním izolátorem a napájení se provede sériově. Tento způsob je poměrně jednoduchý, velké nároky jsou pouze na patní izolátor, který musí mít velkou elektrickou i mechanickou pevnost, a

proto je velmi drahý. Takový izolátor se obvykle skládá ze dvou částí. Horní část je pevně spojena s konstrukcí stožáru a dolní spočívá na patním základu. Mezi oběma částmi je kloubové usazení v podobě dvou polokoulí. Patní izolátor se vždycky přemosťuje jiskřištěm, aby byl chráněn před poškozením přeskoky. Při druhém způsobu se pata stožáru uzemní a stožár se napájí buď bočníkově, nebo výškově (obr. 13.6). V prvním případě se vyzařování zúčastní jak vertikální stožár, tak i šikmá sestupná část napáječe. To velmi komplikuje analýzu záření antény. Předmětem návrhu je určení výšky bodu napájení. Jak ukazuje obr. 13.6, výška napájecího bodu velmi ovlivňuje proudové rozložení na dolní části stožáru. Čím jsme s napájecím bodem níže, tím větší proud prochází do antény a tím obtížnější je její napájení. Z tohoto hlediska by měl být napájecí bod vysoko. To však nepříznivě ovlivňuje vyzařování podél zemského povrchu, protože obě části antény nad a pod napájecím bodem mají proudové rozložení s opačnou fází a jejich příspěvky se odčítají. Kompromisem bývá asi šestina výšky stožáru.



Obr. 13.6 Bočníkové a vrchní napájení vertikálních stožárů

V případě výškového napájení je napáječový koaxiální kabel připojen mezi zakončovací kapacitu a horní konec stožáru. Proud anténou prochází tak, jak ukazují šipky na obr. 13.6. Impedance antény je dána výškou stožáru a zakončovací kapacitou a nebývá obvykle přizpůsobena k napáječi, takže bývá nutné zařadit přídavný přizpůsobovací obvod.

## 13.3 Antény pro krátké vlny

Krátkými vlnami obvykle rozumíme vlnové délky od 10 do 100 m. Tyto vlny jsou hodně používány pro spojení zvláště na velké vzdálenosti, řádově několik tisíc kilometrů. Vedle toho se používají i pro rozhlasové účely a navigaci. Takové rozsáhlé využití krátkých vln přineslo s sebou rozmanité typy antén. Jejich společným znakem je to, že jejich rozměry jsou srovnatelné s vlnovou délkou nebo ji i několikrát převyšují. To dovoluje získat dobré směrové vlastnosti antén a tím i velké směrovosti. Rozměry antén souměřitelné s vlnovou délkou dávají poměrně velké vyzařovací odpory, mnohokrát větší než jsou ztrátové odpory, takže účinnost krátkovlnných antén je velká. Spojení na velké vzdálenosti pomocí několika odrazů od země a ionosféry vyžaduje vyzařovat hlavní svazek pod určitým výškovým úhlem. Toho se jednoduše dosáhne vodorovnou anténou v nevelké výšce nad zemí ( $\lambda/4$  až  $\lambda$ ).



Obr. 13.7 Soufázové dipólové stěny

Všechny krátkovlnné antény bychom mohli v zásadě rozdělit do dvou skupin: na rezonanční úzkopásmové a širokopásmové. Do první skupiny patří antény, jejichž šířka pásma pro různé parametry (jako je šířka svazku, zisk, vstupní impedance a polarizace) se pohybuje kolem  $\pm 10\%$ . kdežto ve druhém případě 100% až 300%. Rezonanční úzkopásmové antény mají za základ vodič se stojatou proudovou vlnou, jehož délka se obvykle rovná polovině vlnové délky. Tyto zářiče jsou pro zvýšení směrovosti a úpravu směrové charakteristiky v jednotlivých rovinách řazeny do řady, resp. do celých ploch. Směrová charakteristika je pak závislá na počtu zářičů v řadě nebo na počtu použitých řad, tj. na počtu zářičů v jednom sloupci. Na krátkých vlnách se nejčastěji používá uspořádání na obr. 13.7, kdy vodiče jsou nad sebou posunuty o  $\lambda/2$ . Aby bylo dosaženo soufázového napájení, jsou spojovací napáječe vždy prokříženy. Dosáhneme tím příčného vyzařování, avšak oboustranné směrové charakteristiky. Pro potlačení vyzařování jednoho z maxim se používá soustava reflektorů, která představuje ve skutečnosti další dipólovou stěnu vzdálenou  $\lambda//4$ . Používá se jak nenapájený, tak i napájený reflektor (obr. 13.8). V prvním případě se reaktance připojená na svorky reflektoru mění délkou připojeného zkratového vedení, kdežto v druhém případě se fáze napájecího proudu do napájeného reflektoru (která musí být o 90° posunuta) mění fázovacím článkem. Řešení s nenapájeným reflektorem je jednodušší jak konstrukčně, tak i z hlediska nastavování, avšak nelze úplně potlačit zpětné vyzařování. Je to způsobeno tím, že vazba reflektoru není dostatečně těsná, aby amplituda indukovaného proudu v reflektoru byla stejná jako v napájeném zářiči. V tomto směru je řešení s napájeným reflektorem výhodnější.



Obr. 13.8 Nenapájená a napájená reflektorová stěna

K napájení dipólových stěn se používá některý ze způsobů uvedených na obr. 13.7. První způsob je vhodný při rozteči zářičů  $\lambda/2$ . Soufázového napájení dosáhneme překřížením vodičů napájecího vedení. Druhý způsob je vhodný při libovolné rozteči zářičů. Jiný velmi jednoduchý způsob vytvoření a současné napájení soufázových prvků je na obr. 13.10. Vidíme, že šikmé úseky vodiče můžeme rozložit na vodorovné a svislé. Účinky vodorovných zářičů se navzájem ruší, kdežto účinky svislých se sčítají. Abychom opět vyloučili záření v druhém směru, připojujeme ještě reflektorovou stěnu. Nejčastěji se v tomto případě používají nenapájené reflektory. Stěny se zavěšují na nosná ocelová lana vypjatá mezi vrcholy věží z ocelových konstrukcí. Vrcholy jednotlivých kosočtverců jsou spojeny izolátory s průchozími otvory, takže aktivní vodič může být průběžný.



Obr. 13.10 Napájení KV dipólových stěn; rozložení proudu podél vodiče jednoho patra

# 13.4 Napájení antén

## Anténní napáječe

Velmi často je v praxi anténa v jiném místě než vysílač nebo přijímač. V takovém případě je anténa připojena pomocí napáječe. Kromě vlastního napáječe mohou být na koncích ještě přizpůsobovací a symetrizační prvky. Mají za úkol přizpůsobit jednak vnitřní impedanci generátoru k impedanci napáječe, jednak napáječe k vlastní anténě. Podobně je tomu na přijímací straně. Napáječe mají splňovat tyto tři základní požadavky:

- 1. přenášet elektromagnetickou energii s nejmenšími ztrátami,
- 2. být schopné přenášet potřebný výkon (průrazy, korona apod.),
- 3. nemají samy vyzařovat.

Vyzařování napáječů jednak zvětšuje ztráty a jednak mění směrovou charakteristiku antény. Napáječe jsou v podstatě dvojího druhu: otevřené a stíněné. Typickým představitelem otevřených napáječů je dvoudrátové vedení, představitelem stíněných napáječů je koaxiální kabel. Otevřené mají výhodu v konstrukční jednoduchosti a malých ztrátách, stíněné zase v jednoduchosti montáže a malém vyzařování. Hlavním parametrem napáječů je charakteristická impedance. Je závislá na geometrických rozměrech a uspořádání vodičů. Vzorce pro určení charakteristických impedancí nejčastěji používaných napáječů jsou v tabulce 13.1. Útlum napáječů určuje převážně kvalita materiálů, z jakých jsou vyrobeny - vodivost vodičů a ztráty dielektrik. Proto se zmenšují rozměry vyplňujících dielektrik na minimum, a to nejen v příčném směru, ale i v podélném. Další přídavné ztráty jsou způsobeny vyzařováním a odrazy vln na napáječích.



Tab. 13.1 Charakteristická impedance nejběžnějších typů napáječů
#### Symetrizace

Z tabulky napáječů je vidět, že existují napáječe symetrické a nesymetrické. Podobně je to i s anténními vstupy a výstupy vysílačů. Jsme-li postaveni před otázku, jakou soustavu volit, zda symetrickou nebo nesymetrickou, je nutné zvážit klady i nevýhody obou soustav. Především vstup antény bývá určen jinými hledisky. Zdálo by se tedy výhodné volit takový napáječ, jaký je vstup antény. Ovšem zvláště na vyšších kmitočtech nad 30 MHz způsobují výrobní nesymetrie i nesymetrii elektrickou. Také přítomnost vodivých předmětů a ohyb vedení působí rušivě na symetrickou funkci napáječů. Proto tam, kde je to možné, používáme nesymetrické napáječe, protože jsou výrobně jednodušší a levnější. Nesymetrické napáječe ale při spojení se symetrickými vstupy antén vyžadují použití symetrizačních členů. Na nižších kmitočtech tato symetrizace nezpůsobuje žádné obtíže, protože může být realizována pomocí cívek a kondenzátorů. Na vyšších kmitočtech se musí používat úseky vedení.

Podívejme se nejprve, co by se stalo, kdybychom připojili nesymetrický napáječ (např. koaxiální kabel) přímo k symetrické anténě (jakou je např. dipól) (obr. 13.11). Proud procházející po vnitřní straně vnějšího vodiče kabelu se nedostane celý do pravého ramene dipólu, ale jeho část  $I_N$  prochází po vnější straně. Vytvoří to jednak nesymetrické rozložení proudu na ramenech dipólu a tím otočení maxima vyzařování z příčného směru, jednak proud  $I_N$ , procházející po vnějšku koaxiálního kabelu, vytváří své vyzařované pole, které je symetrické kolem tohoto proudu a projeví se především ve vyplnění nul původní směrové charakteristiky dipólu. Kromě toho proud  $I_N$ , který prochází kolmo k proudu  $I_a$ , vytváří kolmo polarizované pole, což v některých aplikacích může vadit.



Obr. 13.11 Spojení symetrického dipólu s nesymetrickým napáječem a náhradní schéma

Celou situaci můžeme zachytit náhradním schématem podle obr. 13.11. Dělení proudu  $I_{K2}$  na  $I_{A2}$ a  $I_N$  je vyjádřeno paralelním zapojením impedancí  $Z_{A2}$  a  $Z_N$ . Velikost impedance  $Z_N$  a tím i proudu  $I_N$  závisí na délce napáječe, jeho vzdálenosti od vodivých předmětů apod. Lze říci, že je srovnatelná s impedancí  $Z_{A2}$ . Na obrázku jsou zachyceny impedancemi  $Z_{AN1}$  a  $Z_{AN2}$  i vlivy vazby mezi rameny dipólu a povrchem kabelu. Pokud by tyto impedance byly stejné a procházely by jimi stejné proudy, jejich působení na symetrické vlastnosti by se rušilo. Dodržet v praxi tuto symetrii je ovšem velmi obtížné, neboť koaxiální kabel nemá neutrální osu elektrické symetrie, vzhledem k níž by byl symetrický i mechanicky. To vede k dalšímu přídavnému proudu po povrchu kabelu. Tento proud můžeme vyloučit dvojím způsobem: buď zlepšit symetrii  $Z_{AN1}$ vzhledem k  $Z_{AN2}$ , nebo alespoň zvětšit tyto impedance natolik, aby se neuplatnily proti nízké impedanci antény. Oběma těmto podmínkám lze částečně vyhovět seříznutím pláště kabelu podle obr. 13.12. Kabel se v místě připojení šikmo seřízne a jeho střední vodič se ohne tak, aby se elektrická osa antény ztotožňovala alespoň s mechanickou osou kabelu. Tato úprava ovšem zmenší pouze proudy vzniklé vzájemnou impedancí  $Z_{AN}$ , nikoliv proudy vzniklé přímým spojením pláště s jedním ramenem. Způsobů, jak tento nežádoucí jev odstranit, je několik. Můžeme je rozdělit na úzkopásmové a širokopásmové.



Obr. 13.12 Jednoduchá symetrizace seříznutím pláště koaxiálního kabelu

Nejběžnější z úzkopásmových způsobů je symetrizace rukávem (obr. 13.13), kdy v sérii s impedancí  $Z_N$  připojujeme velkou impedanci čtvrtvlnného úseku koaxiálního vedení na konci zkratovaného. Jeho vstupní reaktance je teoreticky nekonečně velká, prakticky je závislá na dokonalosti provedení zkratu a na charakteristické impedanci rukávového vedení. Změní-li se pracovní vlnová délka a rukávové vedení už nebude dlouhé přesně  $\lambda/4$ , jeho reaktance se rychle zmenší a přestane mít symetrizační účinky. Uvádí se použitelná šířka pásma ± 5%.



Obr. 13.13 Symetrizace rukávovým vedením a její náhradní schéma

Často používaná je symetrizace půlvlnným úsekem vedení. Využívá se skutečnosti, že půlvlnný úsek vedení otáčí fázi proudů o 180°. Tento symetrizační obvod je uveden na obr. 13.14. Na vstupní bod A je připojen vnitřní vodič napáječe a symetrizačního vedení, které je druhým koncem připojeno na svorku B. Půlvlnný úsek vedení transformuje impedanci  $Z_{A2}$  bez změny na svorku A, takže proud  $I_{K1}$  se dělí na dva stejně velké proudy. Jeden prochází do prvního ramene a druhý přes půlvlnnou smyčku do druhého. Půlvlnná smyčka otočí jeho fázi o 180°, takže do druhého ramene přichází proud stejně velký jako do prvního, ale o 180° otočený. Tím je zaručena symetrizační funkce.



Obr. 13.14 Symetrizace půlvlnným úsekem kabelu a její náhradní schéma. Proud v druhém rameni je otočen o 180°. Pro výpočet vstupní impedance body A a B splynuly (2. schéma).

Z impedančního hlediska jsou v bodě A připojeny dvě impedance  $Z_{A1}$  a  $Z_{A2}$  paralelně. Má-li nastat impedanční přizpůsobení, musí být charakteristická impedance napáječe čtvrtinová ve srovnání s impedancí antény mezi body A a B. To splňuje např. koaxiální kabel 75  $\Omega$  a skládaný dipól 300  $\Omega$ . Šířka pásma tohoto symetrizačního obvodu se udává kolem ± 10%, přičemž toto pásmo je dáno především změnou fáze proudu přicházejícího do svorky B.

Chceme-li odstranit tuto impedanční transformaci 1 : 4, zařadíme mezi výstup symetrizačního obvodu a svorky antény čtvrtvlnný transformátor (obr. 13.15). Ten má tu vlastnost, že součin jeho vstupní a výstupní impedance se rovná druhé mocnině charakteristické impedance. V našem případě výstupní svorka symetrizačního obvodu má dvojnásobnou impedanci ve srovnání s napáječem. Na výstupu transformátoru bude tedy impedance poloviční. Sečteme-li impedanci obou transformátorů, dostaneme stejnou impedanci jako na vstupu do symetrizačního obvodu.



Obr. 13.15 Symetrizace bez impedančního převodu

Zmíněné způsoby symetrizace měly jednu nevýhodu - jejich působení bylo závislé na kmitočtu a hlavním omezujícím činitelem byla vzniklá nesymetrie. Existují však obvody, které symetrizují v širokém kmitočtovém pásmu. Jeden z nich je na obr. 13.16. Na anténní konec napáječe je v místě B galvanicky připojeno symetrické vedení, vytvořené vnějším povrchem stínění napáječe mezi body AC a pomocnou tyčí BD. Mezi body CD je toto vedení zkratováno. V místě zkratu D je připojeno na vnější povrch napáječe, jehož impedance je v náhradním schématu označena Z<sub>N</sub>. Paralelně k symetrizačnímu obvodu je v bodech AB připojena symetrická anténa.



Obr. 13.16 Symetrizace paralelním vedením

Stejně velké a protifázové proudy  $I_{K1}$  a  $I_{K2}$  přejdou na dvě symetrické impedance - vedení a anténu; stanou se z nich tedy proudy symetrické. Symetrie obvodu je určena výlučně těmito dvěma impedancemi. V ideálním případě bude tedy obvod symetrizovat při jakémkoliv kmitočtu. V praxi je kmitočtové pásmo omezeno tím, že druhé rameno je napájeno proudem o větším

fázovém posuvu než 180°. Způsobuje to spojka mezi vnitřním vodičem kabelu a bodem B. Délka tohoto úseku bývá 0,02 až 0,05λ, což odpovídá vzniklé nesymetrii 2 až 5%. Lze ji odstranit uspořádáním podle obr. 13.17. Symetrizační obvod je buzen přímo ve své elektrické ose symetrie. Podobně lze odstranit další zdroj nesymetrie - zkratovací spojku CD. Náhradní impedance zkratu  $Z_z$  není totiž připojena v bodě dokonalé symetrie paralelního vedení a antény. Způsob odstranění je uveden na obr. 13.19; symetrizační vedení je z tyček, napáječ prochází jejich vnitřkem a je vyveden v ose symetrie. Takto upravený obvod symetrizuje i na kmitočtech vyšších než 1 GHz.



Obr. 13.17 Úprava symetrizačního obvodu z obr. 13.16 pro vysoké kmitočty

Kmitočtové pásmo takového uspořádání je omezeno impedančním přizpůsobením. Z náhradního obvodu na obr. 13.16 je vidět, že reaktance symetrizačního vedení se přičítá k impedanci antény paralelně. Maximální přenos energie nastane, bude-li se paralelní součet impedancí rovnat charakteristické impedanci napáječe. Při délce vedení  $\lambda/4$  by reaktance byla nekonečně velká. Její skutečná velikost záleží jednak na dokonalosti zkratu a jednak na charakteristické impedanci symetrizačního vedení. Ta má být alespoň čtyřikrát větší než charakteristická impedance napáječe. Pak impedanční přizpůsobení bude vyhovující v kmitočtovém rozsahu  $\pm$  20%. Tato velká šířka pásma je způsobena tím, že reaktanční složky impedancí symetrizačního vedení a půlvlnného dipólu mají s kmitočtem opačný charakter, takže se částečně ruší.



Obr. 13.18 Širokopásmové provedení symetrizace z obr.13.16

Dalšího rozšíření pásma až na  $\pm$  50% dosahuje uspořádání podle obr. 13.18. Využívá toho, že rychleji proměnná reaktance symetrizačního vedení je kompenzována sériově zapojeným úsekem čtvrtvlnného vedení na konci otevřeného. Dobré funkce se dosáhne, navrhneme-li obvod tak, aby platilo

$$Z_{\rm p} = \frac{Z_{\rm c}^2}{Z_{\rm s}} \qquad \qquad Z_{\rm c} << Z_{\rm s}$$

Aby sériové vedení pracovalo jako otevřené, nesmí být zakončeno příliš velkou kapacitou mezi středním vodičem a pláštěm. Proto volíme  $\Delta l$  větší než je vnější průměr koaxiálního vedení.

### 13.5 Impedanční přizpůsobení antén

Pro správnou a hospodárnou činnost musí být anténa vhodně spojena; vysílací anténa s generátorem, přijímací anténa se vstupem přijímače. Principiálně jde o stejný problém, proto se budeme zabývat jen anténou vysílací.



Obr. 13.19 Přizpůsobení impedance zátěže k vnitřní impedance generátoru



Obr. 13.20 Umístění přizpůsobovacích členů při použití napájecího vedení

Generátor dodá do zátěže maximální výkon, jsou-li vnitřní impedance generátoru a impedance zátěže komplexně sdružené

$$Z_{g} = R_{g} + jX_{g} \qquad \qquad R_{g} = R_{z}$$
$$Z_{z} = R_{z} + jX_{z} \qquad \qquad X_{g} = -X_{z}$$

Není-li tato podmínka splněna, musí být mezi generátor a zátěž vložen přizpůsobovací člen, který tuto podmínku zaručí (obr. 13.19). Nejsou-li generátor a zátěž příliš daleko, lze je spojit přímo. Jestliže však jejich vzdálenost je větší (ve srovnání s vlnovou délkou,  $l > 0,1 \lambda$ ), je nutné mezi generátor a zátěž vložit spojovací vedení (podle použité vlnové délky: dvoudrátové, koaxiální, vlnovodové). Kdybychom spojili generátor se zátěží s patřičnými komplexně sdruženými impedancemi tímto způsobem, vznikly by na něm stojaté vlny, které by kromě jiného způsobily, že ne všechen výkon by byl předáván do zátěže. Pro zajištění dobré účinnosti je proto třeba na začátek i na konec vedení vložit přizpůsobovací členy (obr. 13.20). Přizpůsobovací člen na vstupu má zajišťovat maximální přechod výkonu z generátoru do vedení a přizpůsobovací člen na výstupu má umožňovat bezodrazové spojení, což vyžaduje rovnost obou impedancí. Ve většině případů bývá charakteristická impedance vedení téměř reálná, takže oba typy přizpůsobení (na maximální přenesený výkon i bezodrazový spoj) splývají ( $R_z = R_g$ ).

#### Literatura ke kapitole 13.

[13.1] Schelkunoff, S.A., Friis, H.T.: Antennas: Theory and Practice, John Wiley, NY 1952[13.2] Sunde, E.D.: Earth Conduction Effects in Transmission Systems, Princeton, NY 1949

# 14. Anténní řady

### 14.1 Dvojice zářičů

Základním úkolem vysílací antény je vytvořit ve zvoleném prostoru elektromagnetické pole dostatečné intenzity, základním úkolem přijímací antény je přijmout vlnění přicházející z určitých směrů. V obou případech jsou důležité směrové vlastnosti antén. Seznámili se směrovými vlastnostmi jednoduchých zářičů. Vyplýval z nich důležitý závěr, že směrové vlastnosti jsou výsledkem interference vlnění vycházejících z jednotlivých zářících elementů tvořících anténu. Velikost příspěvků velmi závisí na velikosti a fázi proudu procházejícího zářícím elementem. Rozložení proudu podél vodiče se u vysílací antény vytvoří působením zdroje v napájecím bodě. Jediný způsob, jak změnit toto rozložení proudu, je změnit délku antény. Tomu odpovídající změna směrové charakteristiky je omezená, protože jediným proměnným parametrem je délka vodiče. Podstatně větší možnosti změny bychom získali, kdybychom napájeli každý zářící element odděleným generátorem. Vznikla by tím soustava zářičů, jejíž směrové vlastnosti by byly ovlivňovány jednak napájecími proudy jednotlivých zářičů a jednak jejich prostorovým rozložením



Obr. 14.1 Dvojice půlvlnných dipólů

Nejjednodušším případem seskupení je dvojice zářičů, např. dvou rovnoběžných půlvlnných dipólů vzdálených od sebe d (obr. 14.1). Protože prostředí kolem je lineární, můžeme použít zákon superpozice a výsledné elektrické pole určovat jako součet příspěvků od jedné a druhé antény

$$E_{g} = E_{g_1} + E_{g_2} = j \cdot 60 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \left[I_1 \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + I_2 \frac{e^{-jkr_2}}{r_2}\right]$$
(14.1)

Je třeba poznamenat, že to platí jen přibližně, předpokládáme-li, že vlastnosti jednotlivých zářičů se neovlivní přítomností sousedních. Ve skutečnosti však vzájemným působením zářičů se ovlivní např. proudové rozložení, což se projeví jak na impedanci, tak i na směrové charakteristice jednotlivé antény. Vlivů vzájemných vazeb jsme si všimli již dříve. V této kapitole budeme vzájemných vazeb zanedbávat. Při výpočtu použijeme zjednodušení platná pro vzdálenou oblast

$$\dot{r_1} = r + \frac{d}{2}\sin\theta\sin\varphi; r_2 = r - \frac{d}{2}\sin\theta\sin\varphi$$

Potom

$$E_{\vartheta} = AF_1(\vartheta) \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r} \Big[ I_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k(d/2)\sin\vartheta\sin\varphi} + I_2 \mathrm{e}^{+\mathrm{j}k(d/2)\sin\vartheta\sin\varphi} \Big]$$
(14.2)

(14.3)

(14.4)

kde  $F_1(\mathcal{G})$  je směrová charakteristika jednoho zářiče. Výraz v hranaté závorce  $F_2$  vyjadřuje prostorové rozložení intenzity elektrického pole dvojice všesměrových zářičů, tj. takových pro něž  $F_1(\mathcal{G}) = 1$ . Je funkcí napájecích proudů (amplitud a fází) a vzdálenosti zářičů. Nazývá se charakteristická funkce dvojice nebo v případě více zářičů charakteristická funkce anténní řady (antenna array factor). Ukažme rozbor této funkce pro případ, že napájecí proudy jsou jen fázově posunuty; amplitudy jsou stejně velké

$$I_1 = I_0 e^{j\psi}; \quad I_2 = I_0 e^{-j\psi};$$

Pak

$$F_2 = 2I_0 \cos\left(\frac{kd}{2}\sin\theta\sin\varphi - \psi\right)$$

Polohy maxim a minim charakteristické funkce:

maxima:

$$\cos\left(\frac{kd}{2}\sin\vartheta_{\max}\sin\varphi_{\max} - \psi\right) = \pm 1$$
$$\sin\vartheta_{\max}\sin\varphi_{\max} = \frac{n\lambda}{L} + \frac{2\psi}{LL}$$

d

kd

minima:

$$\cos\left(\frac{kd}{2}\sin\vartheta_{\min}\sin\varphi_{\min}-\psi\right)=0$$

$$\sin \vartheta_{\min} \sin \varphi_{\min} = \frac{(2n+1)\lambda}{d} + \frac{2\psi}{kd}$$
(14.5)

Na obr. 14.2 jsou uvedeny charakteristické funkce dvojice zářičů v rovině procházející spojnicí zářičů. Parametry jsou rozteče zářičů a fázové posuvy napájecích proudů. Nejdůležitější jsou případy  $d = 0.5 \lambda$  a fázové posuvy proudů  $2\psi = 0^{\circ}$ ,  $180^{\circ}$ . V prvním případě dostaneme dvojici, která září kolmo na spojnici obou zářičů, v druhém případě dvojici zářící podélně. Další charakteristický případ nastane pro  $d = 0.25 \lambda$  a  $2\psi = \pm 90^{\circ}$ . Vznikne jednostranná směrová charakteristika (kardioida) se směrem vyzařování podél spojnice zářičů podle znaménka fáze. Této dvojici se říká aktivní (napájený) reflektor.

Tyto jednoduché případy vyzařování můžeme vysvětlit i jednoduchou názornou úvahou. Mějme např. aktivní reflektor ( $d = 0.25 \lambda$  a  $2\psi = \pm 90^{\circ}$ ) (obr. 14.3). V určitém okamžiku má proud v zářiči I. fázi rovnou 0°. Vytváří kolem sebe vlnění odpovídající fázovému posuvu 0°. To se šíří kolem zářiče a po proběhnutí vzdálenosti  $d = 0,25 \lambda$  dospěje k zářiči II. Potřebuje k tomu dobu rovnou čtvrtině periody. Za tu dobu se původní fáze proudu v druhém zářiči změnila o 90°, takže v okamžiku, kdy vlnění prvního zářiče dospělo k druhému zářiči, se fáze obou elektrických polí liší o 180°, odečítají se. Jsou-li stejné oba zářiče a stejné i oba proudy, vlnění se ve směru od prvního k druhému zářiči ruší a v tomto směru se objeví v charakteristické funkci nula. Podobně určíme vyzařování ve směru od druhého zářiče k prvnímu. V počátečním okamžiku prochází druhým zářičem proud s fází 90°. Tomu odpovídající vlnění dospěje do místa prvního zářiče za dobu, kdy se původní fáze vlnění vycházejícího z prvního zářiče změnila o 90°. Směrem od druhého zářiče přes první zářič postupují dvě vlnění, která jsou ve fázi a sčítají se. Výsledná intenzita elektrického pole je dvojnásobná. Stejně bychom mohli najít maxima a minima vyzařování i pro ostatní případy.



Obr. 14.2 Charakteristické funkce dvojice zářičů pro různé rozteče a fázové posuvy



Obr. 14.3 Vytvoření jednostranné charakteristické funkce dvěma zářiči

Na obr. 14.4 jsou charakteristické funkce při vzdálenosti  $2\lambda$  a  $10\lambda$  a fázovém posuvu 0° a  $180^\circ$ . Hlavní výsledek je, že charakteristická funkce se skládá z velkého množství smyček, které jsou stejně velké. Nejčastěji se to projeví, je-li horizontální anténa nad vodivým zemským povrchem. Směrová charakteristika je podobná jako v případě dvojice zářičů vzdálených od sebe na dvojnásobnou vzdálenost, než je výška antény nad zemí.



Obr. 14.4 Charakteristická funkce dvojice zářičů při velké rozteči



Obr. 14.5. Vytvoření směrové charakteristiky dvojice zářičů násobením směrové charakteristiky jednoho zářiče a charakteristické funkce dvojice

Dosud jsme se zabývali charakteristickou funkcí. Směrová charakteristika je však dána součinem charakteristické funkce a směrové charakteristiky osamoceného zářiče. Jestliže zářiče mají všesměrovou charakteristiku, pojmy charakteristická funkce a směrová charakteristika splývají.

Hlavním důsledkem násobení charakteristik je, že ve výsledné charakteristice se objeví minima jak směrové charakteristiky jednotlivých zářičů, tak i charakteristické funkce. V některých případech je výsledná charakteristika velmi odlišná od charakteristik dílčích (obr. 14.5). V jiném případě, např. u horizontální antény ve výšce *h* nad dokonale vodivou zemí ( $h \approx 10\lambda$ ), je původní směrová charakteristika antény charakteristickou funkcí dvojice zářičů (skutečného a zrcadlového) jakoby rozdělena do velkého počtu smyček, které mají jako obalovou křivku původní směrovou charakteristiku (obr. 14.6).



Obr. 14.6 "Rozsekání" směrové charakteristiky umístěním dipólu nad odraznou plochu

# 14.2 Obecná anténní řada

Podél osy x je uspořádána řada N všesměrových zářičů vzdálených od sebe d. Napájecí proudy jednotlivých zářičů se mohou lišit v amplitudách i fázích (obr. 14.7).



Obr. 14.7 Lineární anténní řada všesměrových zářičů

Výsledné pole anténní řady se bude v prostoru rovnat součtu příspěvků od jednotlivých zářičů

$$E = \sum_{m=0}^{N-1} A I_{\rm m} \frac{{\rm e}^{-jkr_{\rm m}}}{r_{\rm m}} = A \frac{{\rm e}^{-jkr_{\rm m}}}{r} \sum_{m=0}^{N-1} I_{\rm m} {\rm e}^{jkmd\sin\vartheta\cos\varphi}$$
(14.6)

Směrová charakteristika se rovná sumě ve výrazu (14.6). O tu se nyní budeme blíže zajímat. Použijeme k tomu symbolickou metodu, kterou zavedl A.S. Schelkunoff. Její podstata spočívá v náhradě směrové charakteristiky absolutní hodnotou polynomu v komplexní proměnné. Pak v rovině  $\vartheta = \pi/2$  bude

$$\left|F_{2}(\vartheta)\right| = \left|\sum_{m=0}^{N-1} I_{m} e^{jkmd\cos\varphi}\right| = \left|I_{0} + I_{1}z + I_{2}z^{2} + \dots + I_{N-1}z^{N-1}\right|$$
(14.7)

kde  $z = e^{jkd \cos \varphi}$ . Protože výraz  $kd \cos \varphi$  je vždy reálný, absolutní hodnota z se rovná 1 a z leží na obvodu jednotkové kružnice (obr. 14.8). Když  $\varphi$  vzrůstá od 0° do 180°, z se pohybuje po jednotkové kružnici ve směru hodinových ručiček a proběhne celkový úhel  $\alpha = 2kd$ .



Obr. 14.8 Geometrické místo komplexních čísel z

Jednu velmi důležitou skupinu anténních řad tvoří řady složené ze zářičů napájených proudy stejné amplitudy i fáze. Nazývají se uniformní řady. Jejich směrová charakteristika je

$$\left|F_{2}\right| = \left|1 + z + z^{2} + \dots + z^{N-1}\right|$$
(14.9)

Sečtením této geometrické řady dostaneme

$$\left|F_{2}\right| = \frac{\left|z^{N} - 1\right|}{\left|z - 1\right|} = \left|z^{\frac{N-1}{2}} \frac{z^{N/2} - z^{-N/2}}{z^{1/2} - z^{-1/2}}\right|$$

Zpětným dosazením definičního vztahu pro z a sečtením exponenciál dostaneme





(14.10)

Obr. 14.9 Nulové body charakteristické funkce

Z rovnice (14.10) vidíme, že nulovými body jsou kořeny *N*-té odmocniny z jednotky, kromě z = 1. Všechny kořeny leží na jednotkové kružnici a dělí ji na *N* stejných částí (obr. 14.9). Je-li 1/2 kd cos  $\varphi = 2n\pi$ , kde  $n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ , je výraz (14.10) neurčitý a limita se rovná jedné. Pro každou hodnotu  $\varphi$  vyhovující předcházející identitě má  $|F_2|$  maximum. V těchto směrech jsou totiž příspěvky od jednotlivých zářičů ve fázi, takže dávají největší výslednici. Ostatní maxima dostaneme pro ty směry, pro které se čitatel výrazu (14.10) rovná jedné. Předpokládejme, že jmenovatel je daleko méně proměnný v závislosti na  $\varphi$  než čitatel. Potom

$$\sin\left(\frac{N}{2}kd\cos\varphi_{\max}\right) = \pm 1 \quad \text{tedy} \quad \frac{N}{2}kd\cos\varphi_{\max} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$
$$\cos\varphi_{\max} = \frac{n\lambda}{Nd} + \frac{\lambda}{2Nd} \tag{14.11}$$





Na obr. 14.10 jsou průběhy směrových charakteristik uniformních anténních řad pro různá *N*. Pro poměrně velká *N* lze dokázat, že šířka svazku se přibližně dá určit ze vztahu

$$kd\cos\varphi_1 \doteq \frac{160^\circ}{N} \tag{14.12}$$

Zavedeme-li postupně narůstající fázi napájecích proudů ( $\psi_m = m\psi$ ), odchýlí se maximum směrové charakteristiky od kolmého směru. V takovém případě komplexní hodnota napájecího proudu bude  $I_m = e^{jm\psi}$ . Směrová charakteristika je pak vyjádřena vztahem

$$|F_2| = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd\cos\varphi - \psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd\cos\varphi - \psi)\right]}$$
(14.13)

Směr maximálního vyzařování dostaneme z podmínky, aby výraz byl maximální. To je opět pro argument čitatele rovný nule.

$$\frac{N}{2} (kd \cos\varphi_{\max} - \psi) = 0$$

$$\cos\varphi_{\max} = \frac{\psi\lambda}{2\pi d}$$
(14.14)

Pro

$$\psi = 0 \qquad \varphi_{\max} = \pm 90^{\circ} \tag{14.15}$$

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \qquad \varphi_{\text{max}} = 0^{\circ} \tag{14.16}$$

Při  $0 < \varphi < 2\pi d/\lambda$  je směr maximálního vyzařování mezi ± 90° a 0°. Podobně při fázovém posuvu napájecích proudů se záporným znaménkem by se maximum pohybovalo v úhlovém rozsahu ±90° až 270°. Přehledně je to vidět na jednotkové kružnici v rovině komplexní proměnné z. Na obr. 14.11 až 14.14 je případ osmi zářičů vzdálených navzájem  $\lambda/4$ . Obor proměnné z je souměrně rozložen kolem směru maximálního vyzařování. Zavedeme-li narůstající fázový posuv w, obor proměnné se posune o stejný úhel. Maximální vyzařování nebude pro  $\varphi = 90^{\circ}$ , ale pro úhel menší (v našem případě při  $\psi = 58^{\circ}$ ,  $\varphi_{max} = 50^{\circ}$ ). Lze to přečíst na stupnici proměnné (obr. 14.12). Kromě posuvu maxima dojde i k rozšíření svazku, protože stupnice oboru proměnné z je vzhledem k  $\varphi$  nelineární (fáze je úměrná cos  $\varphi$ ). Pro  $\psi =$  $\pi/2$  nastane maximální vyzařování při  $\varphi = 0^{\circ}$  (obr. 14.13), kdy je svazek nejširší. Kdybychom nyní dále zvětšovali fázový posuv  $\psi > \pi/2$ , byl by směr maximálního vyzařování mimo obor proměnné z (obr. 14.14). V oboru reálných úhlů bude jen část hlavního svazku. Zúží se tím šířka svazku. Dalším důsledkem však bude vzrůst úrovně postranních smyček, protože se změnilo vyzařování podél řady. Je tedy nutné volit kompromis mezi šířkou svazku a velikostí postranních smyček. Ten nastane při největší směrovosti řady. Z podmínky nulové derivace výrazu pro směrovost vzhledem k fázovému posuvu napájecích proudů dostaneme podmínku pro optimální fázový posuv. Je roven

$$\psi = kd + \frac{\pi}{N} \tag{14.17}$$



Obr. 14.11 Charakteristická funkce příčně zářící řady ( $\Psi = 0^{\circ}$ )



Obr. 14.12 Charakteristická funkce řady s fázovým posuvem  $\Psi = 58^{\circ}$ 



Obr. 14.13 Charakteristická funkce podélně zářící řady ( $\Psi = kd$ )



Obr. 14.14 Charakteristická funkce řady se zvětšenou směrovostí ( $\Psi = kd + \pi N$ )

Projeví se to skutečným zúžením šířky svazku, ale současným zvětšením úrovně postranních smyček (obr. 14.14).

Zvolíme-li fázový posuv nulový, podle (14.15) dostáváme maxima pro  $\varphi = \pm 90^{\circ}$ , tj. směrová charakteristika je obousměrná.

K dosažení jednostranné směrové charakteristiky i u příčně zářící řady je výhodné využít jednostrannost směrové charakteristiky podélně zářící dvojice a vytvořit dvě řady příčně zářící, které jsou ve vzdálenosti  $d = \lambda/4$  a jsou napájeny proudy fázově posunutými o 90°. Výslednou charakteristiku dostaneme násobením charakteristiky z obr. 14.11 a z obr. 14.3, podobně jako jsme to dělali při určování směrové charakteristiky řady zářičů vytvořených z jiných prvků než všesměrových.

Na obr. 14.15 je ukázka vzniklých směrových charakteristik. Pro srovnání jsou na stejném obrázku uvedeny charakteristiky původně příčně zářících řad pro několik případů.



Obr. 14.15 Směrové charakteristiky řady řad

# 14.3 Fázované anténní řady

V předcházející části jsme viděli, že napájením zářičů řady s postupně narůstajícím fázovým rozdílem lze vychylovat hlavní svazek směrové charakteristiky. V poslední době se zvětšuje zájem o takovéto nemechanické vychylování směrové charakteristiky. Souvisí to s požadavkem jednak zvyšovat vychylovací rychlost a jednak programovat úhly vychýlení. I výrobní technologie mikrovlnných dílů postoupila tak, že lze uvažovat i z finančního hlediska o realizaci velké řady složené z mnoha set elementů. Podívejme se blíže na problémy, které s tím souvisejí. Mějme plošnou anténní soustavu složenou z  $(2M + 1) \times (2N + 1)$  stejných zářičů rozložených v uzlech pravoúhlé sítě v rovině z = 0. Polohu každého zářiče můžeme vyjádřit polohovým vektorem (obr. 14.16)

$$r_{\rm mn} = md_x \mathbf{x}_0 + nd_y \mathbf{y}_0 \tag{14.18}$$



Obr. 14.16 Plošná anténní soustava  $(2M + 1) \times (2N + 1)$  zářičů

Charakteristická funkce takové plošné soustavy je podobně jako v rovnici (14.7)

$$F_{2} = \sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} I_{mn} e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{mn})} = \sum_{m} \sum_{n} I_{mn} e^{jk(md_{x}T_{x} + nd_{y}T_{y})}$$
(14.19)

kde  $T_x = \sin \theta \cos \varphi$  a  $T_y = \sin \theta \sin \varphi$  jsou směrové kosiny vektoru  $r_0$ .

Charakteristická funkce soustavy  $F_2$  je periodickou funkcí podle  $T_x$  a  $T_y$  s periodou  $\lambda/d_x$  a  $\lambda/d_y$ . Proto pro dostatečné charakterizování jejích vlastností stačí znát chování  $F_2$  v obdélníku

$$\left(-\lambda/2d_x \le T_x \le \lambda/2d_x, -\lambda/2d_y \le T_y \le \lambda/2d_y\right)$$
(14.20)

Obyčejně fázované soustavy se navrhují tak, že vyzařují jen do poloprostoru  $(0 \le \vartheta \le \pi/2, 0 \le \varphi \le 2\pi)$ . V rovině *T* to odpovídá podmínce  $T_x^2 + T_y^2 \le 1$ , tj. vnitřku jednotkového kruhu. Tato oblast se obvykle nazývá viditelná oblast, na rozdíl od tzv. neviditelné oblasti, které odpovídá podmínka  $T_x^2 + T_y^2 > 1$ . Rozhraní oblasti  $T_x^2 + T_y^2 = 1$  přísluší směrům podél roviny soustavy zářičů.



Obr. 14.17 Diagram difrakčních smyček fázované plošné soustavy

Napájecí proudy byly vybrány tak, aby soustava zářila příčně a šířka svazku a úroveň postranních smyček vyhovovaly zadání. Chceme-li charakteristickou funkci vychylovat od příčného směru, musí napájecí proudy splňovat podmínku

$$I'_{mn} = I_{mn} e^{j(m\psi_x + n\psi_y)}$$
(14.20)

kde  $\psi_x$  a  $\psi_y$  jsou fázové rozdíly mezi proudy ve směru x (resp. y). Pak charakteristická funkce bude

$$F_{2}' = \sum_{m} \sum_{n} I_{mn} \exp jk \left[ md_{x} \left( T_{x} + \frac{\psi_{x}}{kd_{x}} \right) + nd_{y} \left( T_{y} + \frac{\psi_{y}}{kd_{y}} \right) \right]$$
(14.21)

Je vidět, že funkce  $F_2'$  z (14.21) je funkcí  $F_2$  z (14.19), vychýlenou o úhly  $T_{x0}$  a  $T_{y0}$ , kde  $T_{x0} = -\psi_x/kd_x$  a  $T_{y0} = -\psi_y/kd_y$ . Změnou  $\psi_x$  a  $\psi_y$  můžeme vychylovat svazkem po celém poloprostoru. Protože charakteristická funkce soustavy je periodickou funkcí podle  $T_x$  a  $T_y$ , bude se její tvar po vzdálenostech  $\lambda/d_x$  (resp.  $\lambda/d_y$ ) opakovat. Ostatní smyčky, které jsou stejně velké jako hlavní, se nazývají difrakční smyčky. V rovině T tvoří pravidelnou síť s roztečemi  $\lambda/d_x$  a  $\lambda/d_y$  (obr. 14.17).

Malý kroužek kolem počátku označuje polohu svazku při příčném vyzařování, druhý kroužek označuje polohu vychýleného svazku a plné kroužky polohy difrakčních smyček. Jedna difrakční smyčka, která při příčném vyzařování byla v neviditelné oblasti, se dostala do viditelné oblasti a soustava bude vyzařovat dvěma směry. To je nežádoucí jev, kterému je třeba se vyhnout. Výskyt difrakčních smyček ve viditelné oblasti závisí jednak na velikosti vychýlení hlavní smyčky a jednak na rozteči zářičů soustavy. Čím jsou zářiče blíže, tím je větší rozestup difrakčních smyček a soustava může být vychylována ve větším úhlovém rozsahu, aniž se objeví difrakční smyčky. Mezi těmito parametry existuje jednoduchý vztah

$$\frac{d}{\lambda} \left\langle \frac{1}{1 + \left| \sin \theta_{\max} \right|} \right| \tag{14.22}$$

Dalším nepříznivým důsledkem vychylování je rozšiřování svazku. Při nestejné fázi zářičů dochází sice k posuvu charakteristické funkce, ale to se děje v rovině směrových kosinů  $T_x$  a  $T_y$ . Přejdeme-li však ke skutečným úhlům  $\mathcal{P}$  a  $\varphi$ , je třeba provést projekci charakteristické funkce na jednotkovou polokouli (obr. 14.18). Důsledkem této projekce je mimo jiné i to, že vychylováním se rozšiřuje hlavní smyčka a stává se také nesouměrnou. V okolí příčného vyzařování můžeme přibližně vyjádřit zvětšení šířky

$$=\frac{B_0}{\cos\theta_0} \tag{14.23}$$

kde  $B_0$  je šířka svazku při příčném vyzařování.

 $B_{q}$ 



Obr. 14.18 Rozšiřování vychylované smyčky fázované plošné soustavy

### 14.4 Vliv amplitudy napájecích proudů

V předcházejících odstavcích jsme se zabývali anténními soustavami, jejichž zářiče byly napájeny proudy stejné amplitudy. Nyní si všimneme toho, jak různé rozložení amplitud napájecích proudů ovlivní vyzařovací vlastnosti soustavy. Řekněme předem, že se nejvíce projeví na šířce svazku a velikosti postranních smyček.



Obr. 14.19 Nulové body charakteristické funkce uniformní trojic zářičů

Při konstantních amplitudách proudu je úroveň postranních smyček kolem 13 dB pod úrovní hlavní smyčky. Abychom zmenšili úroveň postranních smyček, je třeba nuly na jednotkové kružnici z obr. 14.19 posunout co nejdále od bodu z = 1. Extrémní případ nastane, dostanou-li se všechny nuly do bodu z = -1. Tomu odpovídá charakteristická funkce řady

$$|F| = |1+z|^{N-1} = \left|1 + (N-1)z + \frac{(N-1)(N-2)}{2!}z^2 + \dots\right|$$
(14.24)

Potom amplitudy budou stejné jako binomické koeficienty mnohočlenu. Pro

N=31, 2, 1N=41, 3, 3, 1N=51, 4, 6, 4, 1N=61, 5, 10, 10, 5, 1

Výsledkem je směrová charakteristika s nulovými postranními smyčkami. Zmenšení úrovně postranních smyček způsobuje i zvětšení šířky svazku.

Druhý extrém k binomickému rozložení je tzv. *krajové rozložení*, kdy jsou napájeny jen krajní zářiče, ostatní jsou buď vypuštěny, nebo nejsou napájeny. Takové rozložení má tu vlastnost, že všechny postranní smyčky jsou stejně velké a rovné hodnotě hlavní smyčky. Výhodou tohoto rozložení je nejmenší šířka svazku. Mezi těmito krajními případy - binomickým a krajovým rozložením - musí existovat takové rozložení, které je kompromisem mezi šířkou svazku a velikostí postranních smyček. Tomuto rozložení amplitud se říká optimální. Určení jeho amplitud je založeno na vlastnostech Čebyševových polynomů příslušného stupně. Ty mají ze všech polynomů stejného stupně nejrychlejší stoupání. V intervalu argumentu (-1, 1) oscilují mezi hodnotami + 1 až - 1, vně tohoto intervalu rychle narůstají. Přiřadíme-li charakteristickou funkci řady Čebyševovou polynomu odpovídajícího stupně, máme zaručeny optimální vlastnosti řady. Při zvolené úrovni postranních smyček, je šířka nejmenší.

I	Rozlo napáj	žení ecícł	ampl 1 prot	itud 1dů	Šířka svazku	Úroveň postranních smyček [dB]	Poznámka
1	4	6	4	1	31	-00	binomické rozložení nulová postranní maxima
1	1,6	1,9	1,6	1	27	-20	optimální rozložení
1	1	1	1	1	23	-13	uniformní rozložení největší směrovost
1	0	0	0	1	15	0	krajové rozložení nejužší svazek

Tab. 14.1 Parametry charakteristických funkcí pětice zářičů

Pro srovnání vlastností jednotlivých typů rozložení amplitud uvádíme v tabulce 14.1 parametry řady pěti zářičů vzdálených od sebe  $\lambda/2$ . Z tabulky je vidět, že zmenšováním amplitud proudů ke krajům řady roste šířka svazku, ale zmenšuje se úroveň postranních smyček. Naopak zvětšováním amplitud proudů ke krajům se zmenšuje šířka svazku, ale roste úroveň postranních smyček. Je to vidět i na směrových charakteristikách (obr. 14.20).



Obr. 14.20 Vliv amplitudy napájecích proudů na charakteristickou funkci pětice zářičů

## 15. Plošné antény

### 15.1 Metody řešení anténní úlohy v oblasti VKV

Hranice mezi jednotlivými vlnovými pásmy nejsou vedeny přesně a jednoznačně. Existují různá hlediska pro jejich dělení, např. způsob generování, vedení nebo vyzařování. Pásmo velmi krátkých vln mívá spodní hranici u vlnových délek okolo 1 dm a horní u 1 m. Antény a všechna zařízení tohoto pásma se vyznačují důležitou vlastností - jejich geometrické rozměry mohou být srovnatelné s vlnovou délkou nebo větší. Proto metody vedení a vyzařování, které se s úspěchem používaly na delších vlnách, jsou nepoužitelné. Naopak se objevují nové možnosti, které jsou typické pro akustiku (trychtýř) nebo optiku (čočky a zrcadla). Společným znakem antén pro velmi krátké vlny jsou relativně velké vodivé plochy, na nichž procházejí vysokofrekvenční proudy mající obecný směr, který se ještě bod od bodu mění. Jestliže základním znakem antén pro střední a dlouhé vlny byl lineární vodič, po kterém procházel proud ve směru jeho osy, je základním znakem antén pro velmi krátké vlny zářící plocha s plošným rozložením proudů a nábojů, popř. elektrického pole. Takové antény nazýváme plošné.

Každá anténa má dva úkoly. Má jednak přetvořit energii vysokofrekvenčních proudů procházejících po napáječi na energii elektromagnetického záření a jednak vytvořit určitý směrový diagram. Přeměna vedené energie na energii vyzářenou probíhá u antén pro velmi krátké vlny stejně jako u antén pro delší vlny. Rozdílný je způsob splnění druhého úkolu. U antén pro delší vlny se směrový diagram vytváří interferencí záření jednotlivých částí antén ve velké vzdálenosti. K získání směrového diagramu je třeba vhodně umístit zářiče a budit v nich proudy vhodné amplitudy a fáze (soufázové řady, Yagiho antény). Stejné prvky, které přeměňují přiváděnou energii na zářivou, splňují i úkol druhý - vytvářejí směrový diagram. U antén pro velmi krátké vlny jsou funkce rozděleny. Jedna část antény splňuje první úkol, druhá část druhý úkol. Klasickým příkladem *je parabolický reflektor*. Jeho primární zářič (trychtýř, dipól) přeměňuje přiváděnou energii na zářivou a reflektor soustřeďuje rozbíhavé paprsky primárního zářiče na rovnoběžné - vytváří směrový diagram.

# 15.2 Vnitřní a vnější úloha

Antény pro velmi krátké vlny mají své vlastní metody rozboru, které se velmi liší od metod používaných u lineárních antén. Ani pro ně nemůžeme použít přesné řešení Maxwellových rovnic s patřičnými hraničními podmínkami. I zde musí být používány přibližné metody.

Ukažme si řešení antén pro velmi krátké vlny na obdobném případu antén lineárních. Postup při jejich řešení je takový, že nejprve určíme rozložení proudu podél vodiče a pak na základě rozložení proudu určujeme elektrické pole ve vzdálené oblasti jako součet příspěvků elementárních proudových zdrojů. Nepřesnosti při řešení se dopouštíme tím, že průběh rozložení proudu neurčujeme při řešení úkolu vyzařování, ale stanovíme ho odděleně.

Podobné nepřesnosti se dopouštíme při řešení antén pro velmi krátké vlny. Tam je uspořádání trochu složitější a můžeme ho principiálně zachytit podle obr. 15.1. V neomezeném prostoru existuje otevřená plocha  $S_1$  s nekonečnou vodivostí. V poměrně malých vzdálenostech od  $S_1$  jsou rozloženy budící proudy  $I_b$ . Je třeba určit elektromagnetické pole E a H vyhovující

Maxwellovým rovnicím, hraničním podmínkám na  $S_1$  a podmínce záření v nekonečnu. Při přesné formulaci je tato úloha téměř vždy neřešitelná. Proto budeme používat velmi přibližné předpoklady: Neomezený prostor vhodně rozdělíme na dvě části. Anténa se svým nejbližším okolím tvoří jednu část (vnitřní) a ostatní prostor druhou část (vnější). Podle obr. 15.1 tvoří vnitřní část  $V_i$  objem uzavřený plochou  $S_1^i + S_2^i$  a vnější část tvoří objem  $V_e$ , spojený s  $V_i$ povrchem  $S_1^e + S_2^e$ . Celou úlohou rozumíme stanovení vnějšího elektromagnetického pole, tj. pole v objemu  $V_e$ . Obě pole jsou navzájem spojena plochou  $S_2^i \equiv S_2^e \equiv S_2$ .



Obr. 15.1 Vnitřní a vnější úloha plošných antén

Přibližnost řešení spočívá v tom, že se snažíme bez ohledu na vztah mezi polem v oblasti  $V_i$  a polem v oblasti  $V_i$  řešit vnitřní úlohu nezávisle na vnější a použít takto získaná pole na povrchu  $S_2$  k řešení vnější úlohy.

Vnitřní elektromagnetické pole je vytvořeno budicími proudy  $I_b$  a závisí na tvaru, rozměrech a rozložení vodičů, po nichž tyto proudy procházejí, a na tvaru, rozměrech a parametrech vnitřního prostředí.

Při přibližném řešení úlohy se podmínky obvykle idealizují. Např. hledáme-li vyzařování z otevřeného konce vlnovodu, stanovíme elektromagnetické pole v ústí vlnovodu za předpokladu, že vlnovod je nekonečně dlouhý. Řešení získané pro takto idealizované podmínky považujeme za přibližně správně i pro skutečné podmínky konečné délky vlnovodu. Tím, že idealizujeme podmínky vnitřní úlohy, měníme ji v samostatnou úlohu, nesouvisející s úlohou vnější.

Vzhledem k tomu, že v objemu  $V_e$  budicí proudy neexistují, je vnější elektromagnetické pole důsledkem elektromagnetických jevů v objemu  $V_i$ . Avšak pro stanovení elektromagnetického pole ve vnějším objemu  $V_e$  není nutná podrobná znalost pole uvnitř  $V_i$ . K tomu stačí jen znalost pole na povrchu S. Odtud plyne, že elektromagnetické pole na povrchu S zastupuje v jistém smyslu v objemu  $V_e$  úlohu zdrojů. Pak vnější úloha může být definována jako úloha stanovit vnější elektromagnetické pole z pole na povrchu S. Pro zjednodušení vnější úlohy předpokládáme, že na  $S_1^e$  je pole nulové, to znamená, že funkci ekvivalentních zdrojů zastupuje jen odkrytá část povrchu antény  $S_2$ . Ve skutečnosti však na vnějším vodivém povrchu  $S_1^e$ vznikají proudy, jež se také zúčastňují tvoření pole ve vnějším prostoru. U většiny antén pro velmi krátké vlny je vliv těchto proudů malý, a proto se při výpočtech zanedbává. V některých částech charakteristiky, např. pro zpětné vyzařování, může však být i vliv těchto proudů zásadní Vnější úlohu lze tedy definovat takto: Jsou dány hodnoty elektromagnetického pole na otevřené části antény. Hledáme pole v oblasti záření. Protože pole na otevřené části antény vzniká dopadem elektromagnetické vlny, je vnější úloha analogická průchodu vlnoplochy otvorem ve stínítku. Podle velikosti otvoru vzhledem k vlnové délce lze použít různé metody pro přibližné řešení. Je-li otvor velký, je výhodné použít metody geometrické optiky, je-li malý, musí být použity metody vlnové optiky. Dále si ukážeme, jaké jsou přesnější podmínky omezující použití geometrické optiky.



Obr. 15.2 Šíření vlnoplochy podle představ geometrické optiky

### 15.3 Geometrická a vlnová optika

V geometrické optice neexistují takové pojmy jako vlnová délka, vektorový charakter pole a polarizace, tj. pojmy, které naopak charakterizují vlnovou optiku. S tím souvisí i různý názor na mechanismus šíření čela vlny. Abychom si to zopakovali, sledujme pochody na obr. 15.2. V oblasti V jsou soustředěny zdroje pole. Předpokládejme, že plocha L<sub>1</sub> obklopující oblast V je vlnoplocha, tj. plocha, na níž složky elektromagnetického pole mají stejnou fázi. Najděme druhou vlnoplochu L<sub>2</sub>, vnější k vlnoploše L<sub>1</sub>. Podle geometrické optiky je intenzita pole v bodě M<sub>2</sub> závislá na hodnotě pole v místě M<sub>1</sub> na vlnoploše L<sub>1</sub>. Potom každý bod vlnoplochy při posuvu vytváří určitou trajektorii, určující vzájemnou polohu odpovídajících bodů jednotlivých vlnoploch. Tyto trajektorie se nazývají paprsky. Šíření vln můžeme uvažovat jako postupný přechod jedné vlnoplochy v druhou, uskutečňovaný paprsky. Paprsky jsou tedy čáry, podél kterých se šíří energie. Podle toho se redukují vztahy vyjadřující šíření vln na vztahy čistě geometrické.



Obr. 15.3 Rozptylování energie podél rozbíhavých paprsků

V souvislosti s geometrickou optikou jsou důležité dva zákony. Podle prvního se vlnění šíří tak, aby jeho optická dráha byla nejkratší (Fermatův princip), přičemž optická dráha paprsku z bodu M<sub>1</sub> do bodu M<sub>2</sub> se rovná

(15.1)

$$l(M_2) - l(M_1) = \int_{M_1}^{M_2} \frac{c}{v} ds = \int_{M_1}^{M_2} n ds$$

166

kde *n* je index lomu prostředí. Přímým důsledkem toho je skutečnost, že v homogenním prostředí jsou paprsky přímočaré. Druhý zákon souvisí s rozptylem energie rozbíhavými paprsky. Máme-li dvě vlnoplochy  $L_1$  a  $L_2$  a vytneme-li mezi nimi trubici ohraničenou paprsky (obr. 15.3) platí, že energie může z takto uzavřeného prostoru vystupovat nebo do něho vstupovat jen základnami. Výkon, který do jedné základny vstoupil, musí druhou základnou opět vystoupit. Hustota výkonu je tedy nepřímo úměrná velikosti vytnuté plošky na vlnoploše. Protože hustota výkonu je úměrná druhé mocnině místní intenzity elektrického pole, platí

$$\frac{|\mathbf{S}_2|}{|\mathbf{S}_1|} = \frac{|\mathbf{E}_2|^2}{|\mathbf{E}_1|^2} = \frac{\mathrm{d}S_1}{\mathrm{d}S_2}$$
(15.2)



Obr. 15.4 Rozptylování energie zakřivenými vlnoplochami

Sbíhavým paprskům odpovídá zvětšování velikosti intenzity pole a naopak. Je-li prostředí homogenní, může být tento zákon vyjádřen i pomocí hlavních křivostí vlnoplochy (obr. 15.4). Protože  $\overline{A_1B_1} = R_1 d\vartheta$  a  $\overline{B_1C_1} = R'_1 d\varphi$ , pak

$$dS_1 = \overline{A_1 B_1} \cdot \overline{B_1 C_1} = R_1 R_1' d \vartheta d \varphi \qquad dS_2 = \overline{A_2 B_2} \cdot \overline{B_2 C_2} = R_2 R_2' d \vartheta d \varphi$$

a z toho pak

$$\frac{\left|\mathbf{E}_{2}\right|^{2}}{\left|\mathbf{E}_{1}\right|^{2}} = \frac{R_{1}R_{1}'}{R_{2}R_{2}'}$$
(15.3)

Pro kulovou vlnoplochu je R = R' a potom  $|E_2| / |E_1| = R_1 / R_2$ . Intenzita elektrického pole se mění nepřímo úměrně se vzdáleností. Tuto vlastnost má i pole antény ve vzdálené oblasti.

Použití geometrické optiky je omezeno tím, že při konečných rozměrech překážek, na kterých dochází k odrazu vlnění, vznikají ostře ohraničené oblasti (oblasti stínu), ve kterých je v rozporu se skutečností intenzita elektrického pole nulová. Stejná situace nastane, když vlnění dopadá na otvor vyříznutý ve stínítku, což je zjednodušená problematika všech plošných antén. V takových případech je třeba použít zákony vlnové optiky, která umožňuje určit pole v prvním přiblížení i v oblasti stínu.

Vlnová optika má za základ Huygensův princip (r. 1690), podle kterého můžeme vysvětlit šíření vlnění tak, že každý bod vlnoplochy můžeme považovat za zdroj nového vlnění. Pole této vlnoplochy je výsledkem interference těchto dílčích vln. Je-li šířící se vlnoplocha nekonečně velká nebo uzavřená a nestojí-li v cestě žádné překážky, jsou výsledky získané geometrickou i vlnovou optikou stejné. Rozdíl vidíme např. při průchodu vlnění otvorem ve stínítku (obr. 15.5). V levé části vidíme řešení získané geometrickou optikou, kdežto v pravé části obrázku řešení získané vlnovou optikou. Vlnoplocha v oblasti stínu sleduje dílčí vlnoplochy vycházející od

krajů otvoru. Tím je změněn původní směr šířícího se vlnění. Tomuto jevu se říká ohyb (difrakce) vlnění na překážce.



Obr. 15.5 Průchod vlny otvorem ve stínítku podle: a) geometrické optiky, b) vlnové optiky

V blízkosti zářící plochy je pole téměř stejné jako na vlastní ploše a vlnění se šíří podle zákonů geometrické optiky, tj. podél paprsků. Vzdálíme-li se, začnou se uplatňovat fázové rozdíly vzniklé šířením podél různých drah a dojde k interferenci, která se projeví zvlněním rozložení elektrického pole. V ještě větší vzdálenosti nastanou difrakční jevy - šíření podél rovnoběžných paprsků se změní v šíření podél paprsků rozbíhavých. Předěl mezi těmito dvěma druhy šíření nastává ve vzdálenosti rovné přibližně  $0.5 d^2/\lambda$ , kde d je rozměr zářící plochy. Někdy se jí říká Rayleighova vzdálenost. Na obr. 15.6 je tento jev ilustrován na rozložení pole zářící kruhové plochy s rovnoměrným amplitudovým ozářením. Od vzdálenosti  $2d^2/\lambda$  se struktura pole již nemění a tato vzdálenost je hranicí vzdálené oblasti antény.



Obr. 15.6 Intenzita el. pole vyzařovaná rovnoměrně ozářenou plochou (d = 10  $\lambda$ ) v různých vzdálenostech: a) 0,001d<sup>2</sup>/ $\lambda$ , b) 0,01d<sup>2</sup>/ $\lambda$ , c) 0,1d<sup>2</sup>/ $\lambda$ , d) 0,125d<sup>2</sup>/ $\lambda$ , e) 0,25d<sup>2</sup>/ $\lambda$ , f) 0,5d<sup>2</sup>/ $\lambda$ , g) d<sup>2</sup>/ $\lambda$ , h) 2d<sup>2</sup>/ $\lambda$ 

Huygensův princip názorně vysvětluje ohyb vln, přesto se však výsledky liší od skutečnosti. Je to způsobeno především tím, že nejsou správně uvažovány amplitudové poměry na vlnoplochách. Huygensův princip zpřesnil Kirchhoff (r. 1882), když odvodil vztahy pro Huygensův princip z vlnové rovnice. Získal výraz pro pole ve tvaru integrálu po vlnoploše ze skalární zdrojové funkce. Tento výraz již uvažoval správně jak fázové, tak i amplitudové poměry. Většina elektromagnetických problémů však nevede na takovouto skalární úlohu, proto je třeba použít

vektorovou obdobu Kirchhoffova řešení. Nejjednodušší způsob jejího odvození využívá fiktivní elektrické a magnetické proudy, jež procházejí na ploše uzavírající skutečné zdroje pole.

Pro objasnění se vraťme k obr. 15.1. Je na něm schematicky znázorněna anténa pro velmi krátké vlny. Skutečným zdrojem pole je dipól umístěný před odraznou plochou. Dipól vytváří ve svém okolí pole, jehož struktura je poznamenána přítomností odrazné plochy. Přímý výpočet tohoto pole v libovolném bodě prostoru je obtížný. Proto si skutečné zdroje nahradíme fiktivními, rozloženými na ploše  $S^e$ . Aby řešení bylo správné, musí pole fiktivních zdrojů ve vnějším prostoru  $V_e$  být stejné jako pole skutečných zdrojů. Pro zjednodušení budeme předpokládat, že tečné složky E a H na ploše  $S_1^e$  jsou nulové, nenulové jsou na ploše  $S_2^e$ . Ve skutečnosti procházejí elektrické proudy i po ploše  $S_1^e$  a způsobují vznik nenulového pole v oblasti stínu, ale v prvním přiblížení tento příspěvek zanedbáme. Pole fiktivních zdrojů v prostoru  $V_i$  je nulové, proto i tečné složky na ploše  $S_2^i$  jsou nulové. Naproti tomu ve vnějším prostoru musí být obě pole totožná, tedy i tečné složky na ploše  $S_2^e$ .

$$E_t^s = E_t^f; \qquad H_t^s = H_t^f$$

Indexy s a f se vztahují ke složkám skutečných a fiktivních zdrojů.

Tečná složka H při přechodu z  $S_2^i$  na  $S_2^e$  se mění z nuly na  $H_t^f$ . Podle hraničních podmínek je to možné jen tehdy, prochází-li po ploše  $S_2$  elektrický povrchový proud

$$K_{\rm e} = H \times n \tag{15.4}$$

kde *n* je normála vnější k objemu  $V_e$ . Podobně nespojitost tečné složky elektrického pole na ploše  $S_2$  je možná jen tehdy, prochází-li po ploše povrchový magnetický proud

$$K_{\rm m} = n \times E \tag{15.5}$$

Vzájemná orientace vektorů je na obr. 15.7.



Obr. 15.7 Orientace vektorů elektromagnetického pole na ploše  $S_2$  a jejich náhradních plošných proudů  $K_e$  a  $K_m$ . Vektor magnetického pole směřuje dopředu.

Ve vnějším objemu  $V_e$  jsme nahradili pole skutečných zdrojů polem fiktivních povrchových proudů  $K_e$  a  $K_m$  procházejících po ploše  $S_2$ . Hledané pole určíme ze vztahů (11.96) a (11.97). Zářivé vektory N a L jsou sice vyjádřeny objemovými integrály vztahů (11.94) a (11.95), ale protože zdrojové proudy jsou jen plošné, objemové integrály přejdou na plošné po ploše  $S_2$ 

$$N = \int_{S_2} H \times n \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\rho\cos\alpha} \mathrm{d}S \tag{15.6}$$

$$L = \int_{S_2} n \times E e^{jkp\cos\alpha} dS$$

Tím jsme získali vztahy pro určení pole zářících ploch jako plošné integrály z elektromagnetického pole na této ploše. Nejčastěji se volí zářící plocha rovinná. Pak normála při integraci je konstantní a můžeme ji vyjmout z integrandu. Dalšího zjednodušení dosáhneme, nahradíme-li H na ploše  $S_2$  intenzitou E na základě vztahů

$$Z = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{1}{Y}$$

kde Z je vlnová impedance plochy  $S_2$ . Pro složky pole dostaneme na základě vztahů (11.96) a (11.97) tyto výrazy

$$E_{g} = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \left( 1 + \frac{Z_{0}}{Z} \cos\theta \right) \left( N_{x} \cos\varphi + N_{y} \sin\varphi \right)$$
(15.8)

$$E_{\varphi} = \frac{-j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \left( \frac{Z_0}{Z} + \cos\theta \right) \left( N_x \sin\varphi - N_y \cos\varphi \right)$$
(15.9)

kde

$$N_x = \int_{S_2} E_x \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\rho\cos\alpha} \mathrm{d}S \tag{15.10}$$

$$N_y = \int_{S_2} E_y \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\rho\cos\alpha} \mathrm{d}S \tag{15.11}$$

Proměnné části výrazů (15.8) až (15.11) jsou směrové charakteristiky plošné antény. Jsou-li rozměry plochy  $S_2$  podstatně větší než vlnová délka, Z se blíží  $Z_0$  a výrazy v prvních závorkách přejdou v (1 + cos $\vartheta$ ), což je v polárních souřadnicích rovnice kardioidy. Vyjadřuje směrovou charakteristiku elementární zářící plošky dS. Plošné integrály ve výrazech pro složky zářivého vektoru jsou charakteristické funkce plošné soustavy zářících elementárních plošek, takže dostáváme výslednou charakteristiku jako součin směrové charakteristiky jednoho zářiče elementární plošky a charakteristické funkce anténní soustavy (integrály (15.10) a (15.11)).



Obr. 15.8 Vyzařování z obdélníkové plochy

170

### 15.4 Směrové charakteristiky obdélníkové plochy

Určeme směrové charakteristiky pro jednoduchý případ obdélníkové zářící plochy s konstantní intenzitou elektrického pole (obr. 15.8). Navíc předpokládejme, že E má jen složku ve směru osy y. Pak  $N_x = 0$ . Směrovou charakteristiku určeme ve dvou hlavních rovinách. Směrové charakteristiky jednotlivých složek rozlišíme indexy.

Rovina  $\phi = 0$ 

 $F_{g} = 0$ 

$$F_{\varphi} = (1 + \cos\vartheta) \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} e^{jkxsin\vartheta} dx dy = (1 + \cos\vartheta) \frac{\sin\left(\frac{ka}{2}\sin\vartheta\right)}{\frac{ka}{2}\sin\vartheta}$$
(15.12)

Rovina  $\varphi = \pi/2$ 

$$F_{g} = \left(1 + \cos\vartheta\right) \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} e^{jkx\sin\vartheta} dx \, dy = \left(1 + \cos\vartheta\right) \frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\vartheta\right)}{\frac{kb}{2}\sin\vartheta}$$
(15.13)

$$F_{\omega} = 0$$

V okolí kolmého směru ( $\vartheta = 0$ ) je cos  $\vartheta = 1$  a směrová charakteristika celé zářicí plochy je převážně určena charakteristickou funkcí typu sin x/x, která má podstatně rychlejší změnu než kardioida. Je uvedena na obr. 15.9. Z diagramu můžeme určit šířku svazku jako úhlovou vzdálenost směrů, kde charakteristika klesá o 3 dB.



Obr. 15.9 Výkonová směrová charakteristika rovnoměrně ozářené obdélníkové plochy

Rovina  $\varphi = 0$ 

$$2\vartheta_{\rm s} = 2\arcsin\frac{1,39\lambda}{\pi a} = \frac{0,88\lambda}{a}$$

(15.14)

Rovina  $\varphi = \pi/2$ 

$$2\vartheta_s = 2\arcsin\frac{1,39\lambda}{\pi b} = \frac{0,88\lambda}{b}$$
(15.15)

Z toho můžeme učinit dva důležité závěry:

1. V rovině symetrie (např.  $\varphi = 0$ ;  $\varphi = \pi/2$ ) je šířka svazku závislá jen na rozměrech zářící plochy v této rovině, např. pro  $\varphi = 0$  je šířka svazku závislá na rozměru *a*, kdežto pro  $\varphi = \pi/2$  na *b*.

2. Šířka svazku je tím menší, čím je plocha větší.

Při obecné funkci rozložení pole na zářící ploše je E závislé na obou proměnných, ale můžeme ho rozdělit na dvě části, z nichž každá je funkcí jen jedné proměnné

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{y})$$

Podobným způsobem můžeme separovat i směrovou charakteristiku

$$F = \int_{-a/2}^{a/2} E_1(x) e^{jkx \sin \theta \cos \varphi} dx \int_{-b/2}^{b/2} E_2(y) e^{jky \sin \theta \sin \varphi} dy$$
(15.16)

pro  $\phi = 0$ 

$$F = \int_{-a/2}^{a/2} E_1(x) e^{jkx \sin \vartheta} dx$$
(15.17)

pro  $\phi = \pi/2$ 

$$F = \int_{-b/2}^{b/2} E_2(y) e^{jky\sin\vartheta} dy$$
(15.18)

Vidíme, že jejich tvar v jednotlivých rovinách závisí jen na průběhu pole na zářící ploše v patřičné proměnné.

# 16. Trychtýřové antény

V technice velmi krátkých vln se velmi často používají pro přenos energie vlnovody. Vlnovody můžeme použít nejen pro vedení, ale i pro vyzařování. Otevřený konec vlnovodu si můžeme představit jako plošku ozářenou elektromagnetických polem, což je naše plocha  $S_2$  z obecných úvah o vyzařování. Pro přibližné řešení se předpokládá, že pole na konci vlnovodu je tvořeno součtem dopadající a odražené vlny dominantního vidu. Vyšší typy vln, vznikající na konci vlnovodu, a proudy na vnější straně vlnovodu se obvykle neuvažují.

Řešením bychom zjistili, že otevřeným konec vlnovodu je jen málo směrová anténa. Pro standardní třícentimetrový vlnovod (a = 22,9 mm; b = 10,2 mm;  $\lambda = 32$  mm) vychází šířka, svazku v rovině H 80<sup>°</sup> a v rovině E 140<sup>°</sup>. Proto by otevřený konec vlnovodu mohl být použit jen jako ozařovací anténa k jiné směrové anténě. Ovšem i tady by vadil příliš velký koeficient odrazu ( $|\Gamma| = 0,28$ ). Proto se s ním jako s anténou setkáváme jen velmi zřídka.

Abychom dostali ostřejší směrovou charakteristiku, musíme zvětšit zářící plošku. Jeden ze způsobů je použití trychtýřového vlnovodu. V trychtýřovém vlnovodu se zachovává celkový charakter pole. Pozvolné zvětšování rozměrů vlnovodu zlepšuje také jeho přizpůsobení k vnějšímu prostoru. Modul koeficientu odrazu je přibližně dán vztahem

$$\left|\Gamma\right| = \frac{1 - \lambda / \lambda_g}{1 + \lambda / \lambda_g} \tag{16.1}$$

kde  $\lambda_g$  je vlnová délka ve vlnovodu. Zvětšováním rozměrů vlnovodu se  $\lambda_g$  blíží k  $\lambda$  a tím  $|\Gamma| \rightarrow 0$ . Můžeme říci, že trychtýřové antény mají nejen větší směrovost, ale i lepší přizpůsobení k vnějšímu prostředí.



Obr. 16.1 a) plochý trychtýř E, b) plochý trychtýř H, c) jehlanový trychtýř

Trychtýře můžeme dělit na ploché a jehlanové, podle toho, zvětšují-li se jejich rozměry jen v jedné nebo obou rovinách. Ploché trychtýře dělíme dále na trychtýře E a trychtýře H podle toho, zvětšují-li se rozměry v rovině E nebo v rovině H (obr. 16.1).

Vyšetřování trychtýřových antén se provádí opět přibližně. Nejprve se určí pole v ústí trychtýře tím, že se řeší Maxwellovy rovnice pro nekonečně dlouhý trychtýř a předpokládá se, že získané řešení platí i pro trychtýř konečné délky. Šíří-li se elektromagnetická vlna vlnovodem, je její vlnoplocha kolmá na osu vlnovodu, v ústí vlnovodu je tedy fáze konstantní. U trychtýře je tomu jinak. U plochého trychtýře je vlnoplocha válcová. Pole v ústí trychtýře nemá proto konstantní

fázi, nýbrž je funkcí polohy v ústí. V obecném bodě daném souřadnicí x (obr. 16.2) se fáze elektromagnetického pole liší od fáze místa daného průvodičem  $r_0$  o hodnotu  $k(r - r_0)$ . Vzdálenost  $r - r_0$  je

$$r - r_0 = \sqrt{\left(r_0^2 + x^2\right)} - r_0 = r_0 \left\{ \sqrt{\left[1 + \left(\frac{x}{r_0}\right)^2\right] - 1} \right\}$$

Pro  $x/r_0 \ll 1$  dostaneme rozložením výrazu  $\sqrt{1 + (x/r_0)^2}$  v Taylorovu řadu a zanedbáním malých členů vyšších řádů

$$r - r_0 = \frac{x^2}{2r_0}$$

Tento rozdíl bude největší na krajích. Tam platí

$$r - r_0 \stackrel{\cdot}{=} \frac{A^2}{8r_0}$$

a fázová chyba bude

$$\Delta \psi = k \left( r - r_0 \right) = \frac{\pi A^2}{4\lambda r_0} \tag{16.2}$$

Někdy je výhodnější vyjádřit tuto chybu vrcholovým úhlem trychtýře  $\Phi$ 

$$\Delta \psi = \frac{2\pi r_0 (1 - \cos \Phi)}{\lambda \cos \Phi} \tag{16.3}$$



Obr. 16.2 K odvození fázové chyby v ústí plochého trychtýře

Z toho vidíme, že při konstantním vrcholovém úhlu trychtýře roste fázová chyba lineárně s jeho délkou. Naopak z (16.2) vidíme, že při zadaném rozměru ústí trychtýře A je fázová chyba nepřímo úměrná jeho délce. Ovšem trychtýře s velkou délkou jsou konstrukčně nepohodlné. Proto je třeba najít kompromisní řešení, při kterém délka trychtýře není příliš velká a fázová chyba rozložení pole v ústí ještě příliš nezhoršuje výkonový zisk. Jak ukážeme později, maximální dovolená fázová chyba je  $3\pi/4$ . Tomu odpovídá délka trychtýře

$$r_{0 opt} = \frac{A^2}{3\lambda} \tag{16.4}$$

Při těchto velikostech  $r_0$  a A můžeme předpokládat, že amplituda pole na válcové ploše a v rovinném ústí trychtýře jsou přibližně stejné. Dále, že

$$\frac{\varphi}{2\Phi} = \frac{x}{A}; H_{\varphi} = -H_x$$

Pak elektrické pole v ústí trychtýře je dáno vztahem

$$E_{y} = Ck^{2} e^{-j\frac{\pi x^{2}}{\lambda r_{0}}} \cos\frac{\pi x}{A}$$
(16.5)

Vyzářené vlnění z trychtýře je pak

Rovina  $H(\phi = 0)$ 

$$E_g = 0$$

$$E_{g} = -\frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} \left(\cos\vartheta + Y\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\right)_{-A/2}^{A/2} \int_{-B/2}^{B/2} Ck^{2} e^{-j\frac{\pi}{\lambda r_{0}}} \cos\frac{\pi x}{A} e^{jkx\sin\vartheta} dy dx$$
(16.6)  
rovina  $E\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$   
 $E_{\varphi} = 0$ 

$$E_{g} = \frac{jk e^{-jkr}}{4\pi r} \left[ 1 + Y \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cos \theta \right]_{-A/2}^{A/2} \int_{-B/2}^{B/2} Ck^{2} e^{-j\frac{\pi X^{2}}{\lambda r_{0}}} \cos \frac{\pi x}{A} e^{jky\sin\theta} dy dx$$
(16.7)

Integrály ve výrazech pro složky pole vedou na integrály Fresnelovy

$$\int_{0}^{u} e^{j\frac{\pi t^{2}}{2}} dt = Ci(u) + jSi(u)$$

které jsou tabelovány [16.1].

Směrovost trychtýře bychom určili ze vztahu

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \int E_y \, \mathrm{d}S \right|^2}{\int \left| E_y \right|^2 \, \mathrm{d}S} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \int_{A/2}^{A/2} E_0 \cos \frac{\pi x}{A} e^{-j\frac{\pi x^2}{\lambda r_0}} \, \mathrm{d}x \int_{-B/2}^{B/2} \mathrm{d}y \right|^2}{\int_{-A/2}^{A/2} E_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi x}{A}\right) \, \mathrm{d}x \int_{-B/2}^{B/2} \, \mathrm{d}y}$$
(16.8)



Obr. 16.3 Křivky směrovosti plochého trychtýře H

Na obr. 16.3 jsou vyneseny závislosti směrovosti na rozměrech trychtýře. Vidíme, že pro každou délku trychtýře existuje určitý rozměr ústí  $A/\lambda$ , při které je směrovost největší. Zmenšování směrovosti se zvětšením  $A/\lambda$  se vysvětluje rychlým narůstáním fázové chyby pole v ústí trychtýře. Trychtýře, jejichž rozměry odpovídají maximům křivek na obr. 16.3, se nazývají optimální. Z obrázku můžeme vidět, že maxima křivek nastávají při

$$\frac{r_0}{\lambda} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \quad \rightarrow \quad r_{0 \ opt} = \frac{A^2}{3\lambda} \tag{16.9}$$

Vezmeme-li délku trychtýře větší, vzroste při stejné ploše ústí směrovost, ale tento vzrůst je nepatrný a neodpovídá vzrůstu rozměrů. Je to vidět z efektivního využití plochy ústí. Lze ukázat, že bodům v maximu křivek odpovídá směrovost

$$D = 0,64 \frac{4\pi S}{\lambda^2} \tag{16.10}$$

Bude-li se délka trychtýře zvětšovat až na  $r_0 \rightarrow \infty$ , bude v ústí pole soufázové. Z tabulky bychom přečetli, že tento poměr pro soufázové pole s kosinovým rozložením amplitudy se rovná 0,81. Z toho zvětšením délky trychtýře z optimální na nekonečně velkou se zvětší směrovost jen o 20%. Z obrázku 16.3 dále vidíme, že pro daný poměr  $A/\lambda$  existuje taková délka trychtýře, od níž se dalším prodlužováním trychtýře nezvětšuje směrovost a všechny křivky se sbližují. Tuto délku trychtýře označujeme  $r_{0 \text{ max}}$  a přibližně je

$$r_{0\max} \approx 0.8 \frac{A^2}{\lambda} \tag{16.11}$$

Potom můžeme říci, že délka trychtýře z hlediska maximální směrovosti leží v mezích

$$\frac{A^2}{3\lambda} \le r_0 \le 0.8 \frac{A^2}{\lambda} \tag{16.12}$$

Podobné výrazy bychom dostali i pro trychtýře E. Nebudeme uvádět celou analýzu, jen její závěry ve tvaru křivek závislosti D na rozměrech (obr. 16.4). Maxima křivek odpovídají rozměrům

$$r_{0 opt} = \frac{B^2}{2\lambda} \tag{16.13}$$

Ostatní úvahy o volbě rozměru jsou obdobné jako pro trychtýře H.



Obr. 16.4 Křivky směrovosti plochého trychtýře E

Z vlastnosti trychtýřů E a H lze odvodit vlastnosti jehlanového trychtýře. Používáme k tomu křivky na obr. 16.3 a 16.4. Celková směrovost jehlanového trychtýře potom je

$$D_{jeh} = \frac{\pi^2}{32} \left(\frac{\lambda}{A} D_E\right) \left(\frac{\lambda}{B} D_H\right)$$
(16.14)

kde  $D_E$  a  $D_H$  jsou směrovosti plochých trychtýřů odpovídajících rozměrů.

Při návrhu trychtýřových antén je hlavním úkolem určení rozměrů: velikosti ústí A, B, délka trychtýře  $r_0$ . Výchozími veličinami jsou obvykle vlnová délka a šířka svazku v oboru rovinách E a H. Tyto veličiny nejsou k jednoznačnému určení rozměrů antén dostačující. Stejné vlastnosti totiž bude mít celá řada trychtýřů, jejichž ostatní parametry se budou mezi sebou lišit (v tvaru směrové charakteristiky a tím i v zisku, v koeficientu odrazu  $\Gamma$ ). Dříve uvedená přibližná metoda analýzy ukazuje cestu k navržení optimálních trychtýřů, jejichž rozměry se určí podle vztahů (16.11) a (16.13).

#### Literatura ke kapitole 16.

[16.1] Jahnke, J., Emde, F.: Tafeln Höherer Funktionen, Teubner Verlagogesellschaft, Leipzig, 1952

# 17. Štěrbinové antény

Štěrbinové antény patří také mezi antény vyzařující z ozářené plochy, ale vzhledem k jejich zvláštním tvarům (úzké dlouhé štěrbiny) je jejich analýza trochu odlišná od analýzy jiných plošných antén. Pokud rozměry zářící plochy byly velké ve srovnání s vlnovou délkou, zanedbali jsme v prvním přiblížení vliv proudů procházejících po obvodu plochy. U štěrbinových antén je naopak tento příspěvek obvodového proudu rozhodující.



Obr. 17.1 Štěrbinová anténa v nekonečném stínítku a siločáru el. a mag. pole

Mějme úzkou štěrbinu vyříznutou v tenkém nekonečně velkém vodivém stínítku. Štěrbinu napájejme např. koaxiálním kabelem podle obr. 17.1. Ve štěrbině se vybudí elektrické pole podobné dominantnímu vidu v obdélníkovém vlnovodu, je kolmé ke štěrbině a podél ní se jeho velikost mění podle sinusovky. V okolním prostoru má elektrické pole půlkruhový charakter. Magnetické pole ve štěrbině má jen kolmou složku a svým charakterem připomíná elektrické pole dipólu. V této analogii bychom mohli jít dále a zjistili bychom, že oba útvary - štěrbina a dipól - jsou navzájem duální. Dualita spočívá v tom, že řešení jednoho problému lze přenést na řešení duálního problému tak, že nahradíme elektrické pole magnetickým a magnetické pole záporným polem elektrickým.

Přesto však je analogie omezená, protože oba útvary mají různé hraniční podmínky pro elektrické a magnetické pole. U páskového dipólu (obr. 17.2) je okolní prostor spojitý, kdežto u štěrbiny jsou oba poloprostory od sebe odděleny vodivou deskou. Proto i když tvar siločar je u obou útvarů stejný, je jejich smysl na opačných stranách stínítka protichůdný (srovnej H na obr. 17.1b s E na obr. 17.2b, podobně E na obr. 17.1c s H na 17.2c). Jde o složitější dualitu, než jakou jsme poznali u elementárního dipólu a smyčky, které byly umístěny ve volném prostoru. Přesnou dualitu bychom dostali mezi páskem, po němž prochází elektrický nebo magnetický proud, jak je to uvedeno na obr. 17.3.

Rozbor magnetického dipólu provedeme duálně k elektrickému. Je-li šířka pásku malá (*ka* << 1), prochází magnetický proud podél štěrbiny a jeho velikost je rozložena podle sinusovky

$$I_m = I_{m0} \frac{\sin k \left( l - |z| \right)}{\sin k l}$$



Obr. 17.2 Půlvlnný páskový dipól a siločáry jeho pole



Obr. 17.3 Půlvlnný magnetický dipól

Pro složky pole dostaneme

$$E_{\varphi} = -\frac{j I_{m0}}{2\pi \sin kl} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos(kl\cos\vartheta) - \cos kl}{\sin\vartheta}$$
$$H_{\vartheta} = -\frac{E_{\varphi}}{Z_0}$$

Pro štěrbinu délky  $2l = \lambda/2$  dostáváme

$$E_{\varphi} = -j \frac{I_{m0}}{2\pi} \frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r} \frac{\cos(\pi/2\cos\vartheta)}{\sin\vartheta}$$
(17.1)

Vyzářený výkon štěrbinou budeme počítat analogicky jako u elektrického dipólu

$$P = \frac{1}{2} \int_{S} \frac{\left|E_{\varphi}\right|^{2}}{Z_{0}} dS = \frac{1}{2Z_{0}} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{\left|I_{m0}\right|^{2}}{4\pi^{2}} \frac{\cos^{2}(\pi/2\cos\vartheta)}{\sin\vartheta} d\vartheta d\varphi = \frac{1}{2} \frac{0,194}{Z_{0}} \left|I_{m0}\right|^{2}$$
(17.2)

Z vypočítaného výkonu je vidět, že  $I_m$  má rozměr napětí. Proto bude výhodné zavádět nikoliv vyzařovací odpor, ale vyzařovací vodivost. Z výrazů pro vyzářený výkon *P* dostaneme vztah pro vyzařovací vodivost  $G_{vvz}^m$  magnetického půlvlnného dipólu

$$P = \frac{1}{2} \left| I_{m0} \right|^2 G_{vyz}^m = \frac{1}{2} \frac{0.194}{Z_0} \left| I_{m0} \right|^2 \implies G_{vyz}^m = \frac{0.194}{Z_0}$$
(17.3)

Srovnáním výrazů pro vyzařovací vodivost magnetického dipólu a vyzařovací odpor elektrického dipólu dostaneme důležitý vztah

$$\frac{R_{vyz}^e}{G_{vyz}^m} = Z_0^2 \tag{17.4}$$

Platí nejen pro půlvlnné útvary, ale i pro útvary libovolné délky a dokonce i pro impedance a admitance.

Již jsme připomněli, že  $I_m$  má charakter napětí. Při malé šířce pásku bude napříč pásku konstantní a bude

$$I_m = 2aE \tag{17.5}$$

Při určování magnetického proudu totiž musíme vzít šířku pásku dvakrát, protože proud prochází po obou stranách. Tomu také odpovídá opačný směr E na opačných stranách pásku.

U štěrbiny vyříznuté ve stínítku je rozložení E podél štěrbiny shodné, pouze s tím rozdílem, že pro obě strany má stejný směr. Pro stejnou hodnotu E jako u magnetického dipólu bude  $I_m$  poloviční, výkon tedy bude čtvrtinový a vztah (17.4) se změní na

$$\frac{R_{vyz}^{e}}{G_{vyz}^{s}} = \frac{Z_{0}^{2}}{4}$$
(17.6)

Pomocí tohoto vztahu bychom určili vyzařovací vodivost půlvlnné štěrbiny v tenkém nekonečném stínítku. V tomto případě štěrbina vyzařuje na obě strany.



Obr. 17.4 Jednostranně zářící štěrbina napájená vlnovodem

Velmi často štěrbina vyzařuje jen na jednu stranu, např. je-li napájena z druhé strany vlnovodem (obr. 17.4). Pro vyzařovací vodivost potom platí vztah (17.7)

$$\frac{R_{\text{vyz}}^e}{G_{\text{vyz}}^{s1}} = \frac{Z_0^z}{4} \tag{17.7}$$

Dospěli jsme k němu z předpokladu, že celý výkon se vyzařuje jen na jednu stranu, kde je tedy dvojnásobný ve srovnání s oboustranně zářící štěrbinou.

Při praktických aplikacích má stínítko jen konečné rozměry. Např. štěrbina je vyříznuta ve stěně obdélníkového vlnovodu. Obvodové proudy, které procházejí po hraně vlnovodu, vytvářejí vlastní pole, které interferuje s polem štěrbiny. Výsledkem je, že původně všesměrová charakteristika (půlkružnice) bude vykazovat superponované zvlnění (obr. 17.5).



Obr. 17.5 Vliv konečných rozměrů stínítka na směrovou charakteristiku štěrbiny

Aby štěrbina vyříznutá ve stěně obdélníkového vlnovodu vyřazovala, musí porušit původní rozložení proudové hustoty procházející po vnitřní stěně vlnovodu. Na obr. 17.6 je znázorněno rozložení proudové hustoty při vidu  $TE_{10}$ . Ta je odvozena z hraniční podmínky pro magnetické pole u stěny vlnovodu, k němuž je vždy kolmá

 $K_{\rm e} = n \times H$ 



Obr. 17.6 Rozložení proudu na povrchu vlnovodu s dominantním videm

Z rozložení proudové hustoty je vidět, že např. štěrbina vyříznutá rovnoběžně s osou vlnovodu ve středu stěny nebude vyzařovat, protože původní proudové čáry budou porušeny jen její užší stranou. Podobně nebude vyzařovat ani štěrbina vyříznutá v užší stěně vlnovodu kolmo na jeho osu (obr. 17.7a). Naopak štěrbiny vyříznuté podle obr. 17.7b budou vyzařovat. Velikost vazby a tím i vyzářeného výkonu bude záviset na vzdálenosti od osy vlnovodu a na úhlu sklonu štěrbiny.


Obr. 17.7 Půlvlnné štěrbiny vyříznuté ve stěně vlnovodu: a) nevyzařující, b) vyzařující štěrbiny

Náhradní schéma štěrbiny závisí na tom, zda štěrbina porušuje příčnou nebo podélnou složku proudové hustoty. Např. štěrbiny 2, 6, 7 a 8 porušují jen příčnou složku a mohou být znázorněny jednoduchou příčnou admitancí, štěrbiny 4 a 5 porušují zase jen podélné složky, takže náhradní schéma bude podélná impedance. Štěrbina 1 je vázána na obě složky současně a její náhradní schéma je složitější.

V následujícím výkladu jsou uvedeny výsledky teoretického rozboru čtyř základních typů štěrbin ve vlnovodu (obr. 17.8).



Obr. 17.8 Náhradní schéma jednotlivých typů štěrbin ve stěně obdélníkového vlnovodu

a) podélná štěrbina v širší stěně vlnovodu

$$\frac{G}{G_{v}} = 2,09 \frac{\lambda_{g}a}{\lambda b} \cos^{2} \frac{\pi \lambda}{2\lambda_{g}} \sin^{2} \frac{\pi x}{a}$$

(17.8)

(17.9)

b) příčná štěrbina v širší stěně vlnovodu

$$\frac{R}{R_{\nu}} = 0.523 \left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^3 \frac{\lambda^2}{ab} \cos^2 \frac{\pi \lambda}{4a} \cos^2 \frac{\pi x}{a}$$

182

c) skloněná štěrbina v širší stěně vlnovodu

$$\frac{R}{R_{\nu}} = 0.131 \frac{\lambda}{\lambda_{g}} \frac{\lambda^{2}}{ab} \left[ I(\vartheta) \sin \vartheta + \frac{\lambda_{g}}{2a} J(\vartheta) \cos \vartheta \right]^{2}$$
(17.10)  
$$\frac{I(\vartheta)}{J(\vartheta)} = \frac{\cos \frac{\pi\xi}{2}}{1 - \xi^{2}} \pm \frac{\cos \frac{\pi\eta}{2}}{1 - \eta^{2}}$$
  
$$\frac{\xi}{\eta} = \frac{\lambda}{\lambda_{g}} \cos \vartheta \, \mathrm{m} \frac{\lambda}{2a} \sin \vartheta$$

d) skloněná štěrbina v užší stěně vlnovodu

$$\frac{G}{G_{\nu}} = \frac{30}{73\pi} \frac{\lambda_g}{\lambda} \frac{\lambda^4}{a^3 b} \left[ -\frac{\sin \vartheta \cos \left(\frac{\pi \lambda}{2\lambda_g} \sin \vartheta\right)}{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 \sin^2 \vartheta} \right]^2$$
(17.11)

Tyto výsledky byly odvozeny za zjednodušujících předpokladů, že stěny vlnovodu jsou nekonečně tenké a dokonale vodivé a že vlnovod nevyzařuje za stěnu obsahující štěrbinu. Tyto předpoklady nejsou ve skutečnosti splněny, takže skutečné hodnoty náhradních odporů a vodivostí se budou od těchto teoreticky vypočítaných lišit. Při praktickém návrhu se postupuje tak, že se proměří štěrbina vyříznutá ve vypočítaném místě vlnovodu a výrazy (17.8) až (17.11) se použijí k opravě původně vypočítané polohy štěrbiny pro jiný kmitočet nebo jiné rozměry.

Nejčastěji se používají podélné štěrbiny v širší stěně vlnovodu nebo skloněné štěrbiny v užší stěně. Volba záleží na požadované polarizaci vyzařovaného vlnění. Vektor E je vždy kolmý na delší rozměr štěrbiny. Skloněné štěrbiny v užší stěně vlnovodu jsou výrobně jednodušší, protože jejich rezonanční délka je větší, než bývá rozměr užší stěny vlnovodu, takže štěrbina musí být jakoby zahnutá na sousední širší stěnu (štěrbina 6 na obr. 17.7b). Tím je umožněno prořezávat štěrbinu frézou po celé její délce.

### 18. Reflektorové antény

Reflektorové antény jsou takové antény, u kterých elektromagnetické pole v ústí vznikne odrazem primárního vlnění od reflektoru speciálního tvaru. Za zdroj záření slouží nevelká anténa nazývaná primární zářič. Elektromagnetická vlna vyzařovaná primárním zářičem, dopadá na povrch reflektoru a indukuje v něm proudy, které vytvářejí odražené elektromagnetické pole. Čelo odražené vlny v ústí reflektoru je buď rovinné, nebo má speciální tvar takový, aby se vytvořila požadovaná směrová charakteristika (např. cosec<sup>2</sup>  $\vartheta$ ).

Elektromagnetické pole vyzářené reflektorovou anténou můžeme najít dvěma způsoby. První způsob spočívá v tom, že z dopadajícího pole primárního zářiče nejprve určíme proudy na povrchu reflektoru podle vztahu

$$K_{\rm e} = 2n \times H \tag{18.1}$$

kde K<sub>e</sub> je lineární hustota povrchového proudu,

*H* je vektor intenzity magnetického pole dopadající vlny na povrchu reflektoru.

Tento vztah platí jen při dopadu vlny na nekonečnou vodivou rovinu. Reflektor je však křivá konečná plocha. Jsou-li však poloměry křivosti reflektorové plochy a její velikost mnohem větší než vlnová délka, jsou vzniklé chyby zanedbatelné. Ze známého rozložení proudů najdeme vektor N a pak i složky vyzařovaného pole.

Druhý způsob spočívá v tom, že nejprve najdeme rozložení pole v ústí reflektoru a pak na základě vyzařovacích vlastností ozářené plochy určíme vyzařované pole. Pole v ústí reflektoru se obvykle zjišťuje pomocí zákonů geometrické optiky, tj. na základě představ o dopadu a odrazu paprsků. V souhlase s těmito zákony se předpokládá, že vlna odrážející se od křivé plochy se od ní odráží stejně jako od roviny tečné ke křivé ploše v místě dopadu.

Jak jsme již dříve uvedli, platí zákony geometrické optiky jen v případě, že  $\lambda \rightarrow 0$ . V anténní technice se tato podmínka převádí na podmínku vlnové délky zanedbatelně malé vzhledem k rozměrům reflektoru a v našem případě ještě vzhledem k poloměru křivosti reflektorové plochy. Potom řád chyby vzniklé touto nepřesností je stejný jako v prvním způsobu.

#### Rotační paraboloid

Podívejme se, jaký tvar musí mít reflektor, aby přeměnil kulovou vlnoplochu primárního zářiče na vlnoplochu rovinnou. Řešení tohoto úkolu provedeme pomocí geometrické optiky (obr. 18.1). Nechť je bodový zdroj kulové vlny označen F, S je odrazná plocha,  $L_0$  rovinná vlna vzniklá odrazem kulové vlny od reflektoru. Tato vlna bude rovinná, bude-li délka optické dráhy všech paprsků jdoucích z bodu F k reflektoru a po odrazu k ploše  $L_0$  stejná. Abychom našli profil reflektoru, srovnáme délku optické dráhy z F do  $L_0$  prvního paprsku, jdoucího podél osy z, a druhého paprsku, jdoucího pod úhlem  $\psi$ . Nakonec dostaneme

$$f + l = \rho + r \tag{18.2}$$

Podle obr. 18.1 platí

$$r = \rho \cos \psi - f + l$$

(18.3)

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos\psi} = \frac{f}{\cos^2\frac{\psi}{2}}$$



Obr. 18.1 Geometrie parabolického reflektoru

Je to rovnice paraboly v polárních souřadnicích. Plocha reflektoru musí být tedy rotační paraboloid, vzniklý rotací paraboly kolem osy *z*. Bodový zdroj kulové vlny musí být v ohnisku paraboly. Podobně profil reflektoru proměňujícího dopadem válcovou vlnu na rovinnou je parabolický válec a přímkový primární zářič leží v ohniskové přímce parabolického válce.



Obr. 18.2 Souřadné soustavy pro teoretický rozbor parabolického reflektoru

Zopakujme některé geometrické vlastnosti paraboloidu:

1. Kolmice v bodě M k povrchu paraboloidu leží v rovině procházející osou z a bodem M a svírá s průvodičem  $\rho$  úhel  $\psi$  (obr. 18.2).

2. Libovolný řez rotačním paraboloidem rovinou procházející osou z je parabola s ohniskem v bodě F. Křivka vzniklá řezem paraboloidu rovinou rovnoběžnou s osou z je opět parabola se stejnou ohniskovou vzdáleností. Z první vlastnosti vyplývá, že umístíme-li bodový zdroj do ohniska, všechny odražené paprsky budou rovnoběžné. Z druhé vlastnosti plyne, že pro analýzu odrazu vln od povrchu reflektoru a vybuzených proudů stačí zajímat se o libovolný řez reflektoru

rovinou jedoucí osou *z* nebo rovinou rovnoběžnou s osou *z*. Tato druhá vlastnost je důležitá i při kontrole přesnosti a výrobě reflektoru, protože stačí jediná šablona.

Při rozboru parabolických reflektorů je výhodné použít různé souřadné soustavy.

Kartézská soustava (x, y, z). Rovnice rotačního paraboloidu v této soustavě je

$$x^2 + y^2 = 4fz (18.5)$$

Válcová soustava ( $r, \phi, z$ ). R a  $\phi$  jsou polární souřadnice v rovině ústí. Rovnice paraboly je

$$r^2 = 4fz \tag{18.6}$$

Kulová soustava ( $\rho, \psi, \Phi$ ). Počátek má v bodě F. Rovnice paraboly je

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos\psi} = f \sec^2 \frac{\psi}{2} \tag{18.7}$$

Reflektor je oříznut rovinou ústí A ve vzdálenosti  $z = z_0$ . Průměr ústí označíme d. Tvar reflektoru je určen poměrem ohniskové vzdálenosti a průměru nebo úhlem ústí  $\Psi$ , tj. úhlem, ve kterém vidíme ústí z místa ohniska. Vztah mezi těmito veličinami je

$$\sin \Psi = \frac{1}{2} \frac{\frac{d}{f}}{1 + \frac{d^2}{16f^2}}$$
(18.8)  
$$tg \Psi = \frac{1}{2} \frac{\frac{d}{f}}{1 - \frac{d^2}{16f^2}}$$
(18.9)

## 18.1 Povrchový proud na parabolickém reflektoru

Při řešení úkolu použijeme tyto zjednodušující předpoklady:

1. Primární zářič je bodový, je umístěn v ohnisku paraboly a vyzařuje kulovou vlnu lineárně polarizovanou.

2. Ohnisková vzdálenost f paraboloidu je mnohokrát větší než vlnová délka. Potom se reflektor nachází ve vzdálené oblasti primárního zářiče.

3. Protože  $f >> \lambda$ , zanedbáme vliv reflektoru na směrovou charakteristiku primárního zářiče.

4. Odraz elektromagnetické vlny od zakřivené plochy reflektoru a vybuzené povrchové proudy na reflektoru vznikají za předpokladu, že vlna dopadá na rovinnou plochu tečnou k ploše reflektoru v místě dopadu.

Předpoklad 2) je splněn vždy, předpoklady 1) a 3) jsou splněny téměř vždy, takže výsledek téměř neovlivňují. Ani předpoklad 4) nezpůsobuje velké nepřesnosti výpočtu. Přesný výpočet odrazu od parabolické plochy nebyl dosud řešen.

Rozložení povrchového proudu najdeme pomocí vztahu

$$K_{\rm e} = 2n \times H \tag{18.10}$$

kde *n* je kolmice k paraboloidu v místě dopadu.

Podobně jako H je i n funkcí polohy na ploše paraboloidu. Vektor H nahradíme pomocí vektoru E. Použijeme k tomu odražené elektrické vlnění a označíme je  $E_0$ . Jak jsme uvedli dříve, odražené paprsky jsou rovnoběžné s osou z. Pak

$$\boldsymbol{H} = \frac{E_0}{120\pi} \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{e}_0 \tag{18.11}$$

kde  $e_0$  je jednotkový vektor ve směru intenzity odraženého elektrického pole,

 $z_0$  jednotkový vektor ve směru osy z.

Vektor  $\mathbf{e}_0$  najdeme, známe-li polarizaci vlny dopadající na reflektor. K tomu můžeme použít vztah

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{e}_{\mathrm{d}} + \mathbf{e}_{\mathrm{0}}) = 0 \tag{18.12}$$

kde  $e_d$  je jednotkový vektor ve směru intenzity dopadajícího elektrického pole.

Rovnice (18.12) vyjadřuje hraniční podmínku na povrchu reflektoru - tečná složka intenzity výsledného elektrického pole na povrchu reflektoru je nulová. Kromě toho je tato rovnice zapsáním zákonů geometrické optiky:

a) úhel dopadu se rovná úhlu odrazu,

b) dopadající a odražený paprsek a normála k ploše v místě dopadu leží v jedné rovině.

Dosazením rovnice (18.11) do (18.10) dostaneme

$$K_{e} = \frac{E_{0}}{60\pi} \mathbf{n} \times (\mathbf{z}_{0} \times \mathbf{e}_{0}) = \frac{E_{0}}{60\pi} [\mathbf{z}_{0} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_{0}) - \mathbf{e}_{0} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{z}_{0})] = \frac{E_{0}}{60\pi} [\mathbf{z}_{0} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_{0}) - \mathbf{e}_{0} \cos\frac{\psi}{2}]$$
(18.13)

Veličinu  $E_0$  najdeme pomocí těchto úvah: Primární zářič vyzařuje kulovou vlnu. Intenzita dopadající vlny u povrchu reflektoru je

$$E_{\rm d} = \frac{B}{\rho} F(\psi, \Phi) e^{-jkp}$$
(18.14)

kde B

je konstanta závisející na vyzařovaném výkonu a

 $F(\psi, \Phi)$  směrová charakteristika primárního zářiče.

Zanedbáme ztráty při odrazu od reflektoru a můžeme říci, že rovnice (18.14) určuje i velikost odražené vlny u povrchu reflektoru. Známe-li celkový výkon vyzařovaný primárním zářičem  $P_e$ , jeho směrovost D jako funkci směru, můžeme vyjádřit hustotu vyzařovaného výkonu ve směru  $\psi$ ,  $\Phi$  do jednotkového prostorového úhlu

$$S(\psi, \Phi) = \frac{P_c D(\psi, \Phi)}{4\pi}$$
(18.15)

187

Pro amplitudu intenzity elektrického pole na povrchu koule o jednotkovém poloměru, obklopující primární zářič, platí vztah

$$S(\psi, \Phi) = \frac{E^2}{2 \cdot 120\pi}$$
(18.16)

Srovnáním (18.15) a (18.16) dostaneme na povrchu koule o poloměru  $\rho = 1$  intenzitu

$$E = \sqrt{[60P_{\rm c}D(\psi,\Phi)]} e^{jk \cdot l}$$
(18.17)

Protože předpokládáme kulovou dopadající vlnu, bude na povrchu reflektoru v bodě o souřadnicích ( $\rho$ ,  $\psi$ ,  $\Phi$ ) intenzita

$$E = \frac{\sqrt{[60P_c D(\psi, \Phi)]}}{\rho} e^{-jk\rho} = E_0$$
(18.18)

Dosazením do (18.13) dostaneme

$$K_{\rm e} = \frac{\sqrt{[60P_{\rm c}D(\psi,\Phi)]}}{60\pi\rho} e^{-jk\rho} \left[ z_0 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_0) - \mathbf{e}_0 \cos\frac{\psi}{2} \right]$$
(18.19)

Tím jsme našli rozložení povrchového proudu na reflektoru. Podobně bychom mohli najít rozložení pole na ploše ústí reflektoru. Vyjdeme ze vztahu (18.18). Protože po odrazu postupuje rovinná vlna, která se při šíření nerozptyluje, amplituda zůstane stejná až do ústí. Změní se pouze fáze. Protože délka optické dráhy paprsku je stejná pro všechny body ústí, bude se fáze rovnat

$$e^{-jk(\rho+z_1-z)} = e^{-jk(f+z_1)}$$
 (18.20)

Pak intenzita elektrického pole v ústí bude

$$E = \frac{\sqrt{[60P_{c}D(\psi,\Phi)]}}{\rho} e^{-jk(f+z_{1})}e_{0}$$
(18.21)

Rovnice (18.20) a (18.21) jsou velmi prosté, ale praktický výpočet směrové charakteristiky je již obtížnější, protože je třeba určit průmět jednotkového vektoru  $e_0$ . Přestože nalezení těchto průmětů je záležitostí čistě geometrickou, mnohdy je spojeno s pracnými výpočty.

K výpočtu směrové charakteristiky bychom mohli použít jak proudy na povrchu reflektoru, tak i rozložení pole v ústí antény. Ukazuje se však, že metoda povrchových proudů je přesnější, protože při výpočtu uvažuje i pole vzniklé složkou povrchového proudu ( $K_e \cdot z_0$ ). Toto pole přispívá především ke vzniku postranních maxim.

Celkový charakter pole v ústí reflektoru je znázorněn na obr. 18.3. Složky pole v rovině E jsou známy jako hlavní polarizace, v rovině H jako příčná polarizace. Příspěvky vektorů od bodů symetricky položených v rovině E nepřispívají k poli na ose reflektoru, protože se navzájem ruší.



Obr. 18.3 Siločáry elektrického pole v ústí reflektoru

Pro výpočet vyzářeného pole použijeme vztahy (11.84), (11.94) a (15.6). Integrace bude prováděna po vnitřní straně reflektoru, po které procházejí jen povrchové elektrické proudy  $K_e$ . Pomocí nich intenzita elektrického pole ve vzdálené oblasti je

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{M}) = -\frac{j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jkr} \int_{S} [\boldsymbol{K}_{e} - (\boldsymbol{K}_{e} \cdot \boldsymbol{r}_{0})\boldsymbol{r}_{0}] e^{jk(\rho \cdot \boldsymbol{r}_{0})} dS \qquad (18.22)$$

Z tohoto výrazu je vidět, že vyzářené pole nemá složku ve směru  $r_0$ . Označíme-li  $\mathcal{G}_0$  a  $\varphi_0$  jednotlivé vektory ve směru příslušných kulových souřadnic, dostaneme

$$E_{\varphi(M)} = -\frac{j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jkr} \sqrt{\frac{P_{e}}{60\pi^{2}}} \begin{cases} (g_{\theta} \cdot I) \\ (\phi_{\theta} \cdot I) \end{cases}$$
(18.23)

kde

$$I = \int_{0}^{2\pi\varphi} \frac{\sqrt{[D(\psi, \Phi)]}}{\rho} \left\{ z_0(\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_0) - \mathbf{e}_0 \cos\frac{\psi}{2} \right\} e^{-jk\rho \{1 + \cos\psi\cos\theta - \sin\psi\sin\theta\cos(\Phi - \varphi)\}} \rho^2 \sin\psi\sec\frac{\psi}{2} \,\mathrm{d}\psi \mathrm{d}\Phi \ (18.24)$$

Vektor I lze rozložit na dvě části - příčnou (t) a podélnou (z - rovnoběžnou s osou z).

$$I_{t} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\Psi} \frac{\sqrt{[D(\psi, \Phi)]}}{\rho} \left(-e_{0} \cos \frac{\psi}{2}\right) e^{-jk\rho(\dots)} \rho^{2} \sin \psi \sec \frac{\psi}{2} d\psi d\Phi$$
(18.25)

$$I_{z} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\Psi} \frac{\sqrt{[D(\psi, \Phi)]}}{\rho} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_{\theta}) z_{0} \mathrm{e}^{-jk\rho(\dots)} \rho^{2} \sin \psi \sec \frac{\psi}{2} \mathrm{d}\psi \mathrm{d}\Phi$$
(18.26)

Vyčíslíme skalární součiny v rovnici (18.23)

$$(\mathcal{G}_0 \cdot I) = (\mathcal{G}_0 \cdot I_z) + (\mathcal{G}_0 \cdot I_t) = -I_z \sin \vartheta + (I_t \cdot \mathcal{G}_0)$$
(18.27)

$$\left(\boldsymbol{\varphi}_{0}\cdot\boldsymbol{I}\right) = \left(\boldsymbol{\varphi}_{0}\cdot\boldsymbol{I}_{z}\right) + \left(\boldsymbol{\varphi}_{0}\cdot\boldsymbol{I}_{t}\right) = \left(\boldsymbol{I}_{t}\cdot\boldsymbol{\varphi}_{0}\right)$$
(18.28)

Při dalším rozboru směrové charakteristiky se omezíme jen na část v okolí osy z. Poznáme dále, že při dostatečně velkých rozměrech reflektoru bude skutečně hlavní část vyzařovaného pole soustředěna na okolí osy z. Potom výraz  $I_z \sin \vartheta$  můžeme zanedbat a budou přispívat jen příčné složky vektoru I. Vektor  $I_t$  umíme vypočítat, známe-li směr jednotkového vektoru  $e_0$  intenzity elektrického pole odražené vlny. Jednotkový vektor  $e_0$  určíme z polarizace intenzity elektrického pole dopadající vlny primárního zářiče podle Fresnelových zákonů. V jednoduchých případech primárního zářiče lze výpočet  $e_0$  zjednodušit.

Protože reflektor je parabolický a primární zářič je v ohnisku, šíří se odražená vlna ve směru osy reflektoru. Intenzita elektrického pole odražené vlny bude tedy kolmá na osu z a jednotkový vektor  $e_0$  můžeme rozložit v rovině kolmé na osu z (v rovině ústí) na dva na sebe kolmé směry, a to do směru  $y_0$  a do směru  $x_0$ .

Směrová charakteristika primárního zářiče je obvykle osově symetrická a v dalším rozboru se omezíme jen na tento případ. Průběh intenzity elektrického pole dopadající vlny v ústí reflektoru je na obr. 18.3. Z obrázků vyplývá, že i uspořádání intenzity elektrického pole odražené vlny bude symetrické, přičemž složky intenzity elektrického pole ve směru osy x se vzájemně ruší, uvážíme-li příspěvky od všech čtyř kvadrantů ústí. Je tedy patrné, že při osově symetrické směrové charakteristice primárního zářiče bude k vyzařování z reflektoru přispívat jen složka intenzity elektrického pole ve směru osy y. O vektoru  $I_t$  bude platit

$$\boldsymbol{I}_{t} = \boldsymbol{I}_{y} = -\boldsymbol{y}_{0} \int_{s} \sqrt{[D(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\Phi})]} e^{-jk\rho \{1 + \cos\boldsymbol{\psi}\cos\boldsymbol{\varphi} - \sin\boldsymbol{\psi}\sin\boldsymbol{\vartheta}\cos(\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varphi})\}} \rho \sin\boldsymbol{\psi} d\boldsymbol{\psi} d\boldsymbol{\Phi}$$
(18.29)

Potom také

$$I_{t} \cdot \boldsymbol{\mathcal{G}}_{0} = -I_{y} (\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{\mathcal{G}}_{0}) = -I_{y} \cos \boldsymbol{\mathcal{G}} \sin \boldsymbol{\varphi} = -I_{y} \sin \boldsymbol{\varphi}$$
(18.30)

$$\boldsymbol{I}_{t} \cdot \boldsymbol{\mathcal{G}}_{0} = -\boldsymbol{I}_{v} \left( \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{0} \right) = -\boldsymbol{I}_{v} \cos \boldsymbol{\varphi} \tag{18.31}$$

Na základě toho dostaneme

$$E_{\varphi}(\mathbf{M}) = +\frac{j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jkr} \sqrt{\left(\frac{P_{c}}{60\pi^{2}}\right)} I_{y} \sin\varphi$$
(18.32)

$$E_{\varphi}(\mathbf{M}) = +\frac{j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jkr} \sqrt{\left(\frac{P_{c}}{60\pi^{2}}\right)} I_{y} \cos\varphi$$
(18.33)

kde

$$I_{y} = \int_{0}^{2\pi\Psi} \int_{0}^{\Psi} \sqrt{[D(\psi, \Phi)]} e^{-jk \cdot 2f} e^{jkR \sin \theta \cos(\phi - \phi)} R d\psi d\Phi$$
(18.34)

neboť

$$R = \rho \sin \psi$$
 a  $\rho (1 + \cos \psi) = 2f$ 

Ve vztahu pro pomocný výraz  $I_y$  je směrovost primárního zářiče funkcí úhlu  $\psi$ . Obecná vzdálenost je také funkcí  $\psi$ . Proto můžeme tuto proměnnou vyloučit.

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos\psi}; \quad R = \rho \sin\psi = \frac{2f \sin\psi}{1 + \cos\psi} = 2f \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}$$

$$dR = f \frac{d\psi}{\cos^2 \frac{\psi}{2}} \Rightarrow d\psi = \frac{\cos^2 \frac{\psi}{2}}{f} dR$$

$$I_y = e^{-j2kf} \int_{0}^{2\pi d/2} \sqrt{[D(R,\Phi)]} e^{jkR \sin \varphi \cos \theta(\Phi - \phi)} R dR d\Phi$$
(18.35)

110

Pro zjednodušení výpočtu výrazu (18.35) zavedeme nové proměnné

$$v = \frac{2R}{d}; \quad u = \frac{kd}{2}\sin\theta$$

Pak

$$I_{y} = \frac{d^{2}}{4} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{1} \sqrt{[D(v,\Phi)]} e^{juv \cos(\phi - \phi)} v dv d\Phi$$
(18.36)

Exponenciálu v rovnici (18.36) rozveď me v řadu Besselových funkcí

$$e^{juv\cos(\phi-\varphi)} = J_0(uv) + 2\sum_{m=1}^{\infty} j^m J_m(uv)\cos m(\Phi-\varphi)$$

Budeme předpokládat symetrii vzhledem k $\Phi$ . Po provedení integrace podle  $\Phi$  dostaneme

$$I_{y} = \frac{\pi d^{2}}{2} \int_{0}^{1} \sqrt{[D(v)]v J_{0}(uv)} dv$$
(18.37)

Numerickou integrací výrazu (18.37) bychom určili směrovou charakteristiku parabolického reflektoru, je-li zadána směrová charakteristika primárního zářiče. Je třeba poznamenat, že funkce  $\sqrt{D(v)}$  je sice směrová charakteristika primárního zářiče, ale v transformované proměnné v (viz výraz výše).

#### 18.2 Určení směrovosti parabolického reflektoru

Nejdůležitějším parametrem při návrhu parabolických antén bývá směrovost. Proto vyšetříme tuto otázku podrobněji. Podle rovnice (18.23) je intenzita elektrického pole v ose reflektoru dána

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\vartheta},\boldsymbol{\varphi}) = \boldsymbol{y}_0 \frac{\mathrm{j}\omega\mu}{4\pi r} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\boldsymbol{k}} \sqrt{\left(\frac{P_{\mathrm{c}}}{60\pi^2}\right)} \cdot \int_{0}^{2\pi\Psi} \int_{0}^{\Psi} \sqrt{D(\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{\Phi})} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\boldsymbol{k}\rho\boldsymbol{s}(1+\mathrm{cos}\boldsymbol{\psi})} \rho \sin\boldsymbol{\psi} \,\mathrm{d}\boldsymbol{\psi} \mathrm{d}\boldsymbol{\Phi}$$
(18.38)

Zavedeme-li do vztahu rovnici paraboly a provedeme-li integraci podle  $\Phi$ , dostaneme

$$E = \frac{j\omega\mu f}{2r} y_0 e^{-jkr(r+2f)} \sqrt{\left(\frac{P_c}{60\pi^2}\right)} \int_0^{\Psi} \sqrt{[D(\psi)]} tg \frac{\psi}{2} d\psi$$

Směrovost parabolického reflektoru určíme podle vzorce

$$D_{\rm r} = \frac{P_0}{P_{\rm c}}$$

kde  $P_0$  je výkon izotropické antény. Tento výkon je takový, aby v určité vzdálenosti anténa vytvořila stejnou intenzitu elektrického pole jako parabolický reflektor s celkovým výkonem  $P_c$ .

$$D_{\rm r} = \frac{16\pi^2 f^2}{\lambda^2} \left| \int_0^{\Psi} \sqrt{D(\psi)} \, \mathrm{tg} \frac{\psi}{2} \, \mathrm{d} \psi \right|^2 \tag{18.39}$$

Dosaď me dále za f z rovnice (18.8)

$$f = \frac{d}{2} \operatorname{cotg} \frac{\psi}{2}$$
$$D_{\mathrm{r}} = \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^{2} \operatorname{cotg}^{2} \frac{\psi}{2} \left| \int_{0}^{\psi} \sqrt{D(\psi)} \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \, \mathrm{d} \psi \right|^{2}$$
(18.40)

Výraz  $(\pi d/\lambda)^2$  je směrovost plochy rovnoměrně ozářené. Zbytek rovnice ukazuje, jak je využita plocha ústí, protože (jak jsme již uvedli v tab. 15.1) největší směrovost dává rovnoměrně ozářená plocha. Pak

$$D_{\rm r} = \eta \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 \tag{18.41}$$

kde  $\eta$  je účinnost využití ústí

Obvykle můžeme funkci směrovosti primárního zářiče vyjádřit funkcí  $D = D_0^{(n)} \cos^n \psi$  pro  $\Psi < \pi/2$ , kde  $D_0^{(n)}$  je konstanta, kterou určíme z podmínky

$$\int_{\Omega} D(\psi) \, \mathrm{d}\Omega = 4\pi$$

( $\Omega$ je prostorový úhel). To dává

$$D_0^{(n)} = 2(n+1)$$

$$\eta = 2(n+1)\cot g \frac{\Psi}{2} \left| \int_{0}^{\Psi} \cos^{n/2} \psi \, \mathrm{tg} \frac{\Psi}{2} \, \mathrm{d} \psi \right|^{2}$$
(18.42)

Vyčíslíme-li tento výraz pro některé hodnoty n, dostaneme

$$n = 2 \ \eta_2 = 24 \left( \sin^2 \frac{\Psi}{2} + \ln \cos \frac{\Psi}{2} \right)^2 \cot g^2 \frac{\Psi}{2}$$
(18.43)

$$n = 4 \ \eta_4 = 40 \left( \sin^4 \frac{\Psi}{2} + \ln \cos \frac{\Psi}{2} \right)^2 \cot^2 \frac{\Psi}{2}$$
(18.44)

Výsledky jsou uvedeny graficky na obr. 18.4. Z obrázku je vidět, že účinnost ústí podléhá dvěma vlivům, které působí proti sobě. Účinnost  $\eta$  se zvětšuje se zvětšujícím se úhlem ústí  $\Psi$ , protože reflektor zpracovává čím dále tím více energie vysílané primárním zářičem. Při velkých úhlech ústí sice reflektor zpracovává téměř všechnu energii vysílanou zářičem, ale v rozložení elektrického pole v ústí reflektoru se začíná uplatňovat pokles intenzity elektrického pole ke krajům. Tento pokles je způsoben jednak směrovými vlastnostmi primárního zářiče a jednak rozptylováním kulové vlny primárního zářiče, což se projevuje tlumením vyjádřeným činitelem  $1/\rho$ , pomocí kterého hledáme amplitudu rozložení elektrického pole v ústí reflektoru. Optimální úhel ústí je kompromisem mezi těmito dvěma vlivy. Pro primární zářiče, jejichž směrovou charakteristiku lze nahradit funkcí  $\cos^n \psi$ , jej zjistíme z obr. 18.4. Maximum  $\eta$  odpovídá poklesu pole ke krajům ústí o 14 dB.



Obr. 18.4 Závislost účinnosti využití plochy ústí reflektoru na úhlu ústí

# 18.3 Primární zářiče

Abychom dostali maximální účinnost sekundárního zářiče, musíme prozkoumat nejen amplitudové, ale i fázové a polarizační vlastnosti primárních zářičů.

Fáze vyzařovaného elektrického pole závisí na elektrické vzdálenosti, kterou vlna proběhla, než dospěla do bodu odrazu. Tato absolutní fáze má však malý význam. Důležitější je fáze relativní, resp. plocha, na které je fáze konstantní. Ta představuje čelo šířící se vlny. Z jeho tvaru můžeme učinit některé závěry. Směr šíření elektromagnetické energie je kolmý na tuto vlnoplochu. Z jedné vlnoplochy můžeme odvodit jinou, a to buď dopředu, nebo dozadu. Tak můžeme vytvořit jakýsi efektivní zdroj a analyzovat jeho vlastnosti.

Vezměme případ rotačního paraboloidu ozařovaného primárním zářičem, který je bodový. Budeli ekvifázová plocha primárního zářiče kulová, zjistíme pomocí geometrické optiky, že odražené vlnění od reflektoru má ekvifázovou plochu rovinnou. Každá odchylka od kulové vlnoplochy primárního zářiče se projeví zakřivením odražené vlnoplochy sekundárního zářiče a tím i rozšířením jeho směrové charakteristiky. Opačně zpětnou projekcí můžeme najít, že takový primární zářič není bodový, ale přímkový nebo dokonce plošný. Takto vytvořený primární zářič nemusí dávat jeho geometrické rozměry, ale dává určitý základ pro srovnání různých primárních zářičů a často naznačuje i způsob jejich úpravy. Není-li ekvifázová plocha primárního zářiče kulová, může být fáze v ústí opravena změnou tvořící křivky reflektoru. Pro malou fázovou odchylku  $\Delta \alpha$  bychom odvodili jednoduchý výraz pro korekci průvodiče

$$\Delta \rho = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{\Delta \alpha}{1 + \cos \psi} \tag{18.45}$$

Neprovedeme-li tuto korekci, zmenší se výkonový zisk reflektoru. Projeví se to rozšířením hlavního svazku především u nízké úrovně a dále tak, že mezi postranními smyčkami nebudou nuly, ale jen minima.

Přes své velké geometrické rozměry dává většina používaných primárních zářičů dostatečně dobré fázové rozložení. To, že nemůžeme dosáhnout libovolně úzké směrové charakteristiky, je způsobeno spíše konečnými rozměry ústí vzhledem k vlnové délce než těmito fázovými chybami.

Směrová charakteristika primárního zářiče má být taková, aby všechno vlnění po odrazu bylo polarizováno stejně. Všechny složky elektrického pole, které vycházejí z ústí kolmo polarizované vzhledem ke střední polarizaci, přispívají ke zvýšení postranních maxim.



Obr. 18.5 Dipólový primárního zářič; polarizační kružnice a jejich průmět do ústí reflektoru

Polarizační vlastnosti zářiče bývají zkoumány na ploše koule obklopující zářič. Proložme soustavu rovin osou symetrie primárního zářiče. Tyto roviny protínají kouli v soustavě kružnic. Na obr. 18.5a je uveden dipól a jeho polarizační kružnice, jež se protínají ve dvou pólech, kde pak polarizace není definována.

Dopadá-li takto polarizovaná elektromagnetická vlna na paraboloid, dostaneme po odrazu v ústí elektrické pole podle obr. 18.5b. Také ve struktuře tohoto pole se objeví póly. Při odvozování výrazu pro směrovou charakteristiku rotačního paraboloidu jsme uvažovali jen vertikální složku intenzity elektrického pole. Aby tento předpoklad byl splněn, mohli bychom z celého elektrického pole využít jen malou část kolem rovníku. Čárkované křivky představují místa nulové vertikální složky intenzity elektrického pole. Za nimi se pak mění jejich směr. Část plochy za těmito kružnicemi se nazývá škodlivý prostor, neboť tam elektrické pole působí proti poli ve střední části. Příčná polarizace střední části má čtyři maxima, v každém kvadrantu jedno. Jejich vliv je znázorněn na obr. 18.6. Polarizační vlastnosti plochých trychtýřů jsou příznivější. Jejich hlavní výhodou je to, že mají jen jeden polarizační pól, který je ještě za trychtýřem (obr. 18.7). Proto z elektrického pole jimi vyzařovaného můžeme využít větší část, aniž se dopustíme tak velké polarizační chyby.



Obr. 18.6 Směrové charakteristiky příčně polarizovaného vlnění (plné křivky)



Obr. 18.7 Polarizační kružnice trychtýře

Nejpoužívanější primární zářiče v pásmu vlnové délky 10 cm jsou dipóly (souvisí to s koaxiální technikou používanou pro toto pásmo). Přesto ještě není vypracována jejich přesná teorie. Většina znalostí, které o nich máme, jsou buď empirické, nebo pocházejí z analogie s dlouhovlnnými dipóly. Mají s nimi dosti společných vlastností, ale přesto se od nich liší. Hlavní rozdíl vyplývá z velkého průměru ramen dipólu, což způsobuje fázové rozdíly mezi příspěvky k elektrickému poli z různých míst na povrchu dipólu. Dále střední mezera v místě napájení není již zanedbatelně malá vzhledem k celému rameni dipólu. To způsobuje, že rozložení proudu podél dipólu se liší od sinusovky.

Požadujeme-li směrovou charakteristiku primárního zářiče s maximem ve směru koaxiálního kabelu, používáme nesymetricky napájený dipól (obr. 18.8). Jedno rameno tvoří ohnutý střední vodič a druhé rameno je připojeno na vnější plášť koaxiálního kabelu. Z toho také vyplývá nesymetrie, neboť druhé rameno je napájeno menším proudem než první, přímé.



Obr. 18.8 Nesymetricky napájený dipól



Obr. 18.9 Dipólový primární zářič s reflektorovou destičkou

Abychom zabránili odrazům vzniklým od středících kotoučů středního vodiče uvnitř koaxiálního kabelu, prodlužuje se koaxiální kabel o další  $\lambda/4$ , kde je pak zkratován, a fixuje tak střední vodič (obr. 18.9). Tento typ mívá však ještě větší nesymetrii. Obě tyto nesymetrie se projeví odchýlením maxima od kolmého směru, a toho se využívá při kuželovém snímání. Slouží-li dipól jako primární zářič, má být jednosměrný. Pro potlačení zpětného maxima se používá odrazová destička. V tab. 18.1 jsou uvedeny experimentálně zjištěné optimální rozměry tohoto dipólu s odraznou destičkou podle obr. 18.9.

λ [mm]	91	100	107
A	43	47	50
В	22	25	27
С	17	18,5	19,5
D	73	82	89
E	15	16,5	18
F	22	24	25
G	45	10	15

Tab. 18.1 Rozměry dipólového primárního zářiče z obr. 18.9

Dipóly lze napájet i symetricky, jsou-li obě ramena připojena k vnějšímu plášti koaxiálního kabelu. Aby se mohla vybudit podélná štěrbina v koaxiálním kabelu s videm TEM, vkládá se do oblasti štěrbiny podélná zkratovací přepážka. Přítomnost přepážky vybudí vyšší vidy, zvláště vid  $TE_{11}$ . Na obr. 18.10 je znázorněno, jak tímto videm je jednak splněna mezní podmínka na povrchu přepážky P a jednak vybuzena podélná štěrbina. Podobně jako nesymetricky napájený používá se i symetricky napájený dipól společně s odraznou destičkou nebo pasivním reflektorovým ramenem.



Obr. 18.10 Symetricky napájený dipól s vazebními šterbinami

Již dříve jsme odvodili výrazy pro šířku svazku otevřeného konce obdélníkového vlnovodu. Z těchto výrazů vidíme, že samostatné vlnovody můžeme použít jako primární zářiče pro paraboloidy jen ve velmi málo případech. Tak např. kruhový vlnovod s dominantním videm TE<sub>11</sub> a s rozměry  $2a/\lambda = 0,75$  má v rovině E pokles na 10 dB při úhlu asi 150° a v rovině H 140°. Obdélníkový vlnovod s videm TE<sub>10</sub> a rozměry  $a = 0,71 \lambda$ ,  $b = 0,32 \lambda$  při 200° a 110°. Paraboloidy s tak velkým úhlem ústí mají velké polarizační a fázové chyby. Proto musíme konec vlnovodu upravit tak, aby se zlepšily jeho směrové vlastnosti. Úpravy mohou být různé, ale jejich společnou vlastností je snaha zvětšit vyzařovací plochu.

Nejznámější způsob úpravy je rozšíření vlnovodu do trychtýře. S výpočtem směrové charakteristiky jsme se již seznámili. Počítali jsme ji za zjednodušujících předpokladů: Amplituda intenzity elektrického pole v ústí trychtýře je dána rozložením amplitudy na válcové ploše nekonečně dlouhého trychtýřového vedení. To znamená, že jsme zanedbali odrazy od konce trychtýře, vzniklé vyšší vidy a příspěvek od proudového rozložení na vnějším povrchu trychtýře. Tyto skutečnosti do značné míry ovlivní námi vypočítané výsledky. Proto při návrhu trychtýřů jako primárních zářičů se budeme řídit empirickými vztahy pro šířku svazku na úrovni -10 dB

$$\vartheta_{\rm E} = \frac{88\lambda}{B} \qquad B < 2,5\lambda \tag{18.46}$$
$$\vartheta_{\rm H} = 31 + 79\frac{\lambda}{B} \qquad A < 3\lambda \tag{18.47}$$

Trychtýřové zářiče vyzařují většinu své energie ve směru osy. Z toho vyplývají dvě nevýhody, použijeme-li je jako primární zářiče pro jednoduché paraboloidy. Jednak musí být upevněny v ohnisku paraboloidu a jednak k nim musí být přiváděna energie. Tyto oba požadavky se obvykle řeší některým ze způsobů znázorněných na obr. 18.11. V obou případech přívodní vlnovod zastiňuje část ústí paraboloidu, a to obvykle v oblasti maximálního elektrického pole. To nutně zmenšuje celkovou účinnost paraboloidu.



Obr. 18.11 Přívodní vlnovody trychtýřových primárních zářičů

## 18.4 Dvoureflektorové antény

A

V poslední době se začínají stále častěji používat dvoureflektorové antény, které umožňují dosáhnout v ústí příznivého rozložení fáze pole i jeho amplitudy. Na obr. 18.12 je uveden nejjednodušší tvar dvoureflektorové antény. Úkolem malého reflektoru je změnit směr šíření elektromagnetické vlny vycházející z primárního zářiče, který nemusí být v ohnisku velkého parabolického reflektoru, ale podstatně blíže. Tvar malého reflektoru se volí tak, aby vlna od něho odražená byla kulová a měla střed v ohnisku velkého reflektoru. Z toho je vidět, že dále

nemůžeme počítat se skutečným primárním zářičem, ale s fiktivním zářičem, umístěným v ohnisku velkého reflektoru.



Obr. 18.12 Dvoureflektorová anténa

Lze ukázat, že pro parabolický tvar hlavního reflektoru může mít malý reflektor tvar buď hyperboly, roviny, nebo elipsy. Různé varianty dvoureflektorových antén jsou uvedeny na obr. 18.13. V prvním případě zůstává stejný hlavní reflektor, kdežto ve druhém případě se přechodem od vypuklého reflektoru na vydutý zvětšuje šířka svazku primárního zářiče a tím i celková osová tloušťka antény. Nejčastěji se používá hyperbolický tvar malého reflektoru. Toto uspořádání je odvozeno od Cassegrainova optického teleskopu a dává nejmenší zastínění výstupní plochy pomocným reflektorem.



Obr. 18.13 Možné kombinace dvoureflektorových antén

Základní geometrické vztahy dvoureflektorových antén můžeme přímo psát z obr. 18.12. Vztah mezi průměrem velkého reflektoru  $D_v$ , jeho ohniskovou vzdáleností  $f_v$  a úhlem rozevření reflektoru můžeme určit přímo z rovnice paraboly

$$tg\frac{\Psi}{2} = \pm \frac{1}{4} \frac{D_v}{f_v}$$
 (18.48)

Kladné znaménko v rovnici (18.38) odpovídá hyperbolickému pomocnému reflektoru a tedy Cassegrainovu uspořádání, kdežto záporné znaménko odpovídá eliptickému pomocnému reflektoru a toto uspořádání bývá označováno jako Gregoriánské uspořádání. Profil velkého reflektoru v souřadné soustavě, která má počátek ve vrcholu paraboloidu, je dán rovnicí

$$x_{\rm v} = \frac{1}{4f_{\rm v}} y_{\rm v}^2 \tag{18.49}$$

nebo v polární soustavě

$$\rho(\psi) = \frac{2f_{\rm v}}{1 + \cos\psi} \tag{18.50}$$

Profil malého reflektoru může být vyjádřen rovnicí

 $x_{\rm M} = a \left\{ \sqrt{\left[1 - \left(\frac{y_{\rm M}}{b}\right)^2\right]} - 1 \right\}$ (18.51)

$$a = \frac{l_e + l_v}{2e}, \ b = a\sqrt{(e^2 - 1)}, \ e = \frac{\sin\frac{1}{2}(\Psi + \phi)}{\sin\frac{1}{2}(\Psi - \phi)}$$

Veličiny a, b jsou hlavní a vedlejší poloosa hyperboly a e je její excentricita. Další vztahy z geometrie reflektorů:

$$\cot g \Psi + \cot g \Phi = 2 \frac{l_e + l_v}{D_v}$$
(18.52)

$$1 - \frac{\sin\frac{1}{2}(\Psi - \Phi)}{\sin\frac{1}{2}(\Psi + \Phi)} = \frac{2l_{v}}{l_{e} + l_{v}}$$
(18.53)

Parametry antény  $D_v$ ,  $f_v$ ,  $f_M$ ,  $\Phi$  se určují na základě požadavků na směrovou charakteristiku a rozměry antén. Průměr hlavního reflektoru  $D_v$  se určuje ze zadané šířky svazku 2 $g_s$  podobným vztahem jako u jednoduché antény

$$D_{\rm v} = (65 \text{ a} \check{z} 75) \frac{\lambda}{2\vartheta_s} \tag{18.54}$$

Ohnisková vzdálenost parabolického reflektoru  $f_v$  se volí v rozmezí (0,3 až 0,5)  $D_v$  a může se měnit podle konkrétních podmínek. Veličiny  $f_M$  a  $\Phi$  se volí podle konstrukčních podmínek. Snažíme se zvolit pokud možno malý průměr pomocného reflektoru  $D_M$ , aby zastínění odraženého elektrického pole od hlavního reflektoru bylo co nejmenší a skutečné ohnisko bylo co nejblíže vrcholu hlavního reflektoru. Při zmenšování  $D_M$  je třeba zvětšovat směrovost primárního zářiče a tím i jeho geometrické rozměry. Velké rozměry primárního zářiče zastiňují zase odražené elektrické pole od pomocného reflektoru. Primární zářič toto pole přijme a projeví se to na impedančním přizpůsobení. Optimální případ nastane, je-li zastínění malým reflektorem stejně velké jako zastínění primárním zářičem (obr. 18.14). Pak platí vztah

$$\frac{f_{\rm M}}{f_{\rm v}} \doteq \frac{1}{2} \cdot \frac{D_{\rm p}^2}{\alpha \lambda f_{\rm M}} \doteq \frac{D_{\rm p}}{D_{\rm M}}$$
(18.55)

kde  $\alpha$  je koeficient, který vyjadřuje vliv různého rozložení elektrického pole v ústí primárního zářiče. Jeho hodnota bývá 1,1 až 1,3.



Obr. 18.14 Optimální dvoureflektorová anténa

Vztah (18.45) můžeme napsat také v podobě

$$\left(\frac{D_{\rm p}}{D_{\rm v}}\right)^2 = 2\vartheta_{\rm s}\frac{f_{\rm v}}{D_{\rm v}} \cdot \frac{\pi\alpha}{2} = \frac{\pi\alpha}{2} \cdot \frac{2\vartheta_{\rm s}}{2\Psi}$$
(18.56)

Tvar směrové charakteristiky můžeme určit na základě jednoduchého reflektoru s fiktivním ohniskem a směrovou charakteristikou primárního zářiče změněnou malým reflektorem nebo se skutečným ohniskem, v němž je skutečný primární zářič, ale tvar velké paraboly je takový, aby její rozložení elektrického pole bylo stejné jako ve skutečnosti (obr. 18.15). Ohniskovou vzdálenost tohoto fiktivního reflektoru můžeme najít ze vztahu

$$tg\frac{\Phi}{2} = \frac{1}{4}\frac{D_{v}}{f_{e}}$$
(18.57)

Rovnice fiktivní paraboly, umožňující najít profil fiktivního reflektoru, je

$$x_{\rm e} = \frac{y_{\rm e}^2}{4f_{\rm e}}$$
(18.58)



Obr. 18.15 Fiktivní parabolický reflektor skutečného ohniska

U dvoureflektorových antén s hyperbolickým pomocným reflektorem je ohnisková vzdálenost fiktivní paraboly větší než u skutečné hlavní paraboly. Poměr těchto ohniskových vzdáleností je

$$\frac{f_e}{f_v} = \frac{\text{tg}\Psi/2}{\text{tg}\Phi/2} = \frac{e+1}{e-1}$$
(18.59)

U běžných antén tento poměr nepřesahuje 2.

## 19. Mikropáskové antény

V 50 - 60. letech 20. století vzniká nová technologie výroby elektrotechnických a elektronických zařízení - fotolitografická technika výroby plošných spojů a s ní i nový typ antén nazvaných nejčastěji podle podobnosti s přenosovými vedeními realizovanými touto technologií antény mikropáskové méně často též tištěné. Přestože první zmínky o konceptu "tištěných" antén (z angl. printed antenna concept) byly na toto téma publikovány Greigem a Englemanem [19.1], Deschampsem [19.2] a Levinem [19.3] na počátku 50. let minulého století, nebyl příliš velký zájem využít vyzařovací ztráty k vývoji antén. Pozornost spíše směřovala k vývoji levných mikrovlnných filtrů. Nehledě na další práce [19.4, 19.5, 19.6] zůstal anténní koncept nevyužit až do 70. let minulého století, kdy začala být naléhavá potřeba nízkoprofilových antén pro nové generace raket. Od té doby začíná být publikováno o mikropáskových anténách velké množství prací [19.7, 19.8, 19.9]. Jedna z nejvýznamnějších konferencí o "tištěných" anténách (printed antennas) té doby se konala v Las Cruces v Novém Mexiku v roce 1979 [19.10]. Sborníky z této konference dali vznik speciálnímu vydání IEEE Transactions [19.11] věnovanému jen problematice mikropáskových antén. V tomto období vycházejí první specializované knihy autorů Bahl a Bhartia [19.12], James, Hall a Wood [19.13], které později aktualizovány [19.14], [19.15] mají své použití dodnes. Počátek 80. let minulého století byl milníkem praktické výroby planárních antén a zdokonalování používaných substrátů.

# 19.1 Základní charakteristiky a napájení planárních antén

Anténním prvkem v planární struktuře může být teoreticky libovolně tvarovaný kovový útvar pásek, ploška resp. štěrbina ve vodivé ploše - vytvořený na jedné straně dielektrického substrátu, jehož druhá strana je pokovena a tvoří zemní rovinu, který je schopen při vhodně umístěném napájení vytvořit na svém povrchu stojatou proudovou vlnu. Tato stojatá proudová vlna (jí odpovídající tvar rozložení pole se nazývá mód či vid elektromagnetického pole) je pak zdrojem vyzařovaného pole. Pro účely vyzařování je možné použít libovolných geometrických tvarů zářičů. Z důvodů snadné analýzy byly původně zkoumány a popisovány pouze základní tvary zářičů, jako jsou obdélníky, čtverce, kruhy, elipsy, rovnoramenné trojúhelníky či prstence (obr. 19.1a). Principálně jde vlastně o vyzařující planární rezonátor. Kromě antén se stojatou proudovou vlnou je též možné při vhodně tvarovaném motivu a impedančním zakončení zářiče vybudit postupnou proudovou vlnu, která je podél anténní struktury (obr. 19.1b) vedena a vyzařuje elektromagnetickou vlnu do prostoru. Antény obou typů a jejich podrobný popis lze nalézt např. v [19.12, 19.13]. V anglosaské literatuře je pro zmíněný vodivý útvar používán název patch (v překladu záplata, flíček, skvrna či ploška). V česky psané literatuře lze nalézt pojmenování flíčková nebo patchová anténa. Vzhledem k neustálenému překladu tohoto slova do českého jazyka a potřebě jednoslovného pojmenování antény, je v tomto textu dále používáno původní anglické slovo patch.



Obr. 19.1 Schematický tvar mikropáskových patchových antén a) se stojatou b) s postupnou proudovou vlnou

Mikropáskové antény mají ve srovnání s klasickými anténami mnoho rozdílů a lze je charakterizovat následujícími základními rysy. Vzhledem k technologii plošných spojů, kterou jsou vytvářeny, jsou rozměrově omezeny do roviny případně do více rovin nad sebou. Další zásadním omezením je přítomnost ztrát vodivých (dané použitím tenkých vodivých pásků na dielektrických deskách) a dielektrických (dané ztrátovým činitelem použitého substrátu). Impedanční šířka pásma zářičů elementárních tvarů je vzhledem k činiteli jakosti antény (jako rezonančního obvodu) úzká. Pro běžné dostupné tloušťky pokovených substrátů, tj. do cca 1,5 mm, je v oblasti kmitočtů jednotek GHz řádově 1-5%. Směrovost prvku je přibližně v rozmezí 5 až 9 dB, pro vyšší substráty s nižší relativní permitivitou dosahuje vyšších hodnot. Účinnost je ovlivněná zejména ztrátovostí dielektrika použitého materiálu a vybuzením povrchových vln a může dosahovat hodnot v rozsahu cca 40 až téměř 100% (vyšších hodnot pro nízkoztrátové, pěnové či vzduchové materiály). Vlastnosti dielektrického substrátu (zejména dielektrická konstanta  $\varepsilon_r$ , ztrátový činitel tg $\delta$  a výška h metalizace nad zemní rovinou), na kterém je zářič vyroben, mají rovněž velký vliv na impedanční a vyzařovací vlastnosti zářiče. Vznik povrchových vln v důsledku existence rozhraní dielektrikum/vzduch u antén na substrátech s relativní permitivitou větší než 1 (všechny substráty s výjimkou pěnových či přímo vzduchových) má za následek zvýšenou vazbu mezi zářiči a napájecími vedeními v anténních řadách a tím degradaci impedančních (zhoršení přizpůsobení antény) a vyzařovacích vlastností (zvýšení úrovně postranních laloků a křížové polarizace). K výhodným vlastnostem planární technologie patří zejména: nízký profil, malý objem, nízká hmotnost, snadná realizace vhodná pro hromadnou výhodu, možnost umístit napájecí vedení a přizpůsobovací obvody na substrát se zářičem, snadná integrace s ostatními (aktivními) součástkami na jedné desce plošného spoje, vytvoření kruhové polarizace pomocí obvodů v planárním provedení, možnost vytvoření duální polarizace a dvoupásmového provedení zářiče, poměrně vysoká směrovost jednoho zářiče. K nevýhodám lze zařadit: úzkou šířku pásma a s tím spojené případné toleranční problémy při realizaci antén, vodivostní a dielektrické ztráty uplatňující se zejména v rozlehlejších napájecích sítích, horší polarizační čistota, parazitní vyzařování diskontinuit na napájecích vedeních, vybuzení povrchových vln a tím degradace impedančních a vyzařovacích vlastností, omezená výkonová zatížitelnost (~ 100 W). K vlastnostem, které mohou být někdy výhodou jindy nevýhodou patří vyzařování převážně do poloprostoru u většiny antén tohoto typu v důsledku přítomnosti zemní roviny.

Pro napájení mikropáskové patch antény lze použít jeden ze čtyř základních způsobů. Nejjednodušší jsou dva kontaktní způsoby - mikropáskové napájení na hraně patche (*microstrip line* nebo *edge-feed*) či koaxiální (*coaxial* nebo *probe feed*) uvnitř struktury zářiče. Další dva způsoby jsou zprostředkovány elektromagnetickou vazbou - vazební štěrbinou (*aperture coupled*) či vazbou otevřeným koncem napájecího vedení (*proximity coupled*). Další způsoby jsou již kombinací základních, např. vazba pomocí L-tvarované koaxiální sondy [19.16].

Mikropáskové napájení (obr. 19.2a), jedno ze dvou původních způsobů napájení, je tvořeno mikropáskovým vedením připojeným k hraně patche či zanořeným do jeho vnitřku. Tento způsob napájení má několik výhod. Zanořením napájecího vedení nebo použitím čtvrtvlnného transformačního vedení je možné zářič dobře přizpůsobit. Vstupní impedance od hrany ke středu patche ve směru rezonančního rozměru L klesá podle funkce  $cos^2(\pi x/L)$  od hodnot v rozsahu  $Z_{in} \cong 100 \sim 200\Omega$  i více (dle parametrů použitého substrátu a šířky W zářiče) až teoreticky k hodnotě  $Z_{in} = 0 \Omega$  ve středu zářiče. Patche napájené mikropáskovým vedením lze snadno skládat do plošných řad. Nevýhodou je mírné zkreslení symetrie vyzařovacího diagramu, v případě větších anténních řad možnost rušivého vyzařování z napájecí sítě a stejně tak nemožnost použít substráty větších elektrických tloušťek, kdy šířky pásků vycházejí neúměrně široké.



Obr. 19.2 Způsoby napájení mikropáskových patchových antén a) mikropáskovým vedením b) koaxiálně, c) vazební štěrbinou, d) otevřeným koncem vedení

Koaxiální napájení (obr. 19.2b), druhé z původních napájení, je tvořeno připojením koaxiálního vodiče zespoda k zemní rovině, přičemž střední vodič napájecího vedení prochází otvorem v zemní rovině a je vodivě spojen s motivem patche. Možnost impedančního přizpůsobení změnou polohy napájecího místa podél rezonančního rozměru je podobná jako v případě mikropáskového napájení. V případě vícevrstvých zářičů, kdy je napájecí sít položena v nižší vrstvě a oddělena od zářičů zemní rovinou, je minimalizováno rušivé vyzařování napájecí sítě. Nevýhodou je zvýšená úroveň křížové polarizace při použití substrátů o větší elektrické tloušťce a komplikovanější výroba ve srovnání s mikropáskovým napájením. Při větších elektrických tloušťkách je třeba též kapacitně kompenzovat indukčnost tvořenou středním vodičem napáječe.

Napájení vazební štěrbinou (obr. 19.2c) je způsob vybuzení zářiče polem v úzké štěrbině v zemní rovině umístěnou pod středem zářiče a orientovanou podélnou osou štěrbiny napříč rezonančnímu rozměru zářiče. Štěrbina je excitována mikropáskovým vedením umístěném na substrátu pod zemní rovinou. Po svém vzniku v roce 1985 se tento způsob napájení [19.17] rozšířil díky několika výhodným vlastnostem. Patří mezi ně možnost použití elektricky vyšších substrátů bez současného zvýšení úrovně křížové polarizace jako u koaxiálního napájení, možnost nezávislé volby tloušťek substrátů zářiče (z hlediska efektivity vyzařování je vyžadována vyšší elektrická tloušťka a nižší relativní permitivita) a napájecího vedení (vyžadována je naopak malá elektrická tloušťka a vyšší relativní permitivita jako předpoklad malých rozměrů vedení a omezení rušivého vyzařování napájecí sítě), v případě anténních řad snížení možnosti interakce napájecí sítě a zářičů oddělením zemní rovinou, poměrně velká flexibilita při přizpůsobování (více stupňů volnosti - možnost měnit rozměry štěrbiny, tvar a velikost konců štěrbiny, velikost přesahu spodního napájecího vedení). Nevýhodou je nutnost realizovat vícevrstvou strukturu a poněkud složitější postup při přizpůsobování.

V případě napájení otevřeným koncem vedení (obr. 19.2d) je napájecí vedení přivedeno pod zářič v nižší vrstvě. Energie z napájecího vedení je vázána na zářič vazbou, která má povahu kapacitní na rozdíl od kontaktně napájených zářičů. Vlastnosti tohoto způsobu napájení jsou podobné jako u napájení vazební štěrbinou. Je třeba však vzít v úvahu, že zářič a napájecí vedení nejsou odděleny zemní rovinou, tudíž rušivé vyzařování bude ve srovnání s napájením vazební štěrbinou větší, ovšem menší než u mikropáskového napájení.

# 19.2 Analýza planárních antén

Analýza mikropáskových antén je ztížena několika faktory jako jsou přítomnost jednoduchého nebo několikanásobného dielektrického rozhraní, tvarem metalizace nebo způsobem napájení. Při analýze těchto typů antén (ale i při analýze obecně) je třeba nalézt vyhovující poměr mezi složitostí použité metody a přesností získaného řešení pro splnění daného účelu. Pro účely analýzy mikropáskových antén bylo navrženo a rozpracováno mnoho metod. Analytické metody jsou, díky zjednodušujícím předpokladům, jednoduché a rychlé za cenu menší přesnosti výsledku, případně omezení třídy analyzovatelných antén. Numerické tzv. vlnové metody (*fullwave approach*) naopak strukturu analyzují bez zjednodušujících předpokladů a jsou v rámci implementace (daná např. způsobem výpočtu Greenových funkcí pro vrstvené prostředí a metodou řešení soustavy lineárních rovnic) dané metody přesné.

Modely použité k analýze mikropáskových patchových antén zabírají velkou škálu od těch nejjednodušších analytických jako jsou model vedení (*transmission line model, TLM*) a dutinový model (*cavity model*) přes segmentační techniky až po komplexní přístupy založené na formulaci diferenciálního nebo integrálního tvaru Maxwellových rovnic pro daný problém. Diferenciální tvar rovnic je vhodný nebo nezbytný pro analýzu struktur, kde se vyskytují konečné objemy vodičů a dielektrik s různými elektrickými a magnetickými parametry. Vyskytují-li se v analyzovaných strukturách rozlehlé (teoreticky nekonečné) dielektrické vrstvy

konečné tloušťky (jako je tomu u planárních obvodů a antén) bývá efektivnější použít integrální tvar Maxwellových rovnic. Ve formulaci integrálních modelů (*integral equation model*) existuje několik přístupů v závislosti na tom, zda je použita spektrální či prostorová oblast (*spectral* nebo *space domain*) formulace úlohy, zda jsou použity přímo intenzity polí elektrického resp. magnetického nebo potenciály. V každém případě jsou použitím integrálního případně diferenciálního tvaru rovnic uvažovány v řešení všechny vlnové efekty jako je vzájemná vazba mezi proudovými elementy, vyzařování elektromagnetických vln, vybuzení vln povrchových či unikajících. Tento přístup umožňuje popsat a analyzovat libovolně tvarované metalické povrchy ve vrstvených dielektrických prostředích bez zjednodušujících předpokladů, které jsou činěny v modelech analytických. Nejpoužívanějšími vlnovými technikami (*full-wave techniques*) pro řešení planárních struktur [19.14, str.158] jsou spektrální metoda (*spectral-domain full wave solution*), metoda integrální rovnice smíšených potenciálů (*mixed-potencial electric field integral equation, MPIE*) a metoda konečných diferencí v časové oblasti (*finite-difference time-domain, FDTD*).

#### 19.2.1 Model vedení

Použití původního modelu vedení (*TLM z angl. Transmission Line Model*) [19.9] k analýze mikropáskových "patchových" antén vychází z představy zářiče jako širokého úseku mikropáskového vedení délky přibližně  $L \sim \lambda g/2$  na daném substrátu. V základní půlvlnné rezonanci se rozložení intenzity elektrického pole nemění podél šířky W ani výšky h mikropáskové struktury, mění se pouze podél délky L podle funkce  $\cos(\pi x/L)$ . Vyzařování je připisováno hlavně rozptylovým polím na protilehlých okrajích patche podél rezonančního rozměru L (při použití principu ekvivalence pole), viz obr. 19.3a. Pole zde rozložíme vzhledem k zemní rovině na normálové a tečné složky. Normálové složky na okrajích jsou proti sobě fázově posunuty o 180° (protože patch má délku  $L \sim \lambda g/2$ ), a tudíž se jimi vytvořené pole ve vzdálené oblasti v příčném směru k povrchu substrátu vyruší. Tečné složky, paralelní k zemní rovině, jsou naopak ve fázi a pole jimi vytvořené je maximální v příčném směru. Vzhledem k podobnosti rozložení pole na okrajích struktury s polem v pravoúhlé štěrbině, může být patch reprezentován dvěma štěrbinami buzenými ve fázi (viz obr. 19.3 b) spojenými půlvlnným úsekem mikropáskového vedení, které má šířku W a charakteristickou admitanci  $Y_{ch}$ .



Obr. 19.3 a) Rozložení intenzity elektrického pole mezi patchem a zemní rovinou, b) umístění pomyslných vyzařujících štěrbin na protilehlých hranách patche podél rezonančního rozměru *L* 

Náhradní model antény pro případ koaxiálního napájení je uveden na obr.19.4. Vedení poměrné šířky W/h je zakončeno otevřenými konci, které jsou reprezentovány paralelními admitancemi

 $Y_s$ , jež představují admitance pomyslných štěrbin. Dielektrický substrát výšky *h* je homogenní s relativní permitivitou  $\varepsilon_r$  a ztrátovým činitelem  $tg\delta$ .



Obr. 19.4 Náhradní model koaxiálně napájeného pravoúhlého patche

Vstupní impedanci  $Z_{in}$  je vhodné určit jako převrácenou hodnotu vstupní admitance  $Y_{in}$ , kterou lze získat z náhradního schématu transformací admitancí štěrbin  $Y_s$  podél vedení o charakteristické admitanci  $Y_{ch}$  do napájecího bodu:

$$Y_{in} = Y_{ch} \left( \frac{Y_{ch} + jY_{\sharp} \operatorname{tg}(\beta L_1)}{Y_{\sharp} + jY_{ch} \operatorname{tg}(\beta L_1)} + \frac{Y_{ch} + jY_{\sharp} \operatorname{tg}(\beta L_2)}{Y_{\sharp} + jY_{ch} \operatorname{tg}(\beta L_2)} \right) + jX_f$$
(19.1a)

$$\beta = k_0 \sqrt{\varepsilon_{ef}} \tag{19.1b}$$

$$X_f \approx -\frac{Z_0 kh}{2\pi} \left[ \ln\left(\frac{kd}{4}\right) + 0,577 \right], \tag{19.1c}$$

kde délky  $L_1$  a  $L_2$  jsou vzdálenosti napájecího bodu k hranám struktury podél rozměru L,  $\beta$  je fázová konstanta šíření vedení o charakteristické impedanci  $Z_{ch}$ ,  $X_f$  je reaktance napájecí sondy koaxiálního vedení o průměru d. Hlavním bodem při modelování mikropáskové antény přenosovým vedením je tedy reprezentace otevřeného konce vedení paralelní admitancí  $Y_s$  [viz např. 19.18], jejíž reálná část  $G_s$  vyjadřuje vyzařovací ztráty a imaginární část  $B_s$  energii akumulovanou v části vedení dl (obr. 19.3a), o něž je fyzická délka zářiče L zdánlivě větší v důsledku rozptylového pole na hraně.

$$G_{\tilde{s}} = \begin{cases} \frac{1}{90} \left(\frac{W}{\lambda_0}\right)^2 & W \ll \lambda_0, \frac{h}{\lambda_0} \ll \frac{1}{10} \\ \frac{1}{120} \left(\frac{W}{\lambda_0}\right) & W \gg \lambda_0, \frac{h}{\lambda_0} \ll \frac{1}{10} \end{cases}$$
(19.2)

206

$$B_{s} = \frac{W}{120\lambda_{0}} \left( 1 - 0,636\ln(k_{0}h) \right) \quad pro \quad \frac{h}{\lambda_{0}} << \frac{1}{10}$$
(19.3)

Pro výpočet charakteristické impedance  $Z_{ch}$  mikropáskového vedení a efektivní permitivity  $\epsilon_{ef}$  je použit plošný vlnovodový model vedení, jehož horní a spodní stěny jsou elektrické a postranní stěny magnetické (intenzita elektrického pole je k nim tečná a nemá normálovou složku k této stěně). Vlnovod má výšku h (jako původní mikropáskové vedení), šířku  $W_{ef}$  větší než je fyzická šířka patche v důsledku rozptylového pole podél vedení a efektivní permitivitu  $\varepsilon_{ef}$  menší než  $\varepsilon_r$ . Výše uvedené veličiny lze vyjádřit podle [19.18] takto

$$Z_{ch} = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} \ln\left[\frac{8h}{W} + \frac{W}{4h}\right] & \frac{W}{h} \le 1\\ \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}\left[\frac{W}{h} + 1,393 + 0,667\ln\left(\frac{W}{h} + 1,444\right)\right]} & \frac{W}{h} \ge 1 \end{cases}$$
(19.4)

$$\sum_{ef} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 10 \cdot \frac{h}{W} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad \frac{W}{h} > 1$$

$$(19.5)$$

je efektivní permitivita  $\epsilon_{ef}$  substrátu. V tomto jednoduchém modelu vedení není potřeba uvažovat cca do 5 GHz její frekvenční závislost. Zdánlivé prodloužení *dl* rezonanční délky *L* dané rozptylovým polem a celkovou elektrickou délku  $L_{ef}$  je možné vyjádřit následovně

$$dl = 0,412h \frac{\left(\varepsilon_{ef} + 0,3\right) \left(\frac{W}{h} + 0,264\right)}{\left(\varepsilon_{ef} - 0,258\right) \left(\frac{W}{h} + 0,8\right)}$$
(19.6)  
$$|L_{ef} = L + 2dl$$
(19.7)

Pro konkrétní návrh zářiče je třeba určit rozměry L a W zářiče. Rezonanční rozměr L se určí z podmínky pro půlvlnnou rezonanci a šířka zářiče W ze vztahů

$$L = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_{ef}} f_r} - 2dl$$
(19.8)

$$W = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}f_r}\sqrt{\frac{2}{\varepsilon_r+1}}$$
(19.9)

Model vedení platí za určitých zjednodušujících předpokladů (k vyzařování dochází jen dvou protilehlých hranách antény, je zanedbána vzájemná vazba mezi štěrbinami, nejsou uvažovány ztráty na vedení, frekvenční závislost efektivní permitivity...), z nichž plyne jeho omezená přesnost. Tyto nedostatky má však původní jednoduchý TLM model, přesnost jeho dokonalejší varianty (ITLM - improved TLM Van de Capelleho, [19.15, str. 538]) je porovnatelná s ostatními, složitějšími metodami. Výhodou obou modelů jsou však analytické vztahy získané pro

všechny parametry antény. Zdokonalený model vedení dokonce zahrnuje vztahy pro vzájemnou vazbu mezi jednotlivými vyzařovacími prvky. Neobsahuje však vliv povrchových vln, a proto je jeho použití omezeno na anténní konfigurace, kde je vybuzení povrchových vln zanedbatelné, tj. na substráty s malou tloušťkou (h <<) a nízkou relativní permitivitou.

#### 19.2.2 Dutinový model

Jednou z dalších představ činnosti mikropáskové patch antény je dvoudeskový vlnovod s otevřenými konci, kde budeme sledovat odraz vln (obr. 19.5) [19.21].



Obr. 19.5 Otevřený dvoudeskový vlnovod jako náhrada otevřeného konce mikropáskového vedení

Činitel odrazu v obr.19.5 je možné zapsat ve tvaru

$$R = \left| \Gamma \right| \exp\left(-j\Phi\right) \tag{19.10}$$

kde modul Γ a hlavně fáze Φ jsou složitými funkcemi výšky substrátu, jeho permitivity a vlnové délky. Je však možné zavést radikální zjednodušení, uvědomíme-li si, že deskový vlnovod s otevřeným koncem bude mít velmi vysokou impedanci. Jelikož platí vztah  $\mathbb{Z}_v = \mathbb{E}/\mathbb{H}$ , musí pro  $Z \to \infty$  být  $H \to 0$ . Taková okrajová podmínka je známá jako dokonalá magnetická stěna (PMC<sup>1</sup>).



Obr. 19.6 Mikropásková patchová anténa s naznačenými okrajovými podmínkami

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Perfect Magnetic Conductor

Na mikropáskovou anténu se můžeme tedy dívat jako na dutinu (cavity model) s okrajovými podmínkami podle obr. 19.6. Magnetická stěna (vysokoimpedanční podmínka) značí, že elektrické pole bude mít na hranici antény maximum, zatímco pole magnetické minimum. Nyní provedeme několik zjednodušujících kroků, anténu budeme prozatím uvažovat bez buzení.

 aproximujeme okrajovou podmínku na svislých stěnách dokonalou magnetickou stěnou (PMC), zkratem pro magnetické pole.

Horní a spodní vodič považujeme za dokonale vodivé, nahradíme je dokonalou elektrickou stěnou (PEC<sup>2</sup>). Matematicky vyjádřeno

 $\mathbf{E} \times \mathbf{n} = 0$ , tj.  $E_t = 0$  a  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{n} = 0$ , tj.  $H_n = 0$  na elektrické stěně  $\mathbf{H} \times \mathbf{n} = 0$ , tj.  $H_t = 0$  a  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{n} = 0$ , tj.  $E_n = 0$  na magnetické stěně, kde

 $\mathbf{n}$  je normálový vektor k příslušné stěně. Tudíž první aproximací mikropáskové antény je uzavřená 3D dutina, schopná vybudit nekonečné množství rezonančních módů různých frekvencí

Výška mikropáskové antény (a tedy i dutiny) je velmi malá ve srovnání s vlnovou délkou (typicky do N10), takže lze zanedbat změny pole ve směru osy z. Můžeme tedy položit E<sub>x</sub> = E<sub>y</sub> = H<sub>z</sub> = 0. Nenulové složky pole v dutině budou E<sub>z</sub>, H<sub>x</sub>, H<sub>y</sub>. Tímto krokem jsme z výpočtu vyřadili závislost na výšce a problém se tak redukuje na dvourozměrný. Magnetické pole má pouze transverzální (příčné) složky x a y, tudíž pole má charakter TM módů<sup>3</sup>.

Původní vektorová rovnice pro výpočet pole v popsané dutině se nám díky kroku 2 zredukovala na skalární Helmholzovu vlnovou rovnici pro složku  $E_z$  (složky  $H_x$  a  $H_y$  dále vypočteme z  $E_z$ , podobně jako se postupuje při řešení vlnovodů):

$$\left(\Delta_t + k_n^2\right) E_{z,n} = 0$$
 na oblasti  $\Omega$  (19.11)

s hraniční podmínkou PMC  $\frac{\partial E_{z,n}}{\partial n} = 0$  na hranici  $\partial \Omega$  (viz. obr. 19.7), kde  $\Delta_t$  je příčný operátor

 $\Delta_t = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right), \ k_n^2 \text{ jsou vlastní čísla a } E_{z,n} \text{ vlastní funkce (tzv. módy elektromagnetického$ 

pole). Okrajová podmínka  $\frac{\partial E_{z,n}}{\partial n} = 0$  se také nazývá Neumannova, derivace je podle vnější normály *n* (obr. 19.7). Úkolem je najít takové funkce  $E_{z,n}$  a čísla  $k_n^2$ , aby byla rovnice (19.11)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Perfect Electric Conductor

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Pole je duální k TE módům v kovového vlnovodu, se stejným průřezem jako má daná mikropásková anténa. V důsledku známe pro běžné tvary antén charakter pole z teorie vlnovodů

splněna. Analytický výpočet např. metodou separace proměnných lze provést pouze u tzv. kanonických tvarů (obdélník, trojúhelník, kruh, elipsa) oblasti  $\Omega$ .



Obr. 19.7. Znázornění oblasti  $\Omega$  na níž je definována dvourozměrná Helmholzova vlnová rovnice

Význam vlastních funkcí a vlastních čísel si vysvětlíme na příkladu upnuté struny (např. na kytaře). Formálně tam platí stejná vlnová rovnice, jako (19.11), přepíšeme ji do jednorozměrného tvaru. Vlnová rovnice pro výchylku struny u(y) má tedy tvar

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_n^2\right) u_n = 0 \text{ s okrajovou podmínkou } u_n = 0.$$
(19.12)

Budeme uvažovat strunu délky L a s upnutím struny se vypořádáme tzv. Dirichletovou okrajovou podmínkou  $u_n = 0$  pro x = -L/2 a x = L/2. Řešení této rovnice je dobře známé a vede opět na nekonečnou množinu vlastních funkcí (tzv. módů), které popisují tvary struny na jednotlivých rezonancích (obr. 19.8).



Obr. 19.8 První 4 vlastní kmity upnuté struny

Rezonanční kmitočty příslušných vlastních kmitů se stanoví z vlastních čísel a podmínky

$$k_n^2 = k^2$$
, kde  $k^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 = \frac{4\pi^2 f^2}{c^2}$  (19.13)

Takže rezonanční kmitočty struny  $f_n$  vypočteme podle

$$f_n = \frac{k_n c}{2\pi}$$
, kde *c* je rychlost šíření zvuku. (19.14)

V tomto elementárním případě kmitající upevněné struny lze vlastní funkce a vlastní čísla splňující (19.12) stanovit v uzavřeném tvaru

$$u_n(y) = \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) a k_n^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$$
(19.15)

Vraťme se zpět k mikropáskovým anténám. Viděli jsme, že u dutinového modelu je jistá analogie s mechanickými kmity struny či bubínku. Rozdíl je pouze v okrajové podmínce, elektrické pole má díky magnetické stěně na okraji antény maximum (kmitnu). Rozepišme znovu rovnici (19.11)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_n^2\right) E_{z,n}(x, y) = 0, \quad \frac{\partial E_{z,n}(x, y)}{\partial n} = 0$$
(19.16)

Vlastní funkce odpovídající rozložení  $E_z$  v dutině a vlastní čísla jsou pro běžné tvary tabelovány, je možné je nalézt např. v [19.22], [19.23]. Pro ostatní (nekanonické) geometrie je nutno rovnici (19.16) řešit numericky, např. pomocí PDE toolboxu v Matlabu. Rezonanční frekvence dostaneme podobně jako u mechanického problému struny (19.13), (19.14), musíme si však uvědomit, že délka vlny je ovlivněna také permitivitou a permeabilitou substrátu. Analogicky

$$k_n^2 = k^2$$
, kde  $k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon = 4\pi^2 f^2 \mu \varepsilon$  (19.17)

a rezonanční kmitočty  $f_n$  vypočteme

$$f_n = \frac{k_n \cdot c_0}{2\pi \sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}, \text{ kde } c_0 \text{ je rychlost světla.}$$
(19.18)

Předchozí úvahy dávaly odpověď jaké možné módy elektrického pole a s jakou rezonanční frekvencí se mohou v dané struktuře budit. Nyní je potřeba do rovnice (19.16) zavést buzení, vnutit do struktury elektrický proud, a stanovit chování antény. Budeme uvažovat, že budící proud má směr pouze do osy z, tak jak je tomu u napájení koaxiální sondou či mikropáskovým vedením na hraně antény. Rovnice (19.16) bude pak mít nenulovou pravou stranu respektující vnucenou proudovou hustotu  $J_z(x_0y_0)$ . V dalším textu vynecháme pro přehlednost symbol t u operátoru  $\Delta$  a rovněž budeme značit  $J_z(x_0y_0)=J_z$  a  $E_{z,n}(x,y)=E_{z,n}$ . Budeme se tedy zabývat řešením následující nehomogenní parciální diferenciální rovnice:

$$\left(\Delta + k_n^2\right) E_{z,n} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_n^2\right) E_{z,n} = j\omega\mu_0 J_z$$
(19.19)

Řešení je možné provést pomocí tzv. modální expanze<sup>4</sup> (Fourierova metoda). Ukážeme nyní odvození pro výsledné elektrické pole  $E_z$  se započtením napájení antény. Budeme předpokládat, že výsledné pole je superpozicí teoreticky nekonečného množství vybuditelných módů ve tvaru

$$E_{z}(x,y) = \sum_{n} A_{n} E_{z,n}$$
(19.20)

Činitele  $A_n$  jsou tzv. modální koeficienty udávající amplitudy jednotlivých módů. Pozice napájecího bodu ovlivní právě velikost těchto koeficientů - podle toho, jestli máme napájecí bod (vnucenou hustotu  $J_z$ ) v místě např. maxima či minima pole daného módu<sup>5</sup>. V jednom z dalších kroků budeme potřebovat rovnici platnou pro vlastní módy

$$\Delta E_{z,n} = -k_n^2 E_{z,n} \tag{19.21}$$

Dosazením očekávaného řešení (19.20) do (19.19) máme

$$\sum_{n} A_{n} \Delta E_{z,n} + k^{2} \sum_{n} A_{n} E_{z,n} = j \omega \mu_{0} J_{z}$$
(19.22)

Nyní použijeme rovnici (19.21) a dostaneme

$$\sum_{n} A_{n} \left( k^{2} - k_{n}^{2} \right) E_{z,n} = j \omega \mu_{0} J_{z}$$
(19.23)

Pro jednodušší zápis si nadefinujme skalární součin dvou funkcí f a g

$$\langle f,g \rangle = \int_{S} f \cdot g^* dS$$
 (19.24)

Skalární součin aplikovaný na obě strany (19.24) dá

$$A_n \left(k^2 - k_n^2\right) \left\langle E_{z,n}, E_{z,n}^* \right\rangle = \left\langle j \omega \mu_0 J_z, E_{z,n}^* \right\rangle$$
(19.25)

a z toho hledané modální koeficienty  $A_n$ 

$$A_{n} = \frac{\left\langle j\omega\mu_{0}J_{z}, E_{z,n}^{*}\right\rangle}{\left\langle E_{z,n}, E_{z,n}^{*}\right\rangle} \frac{1}{\left(k^{2} - k_{n}^{2}\right)} = \frac{j\omega\mu_{0}}{\left(k^{2} - k_{n}^{2}\right)} \frac{\left\langle J_{z}, E_{z,n}^{*}\right\rangle}{\left\langle E_{z,n}, E_{z,n}^{*}\right\rangle}$$
(19.26)

Dosazením (19.26) do (19.20) dostaneme výsledné pole v dutině

$$E_{z}(x,y) = \sum_{n} A_{n} E_{z,n}(x,y) = j\omega\mu_{0} \sum_{n} \frac{\left\langle J_{z}(x_{0},y_{0}), E_{z,n}^{*}(x,y) \right\rangle}{\left\langle E_{z,n}(x,y), E_{z,n}^{*}(x,y) \right\rangle} \frac{1}{\left(k^{2} - k_{n}^{2}\right)} E_{z,n}(x,y)$$
(19.27)

Přítomnost pravé strany v (19.19) vyjadřující buzení tedy způsobila, že výsledné pole v oblasti dutiny je dáno superpozicí teoreticky nekonečného množství vlastních módů. Pro naše účely lze

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Expansion in resonant modes

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Situace je velmi podobná případu "struny na kytaře". Pokud strunu vybudíme (např. trsátkem) přesně uprostřed, podle obr. 19.8 se vybudí pouze liché módy 1,3,5,.., které tam mají maximum. Výsledný tvar kmitů struny bude dán superpozicí těchto lichých módů

však problém ještě dále zjednodušit. Jmenovatel  $(k^2 - k_n^2)$  totiž nabývá minima právě tehdy, když je frekvence budicího proudu rovna jedné z rezonančních frekvencí antény, řekněme kupř. *m*-té v pořadí. Pak je nenulový jen příslušný činitel  $A_m$  a můžeme oprávněně předpokládat, že rozložení pole je dominantně dáno jen jedním příslušným módem s pořadovým číslem *m*.

Další zjednodušení plyne z náhrady budicí proudové hustoty  $J_z$  Diracovým impulsem  $J_z = \delta(x - x_0, y - y_0)$ . Integrál v čitateli (19.27) pak přejde na hodnotu elektrického pole v daném bodě  $\langle E_{z,n}(x,y), \delta(x - x_0, y - y_0) \rangle = E_{z,n}(x_0, y_0)$ . Pokud však chceme dostat přesné výsledky (zejména vstupní impedance - viz dále), je nutno rozložení proudové hustoty modelovat realističtěji – např. Maxwellovým rozložením proudu apod.

Vraťme se ještě zpět k činiteli ve jmenovateli  $(k^2 - k_n^2)$ . Podle definice vlnového čísla k (19.17) by při rezonanci  $(k^2 - k_n^2) = 0$  nabýval daný činitel  $A_n$  nekonečné hodnoty. Tomu lze předejít zavedením tzv. efektivní permitivity, uvažující efektivní ztrátový činitel tg $\delta_{eff}$ ,  $k^2 = k_0^2 \varepsilon_r (1 - j \text{ tg } \delta_{eff})$ . Tento činitel obsahuje zahrnuté ztráty v kovu, dielektriku a především ztráty způsobené vyzařováním<sup>6</sup>.

S pomocí dutinového modelu ještě odvodíme vstupní impedanci v bodě  $(x_0,y_0)$  mikropáskové antény se substrátem výšky *h*. Vstupní výkon v napájecím bodě je

$$P_{in}(x_{0}, y_{0}) = -j\omega\mu_{0}\frac{1}{2}h\int_{S}E_{z}(x, y)J_{z}(x_{0}, y_{0})dS =$$

$$= -j\omega\mu_{0}\frac{1}{2}h\sum_{n}\int_{S}A_{n}E_{z,n}(x, y)J_{z}(x_{0}, y_{0})dS =$$

$$= -j\omega\mu_{0}\frac{1}{2}h\sum_{n}A_{n}\left\langle E_{z}(x, y), J_{z}(x_{0}, y_{0})\right\rangle =$$

$$= -j\omega\mu_{0}\frac{1}{2}h\sum_{n}\frac{\left\langle E_{z,n}(x, y), J_{z}(x_{0}, y_{0})\right\rangle^{2}}{\left\langle E_{z,n}(x, y), E_{z,n}(x, y)\right\rangle}\frac{1}{(k_{0}^{2}\varepsilon_{r}(1-j\operatorname{tg}\delta_{eff})-k_{n}^{2})}$$
(19.28)

Vzhledem k tomu, že

$$P_{in}(x_0, y_0) = \frac{1}{2} Z_{in}(x_0, y_0) \left| I_{in} \right|^2$$
(19.29)

a za předpokladu I<sub>in</sub>=1A, je výsledný vztah pro vstupní impedanci

$$Z_{in}(x_{0}, y_{0}) = 2P_{in}(x_{0}, y_{0}) =$$

$$= -j\omega\mu_{0}h\sum_{n}\frac{\langle E_{z,n}(x, y), J_{z}(x_{0}, y_{0})\rangle^{2}}{\langle E_{z,n}(x, y), E_{z,n}(x, y)\rangle}\frac{1}{\left(k_{0}^{2}\varepsilon_{r}(1-j \operatorname{tg} \delta_{eff})-k_{n}^{2}\right)}$$
(19.30)

<sup>6</sup> Které jsou odlišné pro každý mód a je velmi obtížné je kvantifikovat

#### Obdélníková mikropásková patch anténa

V dalším se budeme zabývat obdélníkovou patch anténou rozměrů LxW (obr. 19.9), která je pro pochopení činnosti nejdůležitější.



Obr. 19.9 Obdélníková mikropásková anténa

Vlnová rovnice (19.16) je separovatelná v kartézské soustavě; to znamená, že lze kmity uvažovat nezávisle podél osy x a y. Vlastní funkce je pak dána součinem vlastních funkcí podél jednotlivých os. Normalizované vlastní funkce a vlastní čísla jsou známy v uzavřené formě

$$E_{z,mn}(x,y) = \sqrt{\frac{\kappa_m \kappa_n}{L \cdot W}} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{W}\right), \ k_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{W}\right)^2$$
(19.31)

kde  $\kappa_p = 1$  pro p = 0 a  $\kappa_p = 2$  pro  $p \neq 0$ .

Díky separovatelnosti již nepíšeme jen jeden obecný index, ale můžeme být přesnější a indexem *m* vyjádřit kmity podél osy *x* a indexem *n* kmity podél osy *y*. Z akustické analogie si toto řešení vlnové rovnice můžeme představit jako kmity obdélníkového bubínku s *neupevněnými* okraji. Jako napájení budeme uvažovat koaxiální přívod poloměru *r*, který budeme modelovat jako malý proužek o efektivní šířce  $W_p$  ve směru osy *y* (obr. 19.10) a s efektivním proudem  $J_z = I_0 / W_p$  pro  $y \in (y_0 - W_p / 2, y_0 + W_p / 2)$ . Šířka se volí  $W_p = r e^{3/2}$ .



Obr. 19.10 Náhrada vnitřního koaxiálního vodiče páskem

Pro elektrické pole v dutině dostaneme podle (19.27)

$$E_{z}(x,y) = j\omega\mu_{0}I_{0}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{G_{mn}}{k_{0}^{2}\varepsilon_{r}(1-j\,\mathrm{tg}\,\delta_{eff}) - k_{mn}^{2}}E_{z,mn}(x,y)$$
(19.32)

kde  $G_{mn} = \langle J_z(x_0, y_0), E_{z,mn}^*(x, y) \rangle = \sqrt{\frac{\kappa_m \kappa_n}{L \cdot W}} \cos\left(\frac{m\pi x_0}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi y_0}{W}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{n\pi W_p}{2W}\right)$ . Tento člen je

odpovědný za konvergenci řady v (19.32). Dosazením  $G_{mn}$  do (19.32) dostaneme přehlednější vztah

$$E_{z}(x,y) = \frac{j\omega\mu_{0}I_{0}}{L\cdot W} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{m\pi x_{0}}{L}\right)\cos\left(\frac{n\pi y_{0}}{W}\right)\cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{W}\right)}{k_{0}^{2}\varepsilon_{r}(1-j\operatorname{tg}\delta_{eff})-k_{mn}^{2}}$$
(19.33)
$$=\operatorname{sinc}\left(\frac{n\pi W_{p}}{2W}\right)\kappa_{m}\kappa_{n}$$

Magnetické pole (o němž již víme, že bude mít složky x a y lze získat) aplikací Maxwellovy rovnice

$$\mathbf{H} = \frac{1}{j\omega\mu_0} \mathbf{z}_0 \times \nabla E_z = \frac{1}{j\omega\mu_0} \mathbf{z}_0 \times \operatorname{grad} E_z$$
(19.34)

Povrchovou elektrickou proudovou hustotu tekoucí po povrchu patche získáme snadno z magnetického pole, neboť  $\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$ , kde **n** je vnější normála k povrchu antény. Z (19.34) je patrné, že povrchová hustota elektrického proudu je úměrná gradientu elektrického pole v dutině,  $\mathbf{J} \sim E_z$ . První 4 módy obdélníkové mikropáskové patch antény rozměrů L=100mm, W=50mm můžeme vidět na obr. 19.11 (seřazeny podle rezonanční frekvence). Podle (19.31) má elektrické pole  $E_z$  kosinový průběh, kdežto průběh povrchové proudové hustoty je sinový.



Obr. 19.11 První 4 módy obdélníkové mikropáskové patch antény. Intenzita elektrického pole  $E_z$ (horní řada) a povrchová proudová hustota J (spodní řada)

Vstupní impedance obdélníkové mikropáskové patch antény je dána vztahem

$$Z_{in}(x_{0}, y_{0}) = -j\omega\mu_{0}h\sum_{m}\sum_{n}\frac{\left\langle E_{z,n}(x, y), J_{z}(x_{0}, y_{0})\right\rangle^{2}}{\left\langle E_{z,n}(x, y), E_{z,n}(x, y)\right\rangle}\frac{1}{\left(k_{0}^{2}\varepsilon_{r}(1-j\operatorname{tg}\delta_{eff})-k_{n}^{2}\right)} = -\frac{j\omega\mu_{0}h}{L\cdot W}\sum_{m}\sum_{n}\frac{\cos^{2}\left(\frac{m\pi x_{0}}{L}\right)\cos^{2}\left(\frac{n\pi y_{0}}{W}\right)\operatorname{sinc}^{2}\left(\frac{n\pi W_{p}}{2}\right)\kappa_{m}\kappa_{n}}{\left(k_{0}^{2}\varepsilon_{r}(1-j\operatorname{tg}\delta_{eff})-k_{n}^{2}\right)}$$
(19.35)

V praktickém výpočtu je třeba experimentálně omezit počet členů řady, až se vstupní impedance v daném frekvenčním pásmu nebude výrazněji měnit. Členy v této řadě lze identifikovat jako příspěvky jednotlivých módů dutiny a sestavit náhradní obvodový model platný v okolí základního rezonančního módu  $TM_{10}$  (obr. 19.12).



Obr. 19.12 Náhradní obvodový model pro obdélníkovou patch anténu v okolí první rezonance

V tomto modelu člen (0,0) s  $k_{00}=0$  reprezentuje statickou kapacitu mikropásku proti zemi s paralelním odporem  $R_{00}$  zohledňujícím ztráty v dielektriku. Další člen (1,0) již reprezentuje první rezonanční mód patche TM<sub>10</sub> s náhradním obvodem ve tvaru paralelní kombinace R-L-C. Podobně člen (0,1) je náhradní obvod dalšího módu TM<sub>01</sub>. Další vyšší módy jsou pro chování v okolí základního módu již prakticky nepodstatné a jsou "ukryty" do indukčnosti *L*.

Jako příklad výpočtu vstupní impedance s využitím dutinového modelu byla vypočtena vstupní impedance mikropáskové čtvercové antény rozměrů L=50mm, W=50mm s koaxiálním napáječem v bodě ( $x_0$ =20mm,  $y_0$ =5mm). Substrát s výškou h=1mm měl parametry  $\varepsilon_r$  = 3,2 a  $tg\delta$  = 0,01. Jako model budicího proudu byl použit Diracův impuls a počet členů řady omezen na 40. Ukázalo se, že pro uspokojivou shodu s výsledky simulace profesionálním EM simulátorem, bylo třeba zvětšit ztrátový činitel přibližně 2x (ztráty vyzařováním). Srovnání je na obr. 19.13.



Obr. 19.13 Vstupní impedance - dutinový model (40 módů) a komerční MoM simulátor

Základní rezonanční mód TM<sub>10</sub> (m=1, n=0) je v praxi nejčastěji používaným z důvodu příčného vyzařovacího diagramu a vysoké vyzařovací účinnosti. Z rovnice (19.31) je patrné, že se rozložení pole mění jen podél osy x (rozměru L, viz. obr. 19.9, 19.11), kdežto podél rozměru W je pole konstantní. Dosazením (m=1, n=0) do (19.31) je

$$E_{z,10}(x) = \sqrt{\frac{1}{LW}} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right), \ k_{10}^2 = \frac{\pi^2}{L^2}$$
(19.36)

a rezonanční frekvence

$$f_{10} = \frac{c \cdot \pi}{2L\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} \tag{19.37}$$

Je patrné, že této první rezonance se dosahuje při délce patche  $L \sim N2$ .

#### 19.2.3 Vyzářené pole

Pro směrové charakteristiky patche je možno odvodit analytické vztahy pomocí *principu* ekvivalence pole (Field Equivalence Principle: Huygens ' Principle) [19.18]. Podle něj lze boční stěny, představující úzké apertury (štěrbiny), považovat za plochu, odkud dochází k vyzařování. Na bočních stěnách dutinového modelu patche lze definovat pomocí tohoto principu ekvivalentní proudové hustoty (viz obr. 19.14).


Obr. 19.14 Ekvivalentní proudové hustoty na bočních stěnách pravoúhlého patche

Na horní stěně je náhradní elektrická proudová hustota  $J^t$ , (vzhledem k přítomnosti zbytkového elektrického pole nad vodivým motivem zářiče), na bočních stěnách jsou náhradní elektrická proudová hustota  $J^{\delta}$  a náhradní magnetická proudová hustota  $M^{\delta}$ , (v prostoru mezi motivem a zemní rovinou jsou přítomny obě složky pole), které lze získat ze vztahů

$$\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{\tilde{s}} \tag{19.38}$$

$$\mathbf{M}^{3} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{3} \tag{19.39}$$

kde  $\mathbf{E}^{\tilde{s}}$  a  $\mathbf{H}^{\tilde{s}}$  představují vektory elektrické a magnetické intenzity pole ve štěrbinách. Vzhledem k malému poměru výšky ku šířce W/h u mikropáskových antén lze náhradní proudovou hustotu  $\mathbf{J}^{t}$  považovat za zanedbatelnou a položit rovnou nule. Tečná složka magnetického pole podél hran antény (bočních stěn dutiny) je též zanedbatelná tudíž odpovídající náhradní proudovou hustotu  $\mathbf{J}^{\tilde{s}}$  lze opět položit rovnu nule. Tedy jedinou nenulovou proudovou hustotou je náhradní magnetická proudová hustota  $\mathbf{M}^{\tilde{s}}$  podél bočního obvodu dutiny, vyzařující v přítomnosti zemní roviny. Vliv přítomnosti zemní roviny lze vzít v úvahu zdvojnásobením náhradní proudové hustoty lze pak určit ze vztahu

$$\mathbf{M}^{\check{s}} = -2\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{\check{s}} \tag{19.40}$$

Rozložení náhradní magnetické proudové hustoty na bočních hranách pravoúhlého motivu (*patche*) je pro základní módy  $TM_{01}$  a  $TM_{10}$  znázorněno na obr. 19.17a (označení TM je dáno přítomností pouze příčných složek  $H_x$ ,  $H_y$  magnetického pole v prostoru mezi motivem zářiče a

zemní rovinou). Rozložení elektrického pole a magnetické proudové hustoty je pro mód  $TM_{10}$  detailně zobrazeno na obr. 19.17b. Lze ukázat, že přestože existují čtyři zdrojové oblasti odpovídající bočním stěnám, na vyzařování se podílejí převážně pouze dvě z nich a jsou označovány jako vyzařující štěrbiny. Klasifikace štěrbin na vyzařující a nevyzařující je určena rozložením pole podél štěrbiny. Vyzařující štěrbina (podél rozměru W) má pole podél své délky téměř konstantní, zatímco rozložení pole nevyzařující štěrbiny (podél rozměru L) má průběh podle funkce cos a jeho příspěvky ke vzdálenému poli se při integraci vzájemně ruší. Zbylé dvě štěrbiny, oddělené šířkou patche W, se sice též podílejí na vyzařování, ale vzhledem k opačné orientaci proudů podél štěrbin, se jejich účinek v hlavních rovinách ruší. Jsou označovány jako nevyzařující. Vektor elektrického pole se na hranách antény snaží být stále kolmý ke kovovým plochám – zemní rovině a ploše patche. Díky tomu se na hranách mění orientace vektoru E a kromě původně jen normálové složky  $E_z$  vzniká tzv. rozptylové pole s tečnými složkami  $E_x$  a  $E_y$  přesahující fyzické rozměry antény. Jeho rozložení dává intuitivní představu o vyzařování prostřednictvím uvedených vyzařujících a nevyzařujících štěrbin (obr. 19.15-19.18).



Obr. 19.15 Rozložení pole základního módu TM<sub>10</sub> a znázornění náhradních magnetických proudových hustot







Obr. 19.17 Znázornění magnetických proudových hustot na obvodu dutiny pravoúhlého tvaru (a), detail pro TM<sub>10</sub> (b)





Vyzářené pole lze pak určit pomocí vektorového potenciálu z náhradních povrchových hustot proudů. Použijeme-li Greenovu funkci pro volný prostor  $\frac{e^{-jk_0\mathbf{r}}}{\mathbf{r}}$  charakterizující šíření kulové vlny z elementárního zdroje vyzařování, pak elektrický vektorový potenciál  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  v libovolném bodě, jehož zdrojem je magnetická proudová hustota  $\mathbf{M}(\mathbf{r'})$ , je dán vztahem

$$\mathbf{F}(r) = \frac{\varepsilon_0 h}{4\pi} \oint_l \mathbf{M}(\mathbf{r}') \frac{e^{-j \cdot k_0 \cdot R}}{R} dl$$

$$= \frac{\varepsilon_0 h}{4\pi} \oint_l \mathbf{M}(x', y') \frac{e^{-j \cdot k_0 \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} dl$$
(19.41)

kde integrace se provádí po obvodu patche,  $\mathbf{r}$  je vektor z počátku souřadného systému do místa výpočtu pole,  $\mathbf{r'}$  je vektor z počátku souřadného systému do místa působícího zdroje, viz obr. 19.19.



Obr. 19.19 Poloha patchové antény ve sférickém souřadném systému

Vliv přítomnosti zemní roviny lze do výpočtu zahrnout přesněji, místo činitele 2 ve vztahu

$$\mathbf{M}^{\check{s}} = -2\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{\check{s}} \text{ je lépe uvažovat koeficient } 2\cos\left(\frac{k_0 h \cos\theta}{2}\right).$$

Složky intenzity elektrického pole ve vzdálené oblasti jsou dáno vztahy [19.15]

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{F}(\mathbf{r}) \tag{19.42}$$

$$E_{\varphi} = Z_0 H_{\varphi} = jk_0 A_{\varphi} = jk_0 \left(-A_x \sin \varphi + A_y \cos \varphi\right)$$
(19.43)

$$E_{\varphi} = -Z_0 H_{\vartheta} = -jk_0 A_{\vartheta} = -jk_0 \left(A_x \cos \vartheta \cos \varphi + A_y \cos \vartheta \sin \varphi\right)$$
(19.44)

Pro základní roviny (*E* resp. *H* rovinu) lze intenzitu elektrického pole od dvojice vyzařujících štěrbin odvodit [19.18] pro malé výšky substrátu ( $k_0h \ll 1$ ) ve tvaru

$$E_{\varphi} = j \frac{k_0 W U_0 e^{-jkr}}{\pi r} \frac{\sin\left(k_0 \frac{h}{2}\cos(\varphi)\right)}{k_0 \frac{h}{2}\cos(\varphi)} \cos\left(k_0 \frac{L}{2}\sin(\varphi)\right), \text{ resp.}$$
(19.45)

$$E_{\varphi} = j \frac{k_0 W U_0 e^{-jkr}}{\pi r} \cos(\vartheta) \frac{\sin\left(k_0 \frac{h}{2}\cos(\vartheta)\right)}{k_0 \frac{h}{2}\cos(\vartheta)} \frac{\sin\left(k_0 \frac{W}{2}\cos(\vartheta)\right)}{k_0 \frac{W}{2}\cos(\vartheta)}$$
(19.46)

kde  $U_0 = hE_a$  je napětí ve štěrbině.



Další metodou pro výpočet záření obecné mikropáskové antény je použít jako zdroj záření elektrický proud  $J_x(x', y'), J_y(x', y')^7$  tekoucí po povrchu patche. Stanovíme ho ze vztahu

$$\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{j\omega\mu_0} \mathbf{z}_0 \times \nabla E_z = \frac{1}{j\omega\mu_0} \mathbf{z}_0 \times \operatorname{grad} E_z$$
(19.47)

Dále se postupuje analogicky pomocí magnetického vektorového potenciálu, ze kterého pak vypočteme vyzařované pole [19.23]. V následujícím vztahu se integruje po celé ploše antény:

$$\mathbf{A}(x,y) = \frac{\mu}{4\pi} \iint_{S} \mathbf{J}(x',y') \frac{\mathrm{e}^{-jkR}}{R} \mathrm{d}S, \quad R = |r-r'| = \sqrt{(x-x')^{2} + (y-y')^{2} + z^{2}}$$
(19.48)

Zahrnutí vlivu zemní roviny je však obtížnější než při výpočtu z magnetických proudů.

#### 19.2.4 Model s integrálním tvarem Maxwellových rovnic – momentová metoda

K matematickému popisu mikropáskové antény ve vrstvenném dielektrickém prostředí lze v prostorové oblasti (*space domain*) použít integrální tvar Maxwellových rovnic pro elektrické či magnetické pole (*Electric/Magnetic Field Integral Equation*, zkr. *EFIE* resp. *MFIE*) nebo integrální tvar rovnic pro oba potenciály (*Mixed Potencial Integral Equation*, zkr. *MPIE*). Rovnice *MPIE* může být rovněž zformulována ve spektrální oblasti (*spectral domain*), jejíž řešení je sice pro numerickou implementaci jednodušší než formulace v prostorové oblasti, avšak výpočet je časově náročnější. Popišme si v následujícím výkladu odvození *MPIE* v prostorové oblasti pro vodivou plošku umístěnou na homogenní izotropní nemagnetické dielektrické vrstvě, pod kterou je umístěna rozlehlá (teoreticky nekonečná) zemní rovina. Na plošku dopadá rovinná elektromagnetická vlna. V praxi, kdy je anténa napájena vedením, je získaná rovnice módifikována - budící intenzita elektrického pole má původ v proudu přicházejícím po koaxiálním napáječi, který je příslušným způsobem modelován.

Elektromagnetická vlna, která má úhlový kmitočet  $\omega$  a je popsána vektorem intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}^{i\,8}$ , indukuje na povrchu plošky vodivé proudy popsané vektorem proudové hustoty  $\mathbf{J}_s$ , které jsou zdrojem intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}^{s\,9}$  vyzařované vlny. Na hranách plošky se hromadí náboj (protože proudy nemohou z povrchu odtéci) popsaný nábojovou hustotou  $\rho_s$ . Formulace integrální rovnice smíšených potenciálů vychází z hraniční podmínky pro elektrické pole na povrchu vodivé plošky, která je dána rovnicí

$$\mathbf{n} \times \left[ \mathbf{E}^{s} + \mathbf{E}^{i} \right] = \mathbf{n} \times Z_{s} \mathbf{J}_{s} .$$
(19.49)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> x', y' značí souřadnice na anténě

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> horní index <sup>i</sup> označuje dopadající (*incident*) vlnu

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> horní index <sup>s</sup> označuje vyzařovanou či rozptýlenou vlnu (*scattered*)

kde  $Z_s$  je povrchová impedance vodiče,  $\mathbf{J}_s$  je vektor proudové hustoty na povrchu vodiče,  $\mathbf{n}$  je jednotkový vektor normálový k povrchu vodiče. Pro ideální vodič je  $Z_s = 0$ . Rovnice se tak zjednoduší na tvar

$$\mathbf{n} \times \left[ \mathbf{E}^s + \mathbf{E}^i \right] = 0. \tag{19.50}$$

Působení vektoru proudové hustoty na povrchu vodiče resp. nábojové hustoty na hranách vodiče můžeme popsat pomocí vektorového  $A(\mathbf{r})$  resp. skalárního potenciálu  $V(\mathbf{r})$ 

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_{S} \overline{\mathbf{G}}_{A}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0}) \mathbf{J}_{s}(\mathbf{r}_{0}) dS$$
(19.51)

$$V(\mathbf{r}) = \int_{S} G_{\nu} \left( \mathbf{r} / \mathbf{r}_{0} \right) \rho_{s} \left( \mathbf{r}_{0} \right) dS$$
(19.52)

kde  $\overline{\mathbf{G}}_{A}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0})$  a  $G_{v}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0})$  jsou dyadická a skalární Greenovy funkce, argument  $\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0}$  naznačuje, že počítáme příspěvek proudu resp. náboje v bodě určeném polohovým vektorem  $\mathbf{r}_{0}$ k vektorovému resp. skalárnímu potenciálu v bodě určeném vektorem  $\mathbf{r}$ . Pomocí vektorového a skalárního potenciálu na ploše vodiče můžeme vyjádřit intenzitu elektrického pole vlny vyzařované z vodivé plošky

$$\mathbf{E}^s = -j\omega\mathbf{A} - \nabla V \tag{19.53}$$

Časová derivace vektorového potenciálu  $-j\omega A$  popisuje příspěvek proudu (pohybujících se elektrických nábojů) na anténním prvku k vyzařované vlně, zatímco gradient skalárního potenciálu  $-\nabla V$  vyjadřuje příspěvek statických nábojů koncentrovaných v daném časovém okamžiku na hranách anténního prvku. Po dosazení vztahů (19.51) a (19.52) do rovnice (19.53) dostaneme výraz

$$\mathbf{E}^{s} = -j\omega \int_{S} \overline{\mathbf{G}}_{A} \left( \mathbf{r}/\mathbf{r}_{0} \right) \mathbf{J}_{s} \left( \mathbf{r}_{0} \right) dS - \nabla \int_{S} G_{\nu} \left( \mathbf{r}/\mathbf{r}_{0} \right) \rho \left( \mathbf{r}_{0} \right) dS$$
(19.54)

Získaný výraz je integrální rovnicí pro smíšené potenciály s neznámou proudovou hustotou  $\mathbf{J}_s$  a nábojovou hustotou  $\rho_s$  na povrchu vodiče představujícího anténní prvek. Proudové a nábojové hustoty však nejsou nezávislé proměnné, jsou vzájemně svázány rovnicí kontinutity

$$\nabla \mathbf{J}_s + j\omega \rho_s = 0 \tag{19.55}$$

Rovnice (19.54) použitím vztahu (19.55) přejde do tvaru

$$\mathbf{E}^{s} = -j\omega \int_{S} \overline{\mathbf{G}}_{A}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0}) \mathbf{J}_{s}(\mathbf{r}_{0}) dS + \frac{\nabla}{j\omega} \int_{S} G_{V}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0}) \nabla \mathbf{J}_{s}(\mathbf{r}_{0}) dS$$
(19.56)

223

Řešení rovnice (19.56) závisí na možnostech definovat Greenovy funkce  $\overline{\mathbf{G}}_{A}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0})$  a  $G_{\nu}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0})$ , které jsou v případě vektorového potenciálu dyadické<sup>10</sup> (dvojčlenné) a nemají jednoduché analytické vyjádření. Pro jednovrstvý dielektrický substrát jsou obecně dostupné jako integrály přes polonekonečné intervaly [19.14, str. 189] ve tvaru

$$\mathbf{G}_{A}^{xx}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0}) = \frac{\mu_{0}}{2\pi} \int_{0}^{\infty} J_{0}(k_{r}r) \frac{k_{r}}{D_{TE}} dk_{r}$$
(19.57)

$$\mathbf{G}_{v}(\mathbf{r}/0) = \frac{\mu_{0}}{2\pi\varepsilon_{0}} \int_{0}^{\infty} J_{0}(k_{r}r) \frac{u_{0} + u tgh(ut)}{D_{TE}D_{TM}} dk_{r}$$
(19.58)

kde jednotlivé proměnné mají následující význam

složka<sup>11</sup> dyadické Greenovy funkce pro vektorový potenciál  $\mathbf{G}_{A}^{xx}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0})$  $\mathbf{G}_{V}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0})$ Greenovy funkce pro skalární potenciál  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ radiální vzdálenost od povrchu zdrojové plošky  $J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \cos(x \sin(\psi)) d\psi$  Besselova funkce prvního druhu nultého řádu  $D_{TE} = u_0 + u \coth(ut)$ činitel odpovídající povrchovým TE vlnám  $D_{TM} = \varepsilon_r u_0 + u \tanh(ut)$ činitel odpovídající povrchovým TM vlnám  $k_r^2 = \varepsilon_r k_0^2$ vlnové číslo v dielektriku  $k_o^2 = \frac{2\pi}{\lambda_o}$ vlnové číslo ve volném prostoru  $u^2 = k_r^2 - k^2$ ,  $u_0^2 = k_r^2 - k_0^2$  jsou pomocné proměnné

Přesnost numerického vyhodnocení Greenových funkcí je rozhodující pro celkové řešení sestavené integrální rovnice. Pokud jsou však jednou formulovány a numericky vyjádřeny, zůstává v rovnici (19.56) po použití rovnice kontinuity jedinou neznámou povrchová proudová hustota  $J_s$ . Získaná rovnice je pak momentovou metodou převedena na soustavu lineárních rovnic, kterou lze řešit buď přímo (např. Gaussovou eliminací) nebo některou z iteračních metod. Po vyřešení je proudová hustota jako zdrojová veličina použita pro výpočet impedančních či rozptylových parametrů, blízkého a vzdáleného pole, případně dalších anténních charakteristik.

<sup>10</sup> tvaru 
$$\mathbf{\overline{G}} = \hat{\mathbf{x}}G_{xx}\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{x}}G_{xy}\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{x}}G_{xz}\hat{\mathbf{z}} + \hat{\mathbf{y}}G_{yx}\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}}G_{yy}\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{y}}G_{yz}\hat{\mathbf{z}} + \hat{\mathbf{z}}G_{zx}\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{z}}G_{zy}\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}G_{zz}\hat{\mathbf{z}}$$

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> index xx označuje x-ovou složku potenciálu způsobenou elementem proudové hustotou ve směru osy x

Momentová metoda neboli metoda momentů (*Method of Moments*, zkr. *MOM*) je používána při numerickém řešení Maxwellových rovnic od přelomu minulého století, kdy základy jejího použití popsal Harrington [19.19]. Je efektivní pro drátové či planární struktury umístěné v homogenních (např. vzduch) či vrstvených (dielektrické substráty) prostředích. Její výhodou je to, že diskretizuje pouze povrch těles, z toho též vyplývá její použití při řešení integrálního tvaru Maxwellových rovnic<sup>12</sup>. Uveď me stručně její použití. Rovnici (19.56) lze vyjádřit v operátorové podobě ve tvaru

$$L[f] = g \tag{19.59}$$

kde L je lineární operátor definovaný na oblasti řešení S, g je zdrojová funkce, f je neznámá funkce. V naší úloze je integrodiferenciální operátor L

$$L = -j\omega \int_{S} \overline{\mathbf{G}}_{A}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0}) dS + \nabla \int_{S} G_{V}(\mathbf{r}/\mathbf{r}_{0}) \cdot \frac{\nabla}{j\omega} dS$$
(19.60)

f reprezentuje neznámou funkci proudové hustoty  $J_s$ , g představuje obecně budící vektor (např. intenzitu elektrického pole dopadající vlny). Řešení úlohy přímo, tj. inverzí operátoru Lje obecně velmi náročné, pro mnoho struktur přímo neřešitelné. Řešení lze nalézt numericky s využitím linearity operátoru L následujícím postupem. Hledanou funkci f vyjádříme řadou tzv. expanzních či bázových funkcí (*expansion* or *basis functions*)  $f_n$ 

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} a_n f_n \tag{19.61}$$

kde  $a_n$  jsou neznámé koeficienty. Vzhledem k linearitě operátoru L lze rovnici (19.59) po dosazení za f z rovnice (19.61) převést do tvaru

$$\sum_{n=1}^{N} a_n L(f_n) = g$$
(19.62)

Počet členů řady omezíme na N, abychom byli schopni nalézt řešení numericky, tím se ovšem nalezené řešení stává přibližným. Definujeme řadu N tzv. váhových či testovacích funkcí (*weighting* or *testing functions*)  $w_m$  a skalární součin dvou funkcí

$$\langle f,g \rangle = \int_{S} fgdS$$
 (19.63)

kde S je plocha analyzovaného planárního vodiče. Použitím skalárního součinu testovacích funkcí  $w_m$  na obou stranách rovnice (19.62) a linearity operace dostaneme

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \qquad n = 1, 2, \dots N, \quad m = 1, 2, \dots N$$
(19.64)

<sup>12</sup> používá se zkratka IE/MOM z anglického názvu Integral Equation/Method of Moments

Získáme tím soustavu N algebraických lineárních rovnic pro neznámé koeficienty  $a_n$ . Rovnici (19.64) lze vyjádřit v maticovém tvaru

$$\begin{pmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \cdots & \langle w_1, L(f_N) \rangle \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \cdots & \langle w_2, L(f_N) \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_N, L(f_1) \rangle & \langle w_N, L(f_2) \rangle & \cdots & \langle w_N, L(f_N) \rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_N, g \rangle \end{pmatrix}$$
(19.65)

který můžeme zapsat v úsporné podobě ve tvaru

$$[L_{mn}][a_n] = [g_m] \tag{19.66}$$

kde  $[L_{mn}]$ ,  $[a_n]$  a  $[g_m]$  jsou matice (resp. vektory) o rozměrech  $N \times N$ ,  $N \times 1$  a  $N \times 1$ . Vektor neznámých koeficientů  $[a_n]$  lze pak nalézt jako

$$[a_n] = [L_{mn}]^{-1}[g_m]$$
(19.67)

Přesnost řešení soustavy rovnic (19.65) závisí na volbě N,  $f_n$  a  $w_m$ . Volba funkcí  $f_n$  a  $w_m$  je dána požadovanou přesností a potřebou snadného výpočtu prvků matic  $[L_{mn}]$  a  $[g_m]$ . Budou-li testovací funkce rovny funkcím bázovým, tj.  $w_m = f_m$ , dostaneme variantu momentové metody, která se nazývá Galerkinova [19.19]. Bázové funkce rozlišujeme podle oblasti, kde jsou definovány, dvojího druhu: celodoménové (*entire domain*), definované na celé analyzované oblasti S, a subdoménové (*subdomain*), definované na částech oblasti S.. První typ lze použít pouze pro jednoduché tvary analyzovaných oblastí (jako jsou obdélníky, čtverce, kruhy), bývají zpravidla typu goniometrických funkcí *sin, cos* ve směru jedné osy a jednotkovým skokem ve směru druhé osy. Druhý typ je třeba použít pro libovolně tvarované analyzované oblasti. Při modelování analyzovaného povrchu pravoúhlou diskretizační mříží bázové funkce mohou být konstanty, trojúhelníky, úseky funkce *sin* či další typy funkcí ve směru jedné osy a opět jednotkovým skokem ve směru druhé osy (obr.19.20). Při použití trojúhelníkové mříže při modelování zakřiveného obvodu povrchu je vhodné použít vektorově definované bázové funkce označované jako RWG autorů Rao, Wilton, Glisson [19.20].



Obr. 19.20 Subdoménové bázové funkce pro rozvoj proudové a nábojové hustoty: a) typu "střecha" (*rooftop basis functions*), b) RWG bázové funkce na trojúhelníkové mříži (převzato z [21])

### 19.2.5 Další metody analýzy založené na řešení Maxwellových rovnic

K analýze planárních struktur lze samozřejmě použít i metod, které byly původně vyvinuty pro analýzu struktur s konečnými objemy homogenních a nehomogenních dielektrik. Sem patří zejména metody konečných diferencí v časové oblasti (*Finite Diference Time Domain, FDTD*) a metoda konečných prvků (*Finite Element Method, FEM*). Jedná se o metody řešící diferenciální tvar Maxwellových rovnic v časové oblasti. Jejich použití je vhodné tehdy, chceme-li analyzovat planární struktury s konečnými objemy dielektrik např. s konektory nebo přechody na koaxiální či vlnovodné struktury. Jejich nevýhodou při modelování planárních vyzařujících struktur je potřeba ukončit analyzovanou oblast bezodrazovými hraničními podmínkami (implementované formou matematicky přibližných vztahů). V některých případech může být nevýhodou i delší výpočetní čas daný implementací metody v časové oblasti, kdy je struktura analyzována s použitím *FFT* pro získání výsledků ve frekvenční oblasti, ve spektru širším, než by bylo pro návrh planární antény nezbytné<sup>13</sup>.

### Model založený na diferenciálním tvaru Maxwellových rovnic - FDTD<sup>14</sup>

FDTD je zejména v poslední době velmi široce používanou metodou se širokým spektrem použití v oblasti mikrovlnných obvodů a antén. Dnešní sofistikované simulátory založené na FDTD jsou schopny počítat i velmi složité 3D struktury s libovolně orientovanými dielektriky, disperzivními i anizotropní materiály (např. program CST Microwave Studio, obr. 19.21). Z těchto důvodů probereme tuto metodu poněkud obšírněji.



Obr. 19.21 Okno programu CST Microwave Studio a model konformní řady patch antén

Při simulaci se využívá časové a prostorové diskretizace Maxwellových rovnic v diferenciálním tvaru. Vychází se z prvních dvou rovnic, které mezi sebou váží elektrické a magnetické pole

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> např. při návrhu úzkopásmové *patch* antény

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Finite Difference Time Domain

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$
$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

Po rozepsání (19.68) do složek máme systém celkem 6-ti skalárních rovnic. Tyto se diskretizují v čase (náhrada derivací diferencemi) a v prostoru. Celý výpočetní prostor se rozdělí na množství buněk (tzv. Yee-cells), viz obr. 19.22. Výpočet složek pole v jednotlivých časových krocích se děje podle známých algoritmů, zájemci je mohou nalézt např. v [19.24]. Implementace metody FDTD je relativně jednoduchá, neboť se pracuje pouze s algebraickými rovnicemi.

(19.68)



Obr. 19.22 elementární Yee buňka a diskretizovaná trychtýřová anténa

Prostorová diskretizační síť musí být dostatečně jemná, aby byla schopna navzorkovat vlnu s nejmenší uvažovanou vlnovou délkou. Pro většinu výpočtů je nutné volit alespoň 15 buněk na vlnovou délku, pro planární antény ještě o něco více.

K buzení struktury se nejčastěji používá úseku vedení vybuzeného příslušným módem. Např. program CST Microwave Studio módy na vedení nejprve samostatně vypočítá a identifikuje (TE, TM, TEM, Quasi-TEM). Do napájecího vedení se poté pustí časový impuls, který "moduluje" rozložení pole identifikovaného módu. Časový impuls má nejčastěji tvar gaussovské funkce, která ve frekvenční oblasti obsahuje dané frekvenční spektrum, kde bude vyhodnocena odezva simulovaného systému. Po doznění budícího impulsu algoritmus FDTD běží tak dlouho, dokud celková energie ve struktuře neklesne pod určitou žádanou úroveň.

Parametry ve frekvenční oblasti pak zjistíme Fourierovou transformací podílu budicí a odražené vlny – obr. 19.23.



Obr.19.23 Odezva struktury a odpovídající činitel odrazu

Kromě nejčastějšího případu buzení Gaussovým impulsem, je někdy užitečné buzení pásmově omezeným signálem (sinus modulovaný Gaussovým signálem), sinusovým signálem o dané frekvenci, případně jednou periodou sinusového signálu, či zcela obecným průběhem. Jedná se zejména o případy, kdy chceme studovat přechodové jevy ve struktuře. Komerční simulátory dále většinou nabízí i možnost buzení rovinnou vlnou (např. pro stanovení RCS<sup>15</sup>) a také i jednoduchý "nevlnový" diskrétní port – pomocí něj na daném místě do struktury vnutíme např. napětí či proud.

Pokud pomocí FDTD počítáme vyzařující struktury, je třeba zajistit, aby se vlna došlá na konec výpočetního prostoru od něj neodrážela a byla účinně pohlcena. V anténní komoře mají stejnou funkci absorbéry na jejích stěnách. Bezodrazové zakončení FDTD sítě se nazývá obecně ABC (Absorbing Boundary Condition). Pro výpočet vyzařovací charakteristiky se vychází z rovnic transformace blízkého do vzdáleného pole.

Z obr. 19.22 je zřejmé, že pro útvary s křivými plochami je diskretizace pomocí "kostiček" velmi nedokonalá. Je sice možné síť patřičně zjemnit, zpravidla to však vede k neúměrné spotřebě operační paměti a velmi dlouhé době výpočtu. Z tohoto důvodu je použití klasické formulace FDTD využívající schodovité (staircase) diskretizace na ústupu. Proto byly vyvinuty speciální implementace FDTD (např. konformní FDTD, Perfect Boundary Approximation), které i při hrubé síti dokáží počítat s různými materiály v jedné buňce a postihnout v ní jejich tvar (obr.19.24).

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Radar Cross Section



Obr. 19.24 Metody diskretizace různých algoritmů pro simulaci EM pole

#### Výhody FDTD

- díky výpočtu v časové oblasti je možné na jeden běh výpočtu zjistit odezvu struktury v širokém kmitočtovém pásmu
- je možné modelovat i velmi složité systémy, jako např. interakce EM vln s lidským tělem, složité anténní soustavy apod.
- metoda je schopná analyzovat struktury s rozdílnými typy materiálů ztrátová dielektrika, anizotropní materiály (izolátory, cirkulátory),...
- výstup FDTD ve formě animací pole poskytuje vhled pro pochopení činnosti modelovaných struktur

Při použití FDTD mohou nastat problémy u výpočtu vysoce rezonančních struktur (k nim patří právě i mikropáskové antény). Z teorie Fourierovy transformace totiž plyne, že úzkému impulsu ve frekvenční oblasti (úzká špička činitele odrazu) odpovídá dlouhý časový průběh. Znamená to, že signály v časové oblasti – a tím i energie ve struktuře – klesají velmi pozvolně a dosažení konvergence trvá velmi dlouho. V případě, že výpočet ukončíme předčasně, znamená to, že jsme vlastně provedli násobení signálu obdélníkovým impulsem (okénkem). Ve frekvenční oblasti

tomu odpovídá konvoluce spekter žádaného signálu a funkce  $\frac{\sin x}{r}$ . Na závěr se podíváme na

výsledky simulace mikropáskové antény z obr. 19.6. Anténa byla buzena sinusovým signálem na frekvenci základního módu. Několik časových snímků je na obr. 19.25.



Obr. 19.25 Časové snímky složky E<sub>z</sub> patch antény s přívodním mikropáskovým vedením

## 19.3 Software pro analýzu planárních struktur

Metody založené na řešení integrálních rovnic metodou momentů byly implementovány řadou výrobců do podoby komerčních elektromagnetických simulátorů<sup>16</sup>. Mezi nejznámějšími uveďme IE3D (Zeland Software, Inc.) [19.25], Sonnet Suites (Sonnet Software, Inc.) [19.26], Momentum (Agilent Technologies) [19.27], Ansoft Designer (Ansoft Corp.) [19.28], Emsight (Applied Wave Research, Inc.) [19.29], Accufield2000 (Fujitsu Limited) [19.30], FEKO (EM Software & Systems) [19.31]. Chvályhodným skutkem komerčních výrobců je poskytování studentských resp. omezených verzí svých programů buď zdarma nebo za výrazně nižší cenu (Sonnet Lite, Ensemble SV). Kromě těchto sofistikovaných simulátorů jsou dostupné i programy či kódy řešící planární struktury metodou *IE/MOM*, vzniklé v univerzitních prostředích<sup>17</sup>, které samozřejmě nejsou ve srovnání s komerčními simulátory tak propracované. Obecně lze planární simulátory resp. numerickou implementaci *IE/MOM* metody charakterizovat několika základními kritérii, mezi něž patří:

implementace momentové metody v prostorové (space domain) či spektrální (spectral domain) oblasti

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> někdy označované jako 2,5D a 3D planární simulátory

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> např. Mstrip (prof. G. Splitt, FH-Kiel University), MOM2D (Ing. S. Goňa, Doc. Z. Raida, VUT Brno)

- použité typy Greenových funkcí: přesné nebo aproximační
- Greenovy funkce definované pro otevřenou či zavřenou oblast (*open and closed formulation*) pro modelování antén a obvodů pouzdrech
- typ použité diskretizační mříže (*discretization mesh*): pravoúhlá či trojúhelníková, příp. kombinovaná, možnost použití malých okrajových buněk pro přesnější aproximaci rozložení proudové hustoty
- typ použitých bázových funkcí: celodoménové či subdoménové
- typy algoritmů řešící soustavu lineárních rovnic (klasická Gaussova eliminace, iterační metody, speciální postupy<sup>18</sup> urychlující výpočet generováním řídkých matic soustavy)
- současná formulace integrální rovnice pro magnetické proudy (pro modelování štěrbin)
- možnost modelovat prostorově orientované liniové a plošné vodiče (2D, 2,5D či 3D)

Mezi speciální rysy planárních simulátorů lze zařadit:

- implementace rychlého frekvenčního rozmítání<sup>19</sup> (Fast Frequency Sweep, FFS)
- modelování velmi tenkých odporových vrstev a HTS supravodičů (High Temperature Superconductors)
- modelování velmi tenkých dielektrik s vysokou dielektrickou konstantou (až 1000)
- modelování rozlehlých struktur řádově větších než vlnová délka (s použitím hybridních metod MOM/PO, MOM/UTD)
- modelování homogenních a nehomogenních dielektrických oblastí<sup>20</sup>
- analýza v časové oblasti (implementace FFT)

Mezi další spíše uživatelské charakteristiky patří:

- automatická generace diskretizační mříže
- implementace konečné zemní roviny
- typy buzení, napájecích bran a "odpouzdřovacích" (deembeding) schémat
- modelování konečné tloušťky pokovení (skin efekt, ohmické ztráty)
- modelování elektrických, magnetických, periodických stěn
- výpočet blízkého pole
- zabudování obvodového simulátoru (pro smíšenou analýzu)
- propracovanost geometrického editoru struktur (knihovna prvků, ...) a celková uživatelská přívětivost programu

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> mezi nejznámějšími uveďme FMM (Fast Multipole Method), MLFMA (Multipole Fast Multipole Algorithm), IML (Impedance Localization Method) či AIM (Adaptive Integral Method)

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> umožnující určit s-parametry i mezi analyzovanými frekvencemi

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> pomocí povrchového a objemového principu ekvivalence

- možnost optimalizace (impedančních ale i vyzařovacích parametrů)
- interpolace vypočtených dat
- vytváření náhradních RLCG obvodů
  - implementace paralelních výpočtů na více procesorech

Simulátory v časové oblasti mají poněkud obecnější použití oproti výše uvedeným programům pracujícím s metodou momentů. Pro řešení planárních struktur jsou zejména vhodné ty, jenž implementují některou z variant konformních schémat. Mezi nejpropracovanější patří CST Microwave Studio [19.32]. Konformní varianty FDTD mají dále implementovány Fidelity [19.25], Quickwave 3D [19.35] a Semcad [19.34].

#### Literatura ke kapitole 19

[19.1] GREIG, D. D., ENGLEMAN, H. F.: Microstrip - a New Transmission Technique for the Kilomegacycle Range, Proceedings IRE, 1952, pp. 1644-1650

[19.2] DESCHAMPS, G. A.: Microstrip Microwave Antennas, 3rd USAF Symposium on Antennas, 1953

[19.3] LEWIN, L.: Radiation from Discontinuities in Stripline, Proc. IEE, 1960, pp. 163-170

[19.4] GUTTON, H., BAISSION, G.: Flat Aerial for Ultra High Frequencies, French Patent No. 703113, 1955

[19.5] FUBINI, E. G. et al.: Stripline Radiators, IRE Nat. Con. Rec., 3, 1955, pp. 51-55

[19.6] McDONOUGH, J. A.: Recent Developments in the Study of Printed Antennas, IRE Nat. Con. Rec., 5, Pt. 1, 1957, pp. 173-176

[19.7] DENLINGER, E. J.: Radiation from Microstrip Resonators, IEEE Trans. on Microwave Theory and Technique, Vol. 17, 1969, pp. 235-236

[19.8] HOWELL, J. Q.: Microstrip Antennas, IEEE AP-S. Int. Symp. Digest, 1972, pp. 177-180

[19.9] MUNSON, R. E.: Conformal Microstrip Antennas and Microstrip Phassed Arrays, IEEE Trans. on Antennas and Propagation Vol. 22, 1974, pp. 74-78

[19.10] Proc. of Workshop on Printed Circuit Antenna Technology, 17.-19. Oct. 1979, New Mexico State Univ., Las Cruses, New Mexico

[19.11] IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 29, 1981

[19.12] BAHL, I. J., BHARTIA, P.: Microstrip Antennas, Artech House, Dedham, Mass, 1980

[19.13] JAMES, J. R., HALL, P. S., WOOD, C.: Microstrip Antenna Theory and Design, Peter Peregrinus, 1981

[19.14] GARG, R., BHARTIA, P., BAHL, I. J., ITTIPIBOON, A.: Microstrip Antenna Design Handbook, Artech House, 2001

[19.15] JAMES, J. R., HALL, P. S. (ed.), Handbook of Microstrip Antennas, Peter Peregrinus, London, UK, 1989

[19.16] GUO, Y. X., MAK, CH. L., LUK, K. M., LEE, K. F.: Analysis and Design of L-Probe Proximity Fed-Patch Antennas, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 2, Feb. 2001, pp. 145-149

[19.17] POZAR, D. M.: Microstrip Antenna Aperture-Coupled to a Microstrip Line, Electronics Letters, Vol. 21, Jan. 1985, pp. 49-50

[19.18] Balanis, C.A.: Antenna Theory Analysis and Design, second edition, John Wiley a sons, Inc., 1997

[19.19] HARRINGTON, R. F.: Time-Harmonic Electromagnetic Field, McGraw-Hill, New York, 1961

[19.20] RAO, S. M., WILTON D. R, GLISSON, A. W.: Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 30, No. 3, May 1982

[19.21] CHANG, D.: Analytical Theory of an Unloaded Rectangular Microstrip Patch, IEEE Trans AP, Vol. 29, No. 1, pp. 54-62, January 1962

[19.22] LO, Y.T., SOLOMON, D., RICHARDS, W.F.: Theory and Experiment on Microstrip Antennas, IEEE Trans AP, Vol. 27, No.2, pp.137-145, March 1979

[19.23] BAHL, P., BHARTIA, P., BAHL, I., ITTIPIBOON, A.: Microstrip Antenna Design Handbook, Artech House, 2000

[19.24] ŠKVOR a kol. : Numerické metody v elektromagnetickém poli, ČVUT, 2001

[19.25] http://www.zeland.com

[19.26] http://www.sonnetusa.com

[19.27] http://eesof.tm.agilent.com/products/

[19.28] http://www.ansoft.com/products/hf/ansoft\_designer/overview.cfm

[19.29] http://www.appwave.com/products/emsight/

[19.30] http://www.accufield.com/

[19.31] http://www.feko.za.co/

[19.32] www.cst.de

[19.33] www.empire.de

[19.34] www.semcad.com

[19.35] www.qwed.com.pl

# 20. Širokopásmové antény

### 20.1 Antény s postupnou proudovou vlnou

Parametry antén jsou závislé na kmitočtu. Nejdůležitější z nich jsou vstupní impedance a směrová charakteristika. Kmitočtové změny vstupní impedance se sledují na poměru stojatých vln (PSV) na napáječi. Změny směrové charakteristiky se sledují na směrovosti nebo šířce svazku antény. Přípustné změny těchto veličin se liší podle využití antény. Přípustný poměr stojatých vln u vysílacích televizních antén bývá 1,1 (až 1,5); u rozhlasových antén 1,5 (až 2). U přijímacích antén jsou požadavky na poměr stojatých vln ještě volnější a tento poměr bývá 3 (až 5). Takže stejná anténa pracující jednou jako vysílací a televizní anténa a podruhé jako přijímací rozhlasová anténa má jinou šířku pásma. Podobně je tomu i z hlediska požadavků na stálost směrovost. Proto se někdy u lineárních antén mluví o relativní šířce pásma vzhledem k tenkému dipólu použitému pro stejné účely. Takový dipól pracující jako rozhlasová vysílací anténa má impedanční šířku pásma kolem  $\pm 5\%$ . Větší šířku pásma ( $\pm 10\%$ ) má dipól tlustý, tvořený několika vodiči nataženými na obvodu válce o průměru kolem 0,05  $\lambda$ . Přesto i v tomto případě mluvíme o rezonanční anténě, tj. o anténě s malou šířkou pásma.

Podstatně větší šířku pásma mají lineární antény s postupnou proudovou vlnou. Mají směrovou charakteristiku jen s jednou osou symetrie a celá charakteristika je skloněna ve směru postupu proudové vlny. Elektrické pole vlnění vyzařovaného z vodiče s postupnou proudovou vlnou je na základě vyzařování elektromagnetického zdroje

$$I(z) = I_0 e^{-jkz}$$

$$E_g = j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} \sqrt{\left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)} I_0 \sin \theta \int_{-l}^{l} e^{-jkz(1-\cos\theta)} dz = \frac{jl}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)} I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \frac{\sin[kl(1-\cos\theta)]}{kl(1-\cos\theta)}$$
(20.1)

Z tvaru směrové charakteristiky vidíme, že ve směru vodiče ( $\mathcal{G} = 0$ ) dostáváme nulovou intenzitu elektrického pole. Směr maximálního vyzařování svírá s vodičem určitý úhel. Velikost tohoto úhlu závisí na délce vodiče. Čím je vodič delší, tím je úhel menší. Na obr. 20.1 je několik směrových charakteristik pro různé délky vodiče. Dále vidíme, že s délkou vodiče se zužuje šířka svazku. Přibližně ji můžeme určit z úhlové vzdálenosti nul směrové charakteristiky. První nula nastane pro  $\mathcal{G} = 0$ , druhá pro

$$kl(1 - \cos\theta_{s}) = \pi \Longrightarrow \cos\theta_{s} = 1 - \frac{\lambda}{2l}$$
$$\frac{\lambda}{2l} \gg 1 \qquad \qquad \theta_{s} = \sqrt{\frac{\lambda}{l}}$$

pro

S prodlužováním délky vodiče se hlavní maximum sklání k vodiči. Tvar směrové charakteristiky ukazuje jak v závislosti na délce vodiče zúžit směrovou charakteristiku. Jestliže vodiče uspořádáme do tvaru V, přičemž úhel rozevření vodičů se právě rovná dvojnásobnému odklonu hlavní smyčky, budou se dílčí směrové charakteristiky obou vodičů sčítat (obr. 20.2).



Obr. 20.1 Směrové charakteristiky vodiče s postupnou proudovou vlnou



Obr. 20.2 Skládání smyček dílčích směrových charakteristik ramen antény V s postupnou proudovou vlnou a geometrie kosočtverečné antény



Obr. 20.3 Kosočtverečná anténa

Dále lze zlepšit vlastnosti V antény doplněním na kosočtverečnou anténu. Umístíme-li kosočtverečnou anténu do výšky h nad zemský povrch, bude směrová charakteristika dána výrazy v horizontální rovině

$$F(\varphi) = \left[\frac{\cos(\Phi + \varphi)}{1 - \sin(\Phi + \varphi)} + \frac{\cos(\Phi - \varphi)}{1 - \sin(\Phi - \varphi)}\right] \times \\ \times \sin\left\{\frac{kl}{2}\left[1 - \sin(\Phi + \varphi)\right]\right\} \times \sin\left\{\frac{kl}{2}\left[1 - \sin(\Phi - \varphi)\right]\right\}$$
(20.2)

ve vertikální rovině

$$F(\varphi) = \frac{8\cos\Phi}{1-\sin\Phi\sin\vartheta}\sin^2 \times \sin\left[\frac{kl}{2}(1-\sin\Phi\sin\varphi)\right] \times \sin(kh\cos\vartheta)$$
(20.3)

Aby se šířila podél kosočtverečné antény proudová vlna, jsou vodiče v protějším vrcholu připojeny na zatěžovací odpor  $R_z = R_c$ . Vzhledem k tomu, že část dodávaného výkonu se ztrácí

v zatěžovacím odporu, není účinnost kosočtverečné antény velká. Předpokládáme, že vyzařováním se amplituda proudu podél vodiče zmenšuje exponenciálně

$$I_0 = (x) = I_0(0)e^{-\beta x}$$
(20.4)

Výkon ztracený v zatěžovacím odporu  $R_z$  je

$$P_z = \frac{1}{2} R_z I_0^2 (2l) = \frac{1}{2} R_z I_0^2 (0) e^{-4\beta l}$$
(20.5)

Celkový výkon přivedený k anténě, o níž předpokládáme, že je přizpůsobená ( $R_{vst} = R_c$ ), je

$$P_{\rm c} = \frac{1}{2} R_{\rm c} I_0^2(0)$$

Na základě těchto vztahů je účinnost

$$\eta = \frac{P_{\rm c} - P_{\rm z}}{P_{\rm c}} = \frac{\frac{1}{2}R_{\rm c}I_0^2(0) - \frac{1}{2}R_{\rm c}I_0^2(0)e^{-4\beta l}}{\frac{1}{2}R_{\rm c}I_0^2(0)} = 1 - e^{-4bl}$$
(20.6)

Konstantu tlumení  $\beta$  můžeme určit podobně jako u ztrátového vedení

$$\beta = \frac{R_1}{2R_c} \tag{20.7}$$

kde  $R_1$  je rozložený ztrátový odpor na jednotku délky. V našem případě se ztrátový odpor rovná vyzařovacímu odporu antény vztaženého na 1 m délky

$$R_{vyz} = 240 \left( \ln 2kl - \text{Ci}2kl + \frac{\sin 2kl}{2kl} - 0,423 \right)$$
(20.8)  
$$\beta = \frac{R_v}{4lR_c}$$

Účinnost kosočtverečné antény  $\eta$  je závislá na délce strany, vzhledem k tomu, že se s ní mění i vyzařovací odpor. Pro délku 3 až 5  $\lambda$  se tento mění v mezích od 500 do 800  $\Omega$ . Při charakteristické impedanci 600  $\Omega$  je účinnost 50 až 70%. Charakteristická impedance antény je závislá na rozteči vodičů *b* a na jejich průměru *d*.

$$R_c = 276\log\frac{2b}{d} \tag{20.9}$$

$$\eta = 1 - e^{-R_{\rm vyz}/R_{\rm c}} \tag{20.10}$$

Se změnou rozteče vodičů od vrcholu se mění i charakteristická impedance. Změnu rozteče vodičů lze vykompenzovat změnou jejich průměru, což se provádí tak, že strany kosočtverečné antény jsou tvořeny dvěma nebo třemi vzdalujícími se vodiči. Charakteristická impedance takového uspořádání je při rozteči *H* ve vertikální rovině

$$R_{\rm c} = 276 \log \sqrt{\frac{2D}{dH}}$$

(20.11)

Návrh kosočtverečné antény vychází většinou z úhlu  $\mathcal{G}_m$  ve vertikální rovině, pod kterým má vyzařovat hlavní maximum. Úkolem návrhu je najít délku strany *l*, úhel otevření stran  $2\Phi$  a výšku nad zemí *h*. K těmto třem parametrům lze maximalizovat vztah pro směrovou charakteristiku antény ve vertikální rovině (20.3). Odtud pro dílčí maxima podle výšky *h*, úhlu rozevření  $\Phi$  a délky strany *l* získáme optimální

$$h = \frac{\lambda}{4\cos\theta_{\rm m}}$$
$$\Phi = \theta_{\rm m}$$
$$l = \frac{\lambda}{2(1 - \sin\Phi\sin\theta_{\rm m})}$$

Pro trasy spojení 1000 až 200 km dlouhé při standardní výšce ionosféry vycházejí úhly  $\mathcal{G}_m$  70 až 80°. Pro 75° dostaneme optimální rozměry  $h = \lambda$ ,  $\Phi = 75°$ , l = 7,4°. Takové rozměry však s ohledem na délku strany antény nejsou ekonomické pro stavbu antény. Navrhneme-li délku strany menší, než je optimální délka, směrovost se příliš nezmenší. Pro  $l = 4 \lambda$  poklesne směrovost asi o 15%. Úhel  $\Phi$  je třeba zmenšit se zkrácením délky na 65°.

Pro dosažení postupné proudové vlny na kosočtverečné anténě je nutno ji zakončit vhodným odporem  $R_z = R_c$ . Energie vlny, která se dostane na konec antény, se mění v zatěžovacím odporu na teplo. Účinnost se pohybuje od 50 do 80%, což znamená, že u velkých výkonů vysílače je třeba v zátěži spotřebovat rovněž značné výkony. Zatěžovací odpor se proto technicky realizuje jako nedvouvrstvé vedení ze železných nebo bronzových drátů. V praxi se délka vedení volí tak, aby odražená vlna byla zhruba na úrovni - 10 dB vlny dopadající.

### 20.2 Spirálové antény

Budeme-li se snažit najít takovou strukturu antény, při které by se se změnou vlnové délky měnily její rozměry pouze v závislosti na změnách úhlů - znamenalo by to, že změny délkových struktur se projeví pouze v otočení struktury o určitý úhel. Pak dostaneme antény, které budou teoreticky kmitočtově nezávislé. Aktivní oblast takové antény, která souvisí s poměrem rozměru ku vlnové délce, se podél struktury pohybuje zvětšováním středového úhlu v oblasti.

Požadavek, aby struktura změnila svoji délku otočením o nějaký úhel  $\Phi$ , můžeme zapsat rovnicí

$$Kr(\varphi) = r(\varphi + \Phi) \tag{20.12}$$

kde  $r(\varphi)$  vyjadřuje průvodič r jako funkci úhlu  $\varphi$ , K je změna délkového měřítka,  $\Phi$  je úhel otočení příslušející k délkové změně K. Je tedy K funkcí  $\Phi$ , ovšem K ani  $\Phi$  není funkcí  $\varphi$  nebo r. Derivujme rovnici (20.12) nejprve podle  $\Phi$  a potom podle  $\varphi$ . Dostaneme

$$r(\varphi)\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}\Phi} = \frac{\partial r(\varphi + \Phi)}{\partial \Phi}$$
(20.13)

$$K\frac{\mathrm{d}r(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi} = \frac{\partial r(\varphi + \Phi)}{\partial \varphi}$$
(20.14)

Pravé strany rovnic (20.13) a (20.14) však dávají stejné výrazy, takže se rovnají i levé strany

$$r(\varphi)\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}\Phi} = K\frac{\mathrm{d}r(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}$$

nebo

$$\frac{\mathrm{d}r(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi} = \frac{1}{K} \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}\Phi} r(\varphi) = ar(\varphi) \tag{20.15}$$

kde *a* je konstanta nezávislá na  $\varphi$ .

Rovnice (20.15) představuje diferenciální rovnici rovinné struktury podle našeho požadavku. Jejím řešením dostaneme

$$r(\varphi) = r_0 e^{a\varphi} \tag{20.16}$$

kde  $r_0$  je integrační konstanta.

Zvolíme ji  $r_0 = e^{a\varphi_0}$ , kde  $\varphi_0$  je počáteční úhel. Pak je

$$r = e^{a(\varphi + \varphi_0)}$$

$$\varphi + \varphi_0 = \frac{1}{a} \ln r$$
(20.17)

což je rovnice spirály s konstantním úhlem. Tedy všechny rovinné struktury, které mají tvořit kmitočtově nezávislé antény, musí být tvořeny spirálami s konstantním úhlem. Rovnice takové spirály se obvykle uvádí ve tvaru

$$\varphi = \varphi_0 + (\mathrm{tg}\psi)\mathrm{ln}r \tag{20.18}$$

kde  $\psi$  je úhel tečný ke křivce u odpovídajícího průvodiče (obr. 20.4).

Položíme-li r' = Kr

$$\varphi' = \varphi + (tg\psi) \ln K = \varphi_0 + (tg\psi) \ln r'$$

vidíme, že  $\varphi'$  je stejnou funkcí r' jako  $\varphi$  funkcí r. Tedy k-násobnou změnou měřítka se získá původní struktura otočená o úhel (tg  $\psi$ ) ln K. Skutečnou anténu získáme volbou čtyř různých kombinací  $\varphi_0$  při konstantním  $\psi$ . Vzniklé křivky tvoří hranici dvou stočených pásků s proměnnou šířkou.

Kmitočtově nezávislá anténa musí mít nezávislý nejen tvar směrové charakteristiky, ale i vstupní impedanci. K tomu se využívají impedanční vlastnosti komplementárních struktur. Mějme rovinné nekonečně velké vodivé stínítko se štěrbinou, na které dopadá rovinná elektromagnetická vlna. Ta vytvoří v poloprostoru za štěrbinou elektrické pole, jehož intenzitu označme  $E_s$ . Mějme

dipól stejného tvaru, jako byla předcházející štěrbina. Dopadá-li na něj stejná vlna, vytvoří v prostoru za dipólem elektrické pole s intenzitou  $E_d$ . Lze ukázat, že

$$E_{\rm s} + E_{\rm d} = E_0 \tag{20.19}$$

kde  $E_0$  je velikost intenzity elektrického pole dopadající rovinné vlny. Obě pole  $E_s$  a  $E_d$  se doplňují. Činitel přenosu překážky můžeme definovat poměrem pole za překážkou k dopadajícímu poli



Obr. 20.4 Logaritmická spirála



Obr. 20.5 Štěrbina v tenkém stínítku a její náhradní schéma

Pro oba případy lze nakreslit náhradní schémata podle obr. 20.5. Pomocí nich se činitel přenosu překážky rovná

$$\tau = \frac{U_2}{U_1} = \frac{2Z_2Z_0}{\left(\frac{Z_1}{2} + Z_0\right)\left(2Z_2 + \frac{Z_1}{2} + Z_0\right)}$$

V případě nekonečně tenkého stínítka nebo dipólu je  $Z_1 = 0$ . Potom

$$\tau = \frac{2Z_2}{2Z_2 + Z_0}$$

Impedance  $Z_2$  se jednou rovná impedanci štěrbiny  $Z_s$ , podruhé impedanci dipólu  $Z_d$ . Dosazením do rovnice (20.19) dostaneme

$$\frac{2Z_{\rm s}}{2Z_{\rm s}+Z_{\rm 0}} + \frac{2Z_{\rm d}}{2Z_{\rm d}+Z_{\rm 0}} = 1$$

nebo

$$Z_{\rm s}Z_{\rm d} = \frac{Z_0^2}{4} = (60\pi)^2 \tag{20.21}$$

Tento vztah platí nejen pro případ štěrbiny a dipólu, ale jakýchkoliv komplementárních útvarů. Víme např., že impedance dipólu je přibližně 73 Ω. Pak je impedance komplementární štěrbiny

$$Z_{\rm s} = \frac{(60\pi)^2}{Z_{\rm d}} = 487\Omega$$

Tento vztah se velmi často používá také pro výpočet impedance tzv. samokomplementárních útvarů. Samokomplementární útvar je takový, u něhož je tvar vodivé části stejný jako tvar vzduchové mezery. Příklady takových útvarů jsou na obr. 20.6. Tvary těchto základních a komplementárních útvarů jsou stejné, jen otočené o určitý úhel (v případě útvarů uvedených na obr. 20.6 o  $\pi/2$ ). Jsou-li stejné základní a komplementární útvary, musí být stejné i jejich impedance  $Z_d=Z_s=60\pi$  [ $\Omega$ ]. Z toho vychází důležitá vlastnost takového samokomplementárního útvaru - jeho impedance je kmitočtově nezávislá a je přibližně 190  $\Omega$ . Obvykle se dociluje nižších hodnot impedance kolem 120 až 150  $\Omega$ . V praxi byly realizovány samokomplementární spirálové antény (na tzv. logaritmicko-periodickém principu - viz dále) jak v rovinném provedení [20.1], tak i navinuté na kuželu [20.2] (obr. 20.7).



Obr. 20.6 Samokomplementární obrazce





Při konečných rozměrech struktury jsou její vlastnosti kmitočtově nezávislé jen v omezeném pásmu. Nejnižší pracovní kmitočet je ten, pro nějž obvod jednoho závitu spirály je přibližně roven vlnové délce. Nejvyšší kmitočet je dán obvodem nejmenšího závitu spirály a ten opět souvisí s rozměry napáječe. Těmito strukturami lze dosáhnout širokopásmovosti až 1 : 20.

(20.20)

Napájení může být koaxiálním kabelem, který je veden středem vodivého pásku spirály. Aby byla zaručena symetrie napájení, koaxiální kabel pokračuje i na druhém pásku spirály (obr. 20.8). Dalšími variantami napájení jsou impedanční přechody z 50  $\Omega$  nesymetrického napájení (koaxiálního) na 150  $\Omega$  symetrických (obr. 20.9).



Obr. 20.8 Buzení logaritmické spirály koaxiálním kabelem



Obr. 20.9 Mikropáskové impedanční přechody mezi symetrickým a nesymetrickým vedením

Logaritmické spirálové antény je možné považovat za páskové zářiče s proudem tekoucím podél pásků a současně za štěrbinové zářiče s elektrickým polem mezi pásky postupujícím podél pásků. Tedy ramena spirálové antény mohou být buď vyříznuta do vodivé desky a nebo ze dvou samostatných částí.

# 20.3 Logaritmicko-periodická dipólová anténa

Téměř současně s plošnými spirálovými anténami se objevila skupina antén, které řeší problém extrémní širokopásmovosti na první pohled odlišným způsobem. Vlastnosti antény nezachovává konstantní přes požadované kmitočtové pásmo, ale její konstantní vlastnosti se opakují pro periodické - diskrétní spektrum kmitočtů v tomto pásmu. Pro kmitočty uvnitř pásma jsou vlastnosti struktury odlišné. Ukazuje se jako nejvýhodnější, má-li toto frekvenční spektrum logaritmický charakter. Tomu vyhovuje struktura, ve které jsou vyjádřeny zářící prvky, jež postupně rezonují na jednotlivých kmitočtech logaritmicky rozloženého spektra.

Na obr. 20.10 je uveden příklad takové struktury, složené z řady rovnoběžných střídavě napájených dipólů s postupně narůstající délkou a roztečí. Ty musí mít charakteristické délky v určitém poměru

$$\frac{R_{\rm n}}{R_{\rm n+1}} = \frac{l_{\rm n}}{l_{\rm n+1}} = \tau$$

kde  $\tau$  je parametr struktury a jeho velikost je menší než jedna. Při  $\tau$  blížícím se 1 je struktura příliš velká (ubývání délky dipólů je pomalé). Při příliš malém  $\tau$  je sice struktura krátká, ale její

vlastnosti mezi jednotlivými rezonančními kmitočty jsou příliš proměnné. Je třeba volit kompromis.



Obr. 20.10 Logaritmicko-periodická dipólová anténa

Činnost logaritmicko-periodické antény si můžeme objasnit na obr. 20.11. Celou anténu můžeme rozdělit na čtyři oblasti. První oblast tvoří napáječ, který vlastně představuje nezatížené vedení s rozloženými parametry. V další oblasti je toto vedení zatíženo krátkými dipóly, které, protože mají délky podstatně menší než rezonanční, můžeme nahradit soustředěnými kapacitami. Vzhledem k přibližně protifázovému napájení a malé vzdálenosti zářičů se jednotlivé příspěvky navzájem ruší. Tato oblast se jeví přibližně jako vedení s menší fázovou rychlostí. Celková kapacita na jednotku délky je přibližně konstantní, protože sice u vrcholu jsou kratší dipóly s menší náhradní kapacitou, ale zase jsou uspořádány s větší hustotou.



Obr. 20.11 Pracovní oblasti logaritmicko-periodické antény

Ve třetí oblasti jsou dipóly, jejichž délka se přibližně rovná rezonanční délce, takže jejich impedance má silnou odporovou složku. Proud v dipólu je velký a je ve fázi se svorkovým napětím. Rozteče dipólů jsou již větší, takže dovolují, aby zářiče měly fázové posunutí přibližně 90° s tím, že kratší mají posunutí menší než 90°, kdežto delší mají posunutí větší než 90°. To je podobné jako u Yagiho tříprvkové antény s jedním direktorem a reflektorem, kdy prvek s kapacitním charakterem vstupní impedance je blíže k dipólu a prvek s indukčním charakterem je dále. Maximum vyzařování je směrem k vrcholu.

Čtvrtá oblast má dipóly delší než rezonanční, takže jejich impedance mají indukční charakter a jeví se jako filtr v útlumové oblasti. Fázový posuv na jednotku délky se přibližně rovná nule,

čemuž by odpovídala nekonečně velká fázová rychlost. Vlna, která by se v této oblasti měla šířit, je odrážena zpět. Navíc amplituda této vlny je malá, protože většina přivedené energie se vyzáří v předcházející aktivní oblasti. Takže konečné rozměry struktury se neprojeví.

Při změně pracovního kmitočtu se aktivní oblast stěhuje podél struktury - při zvyšování kmitočtu k vrcholu, při snižování kmitočtu směrem k delším prvkům. Konce kmitočtového pásma antény odpovídají případům, kdy se aktivní oblast posunula až k nejdelším (resp. k nejkratším) prvkům struktury. Na obr. 20.12 je konstrukční provedení takové dipólové antény. Střídavého napájení se dosáhne tím, že ramena dipólů jsou střídavě připojena k levému a pravému vodiči a navíc jednou dolů a podruhé nahoru. Napájet lze opět koaxiálním kabelem vedeným středem nosného rámu.



Obr. 20.12 Konstrukční provedení logaritmicko-periodické dipólové antény

### 20.4 Trychtýřové antény s ploutvovým vedením

Standardní trychtýřové antény, které vycházejí z obdélníkového nebo kruhového vlnovodu, mají teoreticky šířku pracovního pásma 2:1. Tato šířka pásma vychází z rozdílu mezi mezní frekvencí dominantního módu ( $TE_{10}$  mód pro obdélníkový vlnovod,  $TE_{11}$  mód pro kruhový vlnovod) a mezní frekvencí následného vyššího módu, který může být vybuzen ve vstupním vlnovodu. Vzhledem ke značnému útlumu vlivem impedance, která roste s přiblížením se k mezní frekvenci až do nekonečna, je skutečně využitelná šířka pásma okolo 1,7:1. Pro zvětšení šířky pásma se do vlnovodu zavádějí žebra (obr. 20.13), která jsou dále protažena do rozšiřujícího se trychtýře. Vložením těchto žeber, které přidají do vlnovodu kapacitní susceptanci, má za následek snížení mezní frekvence dominantního módu, čímž se rozšíří pracovní pásmo vlnovodu. Principy budou vysvětleny ve vztahu k obdélníkovému vlnovodu, ale žebra můžou být také užity i v kruhovém vlnovodu.



Obr. 20.13 Podélný řez středem trychtýře s ploutvovým vedením

Pro návrh trychtýřové antény s ploutvovým vedením (Double Ridged Horn) je nejprve zapotřebí analyzovat vlnovod s vloženými žebry, který se nazývá H-vlnovod. Na obr. 20.14 je zobrazen

příčný řez H-vlnovodu a jeho ekvivalentní náhradní obvod. Na základě metody příčné rezonance byly odvozeny rovnice, které určují mezní vlnovou délku  $TE_{n0}$  módů [20.3] a [20.4]. Tyto rovnice jsou

$$\frac{B}{D}\tan\theta_2 - \cot\theta_1 + \frac{B_C}{y_{01}} = 0$$
(20.22)

$$\frac{B}{D}\cot\theta_2 + \cot\theta_1 - \frac{B_C}{y_{01}} = 0$$
(20.23)

kde

$$\theta_1 = \frac{360}{\lambda_C} \left( \frac{A-S}{2} \right)$$
 stupňů a  $\theta_2 = \frac{360}{\lambda_C} \left( \frac{S}{2} \right)$  stupňů.

Rovnice (20.22) se týká lichých  $TE_{n0}$  módů a rovnice (20.23) se týká sudých  $TE_{n0}$  módů. Jednotlivé módy jsou značené stejně jako módy obdélníkového vlnovodu.



Obr. 20.14 Geometrie H-vlnovodu (vlevo), náhradní obvod

Hodnota výrazu normované susceptance  $\left(\frac{B_C}{y_{01}}\right)$ , která představuje vliv skoku nespojitosti, je

vyjádřena u Marcuvitze [20.6] nebo u Whinneryho a Jamiesona [20.7]. Další důležitý parametr, který je třeba znát pro návrh trychtýře s ploutvovým vedením, je impedance vlnovodu. Charakteristickou impedanci H-vlnovodu na nekonečné frekvenci pro mód TE<sub>10</sub> odvodil Hopfer [20.4]. Impedance je vyjádřená pomocí admitance na nekonečné frekvenci, která je výhodnější z hlediska vyjádření jako funkce geometrie.

$$Z_{0\infty} = 1/y_{0\infty}$$
(20.24)

kde

$$y_{0\infty} = 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{\lambda_c}{2\pi D} \begin{cases} \frac{2D}{\lambda_c} \cos^2\left(\frac{\pi S}{\lambda_c}\right) \ln \csc\left(\frac{\pi D}{2B}\right) + \frac{\pi S}{2\lambda_c} + \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi S}{\lambda_c}\right) + \\ + \frac{D}{B} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi S}{\lambda_c}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda_c}(A-S)\right)} \left[\frac{\pi(A-S)}{2\lambda_c} - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi(A-S)}{\lambda_c}\right)\right] \end{cases}$$

$$(20.25)$$

Charakteristická impedance na frekvencif je pak dána

$$Z_0 = Z_{0\infty} / \sqrt{1 - \left(\frac{f_C}{f}\right)^2}$$
(20.26)

U tohoto typu vlnovodů se uvažuje jako maximální použitelná šířka pásma (MUB) poměr mezních vlnových délek  $\left(\frac{\lambda_c^{10}}{\lambda_c^{30}}\right)$  módů TE<sub>10</sub> a TE<sub>30</sub>. Tato definovaná šířka pásma je dána z

důvodu polohy budící sondy, která je umístěna ve středu vlnovodu, čímž se zamezí vybuzení módu  $TE_{20}$ . Pro názornost jsou na obr. 20.15 zobrazeny vektory intenzity elektrického pole a rozložení energie módů  $TE_{10}$ ,  $TE_{20}$  a  $TE_{30}$  v H-vlnovodu. Z obrázků je zřejmé, že mód  $TE_{20}$  má ve středu vlnovodu, kde je umístěna budící sonda, minimum, a tudíž nemůže být takto vybuzen.



Obr. 20.15 Zobrazení rozložení vektorů intenzity elektrického pole a energie módů  $TE_{10}$ ,  $TE_{20}$  a  $TE_{30}$  v H-vlnovodu

Na obr. 20.16 jsou zobrazeny grafy se závislostmi, jak se mění normovaná vlnová délka  $\lambda_{\rm C}^{10}/A$  módu TE<sub>10</sub> a  $\lambda_{\rm C}^{30}/A$  módu TE<sub>30</sub> normovaná k délce strany A, kde  $\lambda_{\rm C}^{10}/A$  a  $\lambda_{\rm C}^{30}/A$  jsou funkce S/A pro různé hodnoty B/A a D/B, a dále je zde uvedena hodnota impedance na nekonečné frekvenci. Vzhledem k čitelnosti grafů tam nejsou zakresleny křivky  $\lambda_{\rm C}^{30}/A$  pro všechny hodnoty D/B. Z grafů je vidět, že  $\lambda_{\rm C}^{30}$  je relativně necitlivá na změnu D/B, kdežto  $\lambda_{\rm C}^{10}$  se zjevně zvětšuje se zmenšující se mezerou mezi žebry, čímž se velmi rychle rozšiřuje šířka pásma vlnovodu.

#### Návrh ploutví (žeber) v trychtýři

Ploutve musí vycházet z H-vlnovodu do trychtýře až do místa, kde rozšířená část se stává dostatečně široká pro vedení módu TE<sub>10</sub> na nejnižší pracovní frekvenci. Náběh výšky a šířky ploutve musí být rovněž takový, aby průběh impedance byl plynulý přechod z impedance H-vlnovodu na impedanci volného prostoru (377  $\Omega$ ). Experimentálně bylo zjištěno, že exponenciální průběh impedance od vlnovodu do apertury trychtýře je zcela vyhovující.

$$Z = Z_{0\infty} e^{KX}$$
  $0 \le X \le \frac{1}{2}$  (20.27)

$$Z = 377 + Z_{0\infty} \left( 1 - e^{\kappa(l - X)} \right) \qquad \frac{l}{2} \le X \le l$$
(20.28)

Zde je  $Z_{0\infty}$  charakteristická impedance vlnovodu a K je konstanta, aby impedance ve středu trychtýře byla průměr koncových impedancí.

Jestliže nejsou žádná omezení na délku trychtýře, je nejjednodušší konstruovat ploutev se stejnou šířkou po celé jeho délce a pouze se mění poměr D/B. V tomto případě je na základě velikosti apertury trychtýře a axiální délky předepsán poměr S/A v příčném řezu a je třeba volit pouze poměr D/B v souladu s rovnicemi (20.27) a (20.28). Pro dokonalou transformaci impedance přes axiální délku trychtýře, by měla být délka trychtýře větší než polovina vlnové délky na nejnižší pracovní frekvenci. Nicméně, jestliže je délka trychtýře omezená, tak zachování konstantní šíře hřbetu má za následek, že hřeben je blízko apertury velmi vysoký. To je nežádoucí, jelikož rozložení amplitudy v H-rovině se tím stává ve středu velmi špičaté a v E-rovině je velká fázová chyba, z čehož plyne zmenšený zisk trychtýře v jeho ose.

Další možností je zvětšovat šířku ploutve směrem k apertuře. Zde je třeba sledovat mezní vlnovou délku módu TE<sub>10</sub> v jednotlivých řezech trychtýře, aby byla rovna nebo delší než v oblasti vlnovodu. Jedna z možností je nechat  $[\lambda_C^{10}]^{\text{vlnovod}} = [\lambda_C^{10}]^{\text{trychtýř}}$  tak, že poměry D/B a S/A jsou jednoznačně daný. Takové omezení na mezní vlnovou délku učiní téměř lineární rozšíření šířky ploutve a to je případ užití lineárního průběhu impedance místo exponenciálního.

Příklad různých průběhů ploutví v trychtýři, které mají v celé své délce stejnou šířku, a k nim přidružený průběh impedance je zobrazen na obr. 20.17. Tyto průběhy byly převzaty z návrhu širokopásmového trychtýře s frekvenčním pásmem 8 - 18 GHz [20.8]. Pro návrh byl použit Hvlnovod WRD750, který vychází ze standardní řady těchto vlnovodů. Jeho rozměry jsou A = 17,5 mm, S = 4,4 mm, B = 8 mm a D = 3,25mm. Mezní frekvence je přibližně 6,1 GHz a impedance na nekonečné frekvenci je 181,6  $\Omega$ . Apertura trychtýře měla rozměry 168,5 x 84 mm a délka byla 142 mm. Z obrázku je patrné, že nejlépe odpovídá exponenciálnímu průběhu impedance podle rovnic (12.6) a (12.7) ploutev s průběhem P3. Průběhy ploutví P1 a P2, které jsou méně vystouplé do trychtýře oproti P3, mají za následek rychlý nárůst impedance v oblasti trychtýře u vlnovodu. To způsobí odrazy a tím pádem horší přizpůsobení antény. Průběh ploutve P4, která je více protažena do apertury, zprvu klesá pod hodnotu impedance vlnovodu, přibližně v půlce trychtýře se opět dostává na hodnotu impedance vlnovodu a následně se rychle zvětšuje k impedanci v apertuře. Pro tento případ opět nastávají odrazy a tím i horší přizpůsobení antény.

Trychtýřové antény s ploutvovým vedením je možné rozdělit na dva typy. První typ je anténa, která je navržena s vlnovodovou přírubou pro standardní H-vlnovod. Taková anténa má šířku pásma závislou na šířce pásma vstupního vlnovodu, která je u standardní řady H-vlnovodů maximálně 3:1. Větší šířka pásma se u standardních H-vlnovodů nepoužívá vzhledem k tomu, že by bylo nutné zvětšit poměr D/B (zmenšení mezery mezi žebry), což má za následek značné zvětšení útlumu vlnovodu. To je však nežádoucí, protože se tyto vlnovody používají především jako širokopásmové přenosové vlnovodové vedení. U tohoto typu trychtýře je v celém pásmu zisk a směrové vlastnosti při uvažování šířky svazku při poklesu na polovinu výkonu (HPBW) přibližně konstantní.







Obr. 20.17 Různé průběhy ploutví v trychtýři a k ním Geometrie válcového vodiče pro odvození proudového rozložení

Druhý typ je anténa, která je navržena celá i s přechodem na koaxiální vedení. Díky tomu, že je zde jen krátká část vlnovodu a není třeba dbát jeho útlum, je možné mít velký poměr D/B (malá mezera mezi žebry) a tím je dosaženo šířky pásma až 10:1. Tyto antény mají díky své velké šířce pásma značně nevyrovnané parametry. Zisk antény se zvětšující se frekvencí roste od spodního konce pracovního pásma, což je spojeno se směrovými charakteristikami, kde HPBW se zmenšuje s rostoucí frekvencí. Vzhledem k tomu, že anténa musí mít aperturu trychtýře dostatečně velkou, aby bylo možné vyzářit vlnu na nejnižší frekvenci (nejdelší vlnová délka), tak do apertury na horním konci pásma se vejde už několik vlnových délek. Tím dochází na horním konci pásma k poklesu zisku v ose trychtýře a anténa má maximum svého příjmu mimo její osu. Proto je třeba při návrhu celou strukturu optimalizovat vzhledem k vyzařovacím charakteristikám. Není ovšem fyzikálně možné vyoptimalizovat strukturu tak, aby bylo maximum vyzařování v celém pásmu v ose antény. Anténa, která nemá rozdíl zisku v ose trychtýře oproti zisku ze směru maximálního přijmu vetší než 3 dB, se považuje za uspokojivou. Pro názornost jsou na obr. 20.18 zobrazeny příklady, jak může vypadat směrová charakteristika trychtýře na horním konci jeho frekvenčního pásma před optimalizací a po optimalizaci struktury.



Obr. 20.18 Ukázky 3D směrových charakteristik širokopásmového trychtýře pro jednu frekvenci před optimalizací struktury (vlevo) a po optimalizaci.

Co se týče šířky pásma tohoto typu antény, je možné dosáhnout šířku pásma trychtýře až 20:1. Je to možné díky speciální konstrukci přechodu, kde je potlačen mód  $TE_{30}$  a tím zvýšena horní mez pracovního pásma. Ukázka takového typu trychtýře je na obr. 20.19. U takto širokopásmového trychtýře nastávají ještě vetší problémy se směrovými charakteristikami a ziskem. Aby byly

splněny dříve zmíněné požadavky na zisk v ose trychtýře, je nutné vyřezat boční stěny (viz obr. 20.19). Tím se vytvoří módový filtr, čímž se zlepší směrové charakteristiky, ale i přizpůsobení antény.



Obr. 20.19 Širokopásmový trychtýř DRH400 pro frekvenční pásmo 400 MHz - 6 GHz

#### Literatura k 20. kapitole

[20.1] Dyson, John D.: The equiangular spiral antenna. IRE Trans. Antennas Propagat. vol. 7, pp. 181 - 187, April 1959

[20.2] Dyson, John D.: The characteristics and design of the conical log-spiral antenna. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 13, pp. 488 - 499, July 1965

[20.3] John, S.: Properties of Ridge Wave Guide. Proceedings of the IRE, vol. 35, pp. 783 – 788, August 1947

[20.4] Hopfer, S.: The Design of Ridged Waveguides. IRE, Trans. on Microwave Theory & Tech., MTT-3, pp. 20 - 29, October 1955

[20.5] Walton, K. L. and Sundberg, V. C.: Broadband Ridged Horn Design. The Microwave Journal, pp. 96 – 101, March 1964

[20.6] Marcuvitz, N.: Waveguide Handbook. pp. 307 - 309 and 399 - 404

[20.7] Whinnery, J. R. and Jamieson, H.W.: Equivalent Circuits for Discontinuities in Transmission Lines. Proc. IRE, vol. 32, pp. 98 – 116, February 1944

[20.8] Hradecky, Z. - Mazanek, M.: Design of Double Ridged Horn Antenna in Frequency 8-18 GHz. In: Radioelektronika 2001 - Conference Proceedings. Brno: VUT FEI, Ústav radioelektroniky, pp. 238-241, 2001

## 21. Měření parametrů antén

I když návrh antén s využitím nejmodernějších softwarových produktů bývá poměrně přesný, je třeba vždy ověřovat dosažené výsledky návrhu i vlastní realizace měřením. Vzhledem ke své podstatě, kdy antény považujeme za jakýsi prostorový i frekvenční filtr, se tato měření podstatně odlišují svým provedením od jiných typů radioelektronických měření. Anténa v místě svého nasazení je vždy ovlivněna konkrétním umístěním, typem povrchu, bližším okolím, a to jak z hlediska jejich prostorového uspořádání, tak také s ohledem na jejich elektrické materiálové vlastnosti. Je tedy možné říci, že změřená anténa může v určitých mezích vykazovat v odlišných prostředích částečně odlišné vlastnosti. Proto se měření antén realizují v pokud možno ideálních podmínkách, kdy je možné vlivy okolí na parametry antén zanedbat. Další podmínkou je, že anténu měříme skutečně v její zářivé oblasti a že známe tvar vlnoplochy, který je v místě testovací antény, kterou měřenou anténu proměřujeme. Měření antén je poměrně široká problematika, která využívá různé techniky. Za klasické metody je možné považovat tzv. metody měření antén ve vzdálené zářivé oblasti. Tyto patří ke třídě měření, která určuje vlastnosti antén ve frekvenční oblasti. V poslední době se díky vývoji měřicích aparatur setkáváme i s jiným přístupem, a to s měřením v časové oblasti. V podstatě lze říci, že tak, jak lze mezi časovou a frekvenční oblastí přecházet pomocí Fourierovy transformace, lze takto přecházet i v prostředí naměřených výsledků.

Další otázkou, která s měřením antén úzce souvisí, je vlastní prostředí, kde se měření uskutečňuje. Zejména dříve pro splnění podmínek dosažení dostatečné vzdálenosti mezi měřenou a testující anténou byla tato měření realizována ve shodném vnějším terénu. To často, vzhledem k relativním rozměrům tzv. zářivé oblasti, představovalo nutnost dodržet poměrně velké vzdálenosti s vhodným terénem (to se týká jak profilu, tak typu pokrytí tohoto terénu). Postupem času byly vypracovány i jiné metody měření, kterými lze (pomocí zrcadel a čoček) realizovat vhodný tvar elektromagnetické vlny (především uvažujeme, že rovinné) na fyzicky komprimovaném prostředí. Takto byly navrženy tzv. metody v kompaktním uspořádání. Ty již bylo možné přemístit do vhodných vnitřních prostorů, které vykazovaly vlastnosti "neomezeně rozlehlého" prostoru. Byly realizovány tzv. bezodrazové anténní komory, které měly stěny, strop i podlahu a případně i další vnitřní nezbytné objekty pokryté bezodrazovými absorpčními materiály. Takovýmto způsobem bylo, i při dobré vnitřní geometrii celého pracoviště, možné vytvořit pro kmitočty nad určitým základním kmitočtem pracoviště, které se do značné míry přibližovalo ideálu. Nejnižší kmitočet pro který bylo možné tato pracoviště použít, byl dán vlastnostmi absorpčního pokrytí a vhodným geometrickým uspořádáním. Rozměry těchto vnitřních komor se pohybují od jednotek do několika desítek metrů a proto umožňují i měření určitých antén v určitém kmitočtovém pásmu (opět od jistého kmitočtu výše) i v tzv. vzdálené zářivé oblasti. Výhodou vnitřních pracovišť je pochopitelně nezávislost na meteorologické situaci, což je u pracovišť vnějších často zásadní problém.

Další cestou vývoje bylo měření v tzv. blízké zářivé oblasti. Zde již pochopitelně není možné považovat vlnu, kterou je anténa testována, za rovinnou a tak měření směrových charakteristik je

nutné provádět jak ve fázi, tak v amplitudě a použít matematickou transformaci pro výpočet skutečného vyzařování, jaké bude mít anténa pro vzdálenou zářivou oblast. Opět se ale jedná o měření ve frekvenční oblasti, kdy je nutné zabezpečit bezodrazovost okolí. Tato měření kladou s ohledem na nutnost vektorového měření vyšší finanční nároky na přístrojové vybavení. Využití bezodrazových anténních komor doplněných ještě stíněním přináší i další výhodu. Vnější prostředí má již poměrně velmi zarušené spektrum, a to jak existencí nejrůznějších komunikačních služeb, tak i vlastním elektromagnetickým šumem vznikajícím různými dalšími cestami - tzv. průmyslové rušení. Stíněním je možné tyto vlivy redukovat a tak není nutno používat velký výkon pro vybuzení testující vlny. Je si nutné totiž uvědomit, že anténa má z hlediska svých směrových vlastností velký poměr mezi hlavním a vedlejšími laloky. Protože však chceme měřit celou prostorovou směrovou charakteristiku, je nutné přijímat právě při testování i vedlejšími laloky. Potom je ovšem dynamika takových měření velká, lze odhadnout, že bude třeba dosáhnout v dynamice rozsah min. 60 dB. Proto jsou velké nároky kladeny i na přístrojové vybavení, které musí zachovat možnost měření při nejrůznějších úrovních, generovat dostatečný výkon, od testovací elektromagnetické vlny očekáváme přesné rozložení amplitudy a fáze v prostoru atd.

Dalším typem měření jsou již zmíněná měření v časové oblasti. Ta opět potřebují speciální vybavení. Vysláním elektromagnetického krátkého pulzu, který v sobě nese velké frekvenční pásmo, je ovšem možné proměřit v daném směru vždy vlastně celé frekvenční pásmo antény. Lze také měřit v časové oblasti pomocí spojité vlny. Základní výhodou je, že můžeme stanovit čas za který pulz resp. spojitou vlnu musí registrovat testovaná anténa a naopak a tudíž další odrazy, které přijdou od nežádoucích objektů později než signál od testované (testující) antény je možné z dat eliminovat. V takovém případě vlastně nepotřebujeme již ani bezodrazové prostředí.

### 21.1 Měření ve volném prostoru a v anténní komoře

Anténní komory musí splňovat podmínku nekonečně rozlehlého prostoru, a to obecně do všech směrů. Toho se dociluje pomocí vhodného absorpčního obložení, které svými rozměry, geometrickým tvarem a elektrickými parametry materiálu zabezpečuje malý odraz pro dopadající vlnu. Většinou se jedná o materiály zhotovené v tzv. pěnových materiálů (např. polyuretan), které jsou vyplněny elektrovodnými sazemi. Celá technologie absorpčních materiálů je poměrně složitá, často je třeba tyto dimenzovat na poměrně značné výkony. Proto musí pěnový nosný materiál zajistit i dobré odvádění tepla, resp. odvětrávání. Proto se uvádí, že příslušné materiály musí mít dlouhé kanálky a na řezu jich musí být značný počet (uvádí se až 90% "otevření"). Vlastní tlumící bázi tvoří speciální saze s velkou absorpční plochou. Tyto jsou do pěnového materiálu vnášeny buď při vlastním procesu polymerace, nebo, což je častější, mechanicky natahovány do pěnového materiálu při roztahování. Přitom povrchy kanálků pěnového materiálu bývají chemicky narušeny tak, aby se co největší množství útlumového materiálu co nejlépe pevně pojilo s nosným materiálem. Proces "natahování" elektrovodných sazí se několikrát opakuje současně s vysoušením materiálu. Důležitou částí návrhu absorbérů je jejich geometrický tvar a pochopitelně výška, která by měla mít vazbu na vlnovou délku nejnižšího

kmitočtu, od kterého má příslušná komora pracovat. Většinou se používají absorbéry jehlanového tvaru, případně klíny, vrstvené desky s různou hodnou ztrát, které jsou takto vyladěny na určitá pásma kmitočtů atd. Horní kmitočtové pásmo použitelnosti je dáno zase čelním rozměrem absorbéru, např. špičkou jehlanových absorbérů, která musí být dostatečně malá, aby nezpůsobila odraz zpět. Pochopitelně nejlepší vlastnosti, nejmenší odraz vykazují absorbéry pro kolmo dopadající vlnu, šikmo dopadající vlnění, již má koeficient odrazu větší. Z tohoto důvodu se na podélné stěny příslušného prostoru často hodí více podélné klíny, do kterých vlastně vlna nenaráží, ale je mezi nimi vedena a postupně tlumena. Naopak čelní a zadní stěny by měly být s pyramidálních absorbérů někdy se používají též materiály vlnivé. Absorbéry se vyrábějí ve standardizovaných velikostech (např. 600x600 mm), a v různých výškách. Omezením na nejnižším kmitočtu bývá vlastní hmota a pevnost klínu, který se při délkách nad 1m již začíná ohýbat. Tyto materiály mají, vzhledem k použité uhlíkové náplni, většinou černou barvu, takže v bezodrazových komorách by bylo příliš temno. Proto se materiály natírají různými barvami, které vylepšují výslednou světelnou bilanci. Pochopitelně barvy obsahují minerály, které mohou zhoršovat na velmi vysokých frekvencích hodnoty koeficientu odrazu. Proto se většinou pro velmi vysoké kmitočty využívá kompromis, spodní část jehlanu je natřena, vlastní špička je ponechána v původní barvě. Vzhledem k velkým rozměrům klasických absorbčních materiálů fungujících na nižších kmitočtech, se často používá kombinace s tzv. feritovými absorbéry. Jejich činnost je však založena na jiném principu, a to na rezonančním útlumu ve feritovém materiálu. Různé složení feritů umožňuje dosáhnout poměrně dobré výsledky pro koeficient odrazu zhruba v pásmu 80 - 550 MHz. Nejlepší rezonance, tedy nejmenší odraz od nich, bývá typicky okolo 300 MHz. Výhodou těchto feritových materiálů je jejich nízká tloušťka, prakticky se setkáváme s tloušťkami okolo 10 mm a destičky mají rozměr 100 x 100 mm. Nepříjemná je jejich poměrně velká hmotnost a to, že jsou velice křehké a snadno se mechanicky poškodí. Zakončeny musí být zkratem a proto se umísťují přímo nebo přes další vrstvu před vodivý podklad. Ten může vytvářet celkové stínění místnosti, což je obecně výhodné, protože se zvýší odstup od okolního rušení a tím se sníží požadavky na vysílaný výkon při dodržení stejné dynamiky měření.

Základní vybavení měřicích pracovišť se sestává z (při pro požadovaný frekvenční rozsah):

- vysílač generátor s dostatečným výkonem
- přijímač s velkou dynamikou (např. spektrální analyzátor), nebo se používají speciální přijímače s několikerým směšováním a pilotním signálem pro měření antén
- testující antény
- otočný mechanismus točna, která umožní měření v příslušném řezu prostoru (používá se několik různých variant otáčení) azimut nad elevací, elevace nad azimutem a případně jejich složitější kombinace
- točna pro polarizační měření
- vektorový analyzátor pro měření impedance antény
Měření je možné rozlišit:

- měření ve frekvenční oblasti
  - o ve vzdálené zóně záření (obr. 21.1)
  - o měření v kompaktním uspořádání (obr 21.2)
  - měření v blízké zóně záření (obr.21.3)
- měření v časové oblasti
  - o pulzem
  - spojitou vlnou

Podrobnější rozdělení anténních měření udává tab. 21.1



Obr. 21.1 Uspořádání měření ve "vzdálené oblasti"



Obr. 21.2 Kompaktní uspořádání pro měření antén







Obr. 21.4 Anténní měření ve volném prostoru a v bezodrazové anténní komoře



Tab. 21.1 Přehled a rozdělení anténních měření a jejich uspořádání

# 21.2 Měření anténních parametrů

K základním měřením antén patří určení směrových charakteristik resp. jejich řezů v základních rovinách, dále impedance antény, resp. její přizpůsobení (pomocí činitele stojatého vlnění nebo tzv. ztrát odrazem), dále měření zisku a polarizačních charakteristik. Pochopitelně existuje ještě další řada speciálních parametrů pro specifické využití antén.

### Měření směrových charakteristik

Směrové charakteristiky v podstatě znamenají určení hodnoty intenzity elektrického pole na kouli o dostatečně velkém poloměru. Vzhledem ke svému charakteru by se měla určovat nejenom amplituda, ale také fáze a polarizace v daném místě. Pro řadu aplikací postačuje měření amplitudy, a to ještě ve vybraných řezech, v tzv. hlavních rovinách. Důležité je zachycení jak správné prostorové funkce, tak i relativní amplitudy, a to v celém rozsahu, který může být velmi značný. Měření se provádějí s využitím anténní točny a nezáleží na tom, zda testovaná anténa je přijímací či vysílací. To se spíše řídí realizovatelností měření. Velké antény vysílačů se proto spíše proměřují jako vysílací, většina měření menších antén využívá měřenou anténu jako přijímací. Ukázky prostorové směrové funkce (směrových charakteristik antén) jsou na obr. 21.5.



Obr. 21.5 Směrové charakteristiky antény, ukázka výsledků měření v prostoru rozvinutém do roviny, resp. do její části

#### Měření impedance a impedančního přizpůsobení

Měření se provádí klasickým vektorovým měřením impedance, které poskytuje komplexní informaci o tom, jakým způsobem anténu přizpůsobit. Skalární měření dávají pouze neúplnou informaci. Výstup těchto měření se většinou udává pomocí velikosti odražené vlny (v dB jako tzv. ztráty odrazem) nebo pomocí činitele stojatého vlnění. Obr. 21.6 udává příklad přizpůsobení dvojice širokopásmových antén. Kritérium přípustné velikosti odrazu je relativní a záleží na konkrétním typu antény. Pro širokopásmové použití se většinou bere šířka pásma na úrovni –10 dB, pro jiné antény, většinou úzkopásmové se požaduje běžně -20 dB, v případě radioreléových antén i –30 dB.



Obr. 21.6 Ukázka výstupu měření přizpůsobení širokopásmové antény

## Měření zisku

Zisk antény se měří buď srovnáním s kalibrovanou anténou daného zisku, nebo pomocí vzájemných měření trojice antén (měří se postupně přenosy mezi anténami 1 - 2, 2 - 3 a 3 - 1). Z těchto výsledků je možné získat hodnotu absolutního zisku každé z antén. Měření lze zjednodušit v případě, že máme dvě naprosto identické antény, pak postačuje jenom jedno měření. Měření zisku je nutné provádět na každém kmitočtu pásma, ve kterém anténa funguje (resp. s dostatečně hustým krokem vzhledem k očekávané frekvenční závislosti antény).

#### Měření polarizačních vlastností antény

Polarizační vlastnosti antény se proměřují pomocí polarizačně čisté sondy (antény), kterou se proměřuje polarizační stav vlnění vysílané testovanou anténou. Na obr. 21.7 je zakreslena tzv. polarizační obálka, která vznikne, budeme-li v prostoru otáčet rovinou polarizace liniové testující antény při proměřování obecné eliptické polarizace. Ze získané obálky je potom možné snadno zkonstruovat elipsu původního polarizačního stavu.





## 22. Literatura k dalšímu studiu problematiky

Zájemci mohou využít služby studovny Katedry elektromagnetického pole FEL ČVUT v Praze, kam jim mohou být následující materiály po dohodě zapůjčeny. Pro zájemce o sledování současné problematiky "Antén a šíření vln" je zde k dispozici rozsáhlý časopisecký materiál (např. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Antennas and Propagation Magazin, atd.).

- [1] Prokop, J., Vokurka, J.: Šíření elektromagnetických vln a antény. SNTL/ALFA, Praha 1982
- [2] Vavra, Š., Turán, J.: Antény a šírenie elektromagnetických vĺn. ALFA, Bratislava, 1989
- [3] Stutzman, W., Thiele, G.: Antenna Theory and Design. John & Sons, New York, 1981
- [4] Vokurka, J., Prokop, J.: Laboratorní cvičení ze šíření elektromagnetických vln a antén. Učební texty VŠ, ČVUT Praha, 1966
- [5] Vavra, Š.: Antény a šírenie elektromagnetických vľn. Skriptum SVŠT, Bratislava, 1982
- [6] Petrík, S.: Antény a šírenie elektromagnetických vľn. Prednášky, VŠT Košice, Alfa, 1990
- [7] Kupčák, D.: Antény radiolokátorů pro řízení letového provozu, díl I.-III. Pardubice 1986
- [8] Vokurka, J.: Antény. Skriptum ČVUT, Praha 1972
- [9] James, J.R., Hall, P.S., Wood, C.: Microstrip Antenna. IEE, London, 1981
- [10] Milligan, T.A.: Modern Antenna Design. McGraw-Hill Inc., USA, 1985
- [11] Evans, G.E.: Antenna Measurement Techniques. Artech House, London, 1990
- [12] Hirasawa,K., Haneishi,M.: Analysis, Design, and Measurement of Small and Low-Profile Antennas. Artech House, London, 1992
- [13] Kumar, A.: Fixed and Mobile Terminal Antennas, Artech House, Norwood, 1991
- [14] Balanis, C.A.: Antenna Theory, Analysis and Design. Harper & Row, New York, 1982
- [15] Johnson, R.C.: Designer Notes for Microwave Antennas, Artech House, London, 1991
- [16] Freeman,R.L.: Radio System Design for Telecommunications (1-100 GHz). John Wiley & Sons, New York, 1987
- [17] Vvedenskov, B.A., Kolosov, M.A.: Rasprostranenie radiovoln pri kosmičeskoj svjazi. Izdatelstvo Svjaz, Moskva, 1969
- [18] Novotný, K.: Teorie elektromagnetického pole II. Vydavatelství ČVUT, Praha 1997
- [19] Macnamara, T.: Handbook of Antennas for EMC. Artech House, Inc., Norwood, 1995
- [20] White, D.: The EMC Desk Reference Encyclopedia. emf-emi control, Inc., Virginia, 1997
- [21] Morgan, D.: A handbook for EMC testing and measurement. IEE, London, 1994
- [22] Beckmann, P., Spizzichino, A.: The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces. Pergamon Press Ltd., Oxford, 1963
- [23] Tatarski, V.I., Silverman, R.A.: Wave Propagation in a Turbulent Medium. McGraw-Hill, Book Company, New York, 1961
- [24] Alpert, J.L., Ginzburg, V.L., Fejnberg, E.L.: Rasprostrančnije radiovoln. Gosudarstvennoje izdatělstvo techniko-teoretičeskoj literatury, Moskva, 1953
- [25] Lee, W.C.Y.: Mobile Cellular Telecommunications. McGraw-Hill, Inc. New York, 1995
- [26] Bahl,I.J., Bhartia,P.: Microstrip Antennas. Artech House, Ottawa, 1980
- [27] Kolosov, M.A., Armand, N.A., Jakovlev, O.I.: Rasprostraněnije radiovoln pri kosmičeskoj svjazi. Izdatělstvo Svjaz, Moskva, 1969

- [28] Silver, S.: Microwave Antenna Theory and Design. McGraw-Hill, Inc., New York, 1949
- [30] Kvasil, B.: Radiolokační antény část I. SNTL, Praha, 1955
- [31] Vokurka, J.: Radiolokační antény část II., SNTL, Praha, 1956
- [32] Černohorský, D., Nováček, Z.: Antény a šíření elektromagnetických vln., Nakladatelství VUT, Brno, 1992
- [33] Prokop, J., Vokurka, J.: Vybrané problémy z teorie elektromagnetického pole. ES ČVUT, Praha, 1984
- [34] Joachim, M.: Šíření radiových vln ionosférou I. svazek. Ediční a propagační středisko spojů, Praha, 1959
- [35] Dlouhodobé předpovědi nejvyšších použitelných kmitočtů pro radiové spoje využívající ionosférického šíření - I. - II. část. Ediční a propagační středisko spojů, Praha, 1959
- [36] Mazánek, M., Janík, J.: Antény a šíření elektromagnetických vln. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1994
- [37] Mazánek, M., Novotný, K.: Vybrané problémy z teorie elektromagnetického pole. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1997
- [38] Prokop, J.: Šíření elektromagnetických vln. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1980
- [39] Drabowitch, S., Papiernik, A., Griffiths, H., Encinas, J., Smith, B.L.: Modern Antennas. Chapman & Hall, London, 1998
- [40] Collin, E.E., Zucker, F.J.: Antenna Theory Part I. McGraw-Hill Book Company, New York, 1969
- [41] King,R.W.P.: The Theory of Linear Antennas with Charts and Tables for Practical Applications. Harvard University Press, Cambridge, 1956
- [42] Jasik, H.: Antenna Engineering Handbook. McGraw-Hill Book Company, New York, 1961
- [43] Elliott, R.S.: Antenna Theory and Design. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1981
- [44] Doluchanov, M.P.: Šíření radiových vln. SNTL, Praha, 1955
- [45] Hund,A.: Short-wave Radiation Phenomena. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1952
- [46] Picquenard, A.: Radio Wave Propagation. The Maxmillan Press Ltd., London, 1974
- [47] Mott,H.: Antennas for Radar and Communications: A Polarimetric Approach. John Wiley & Sons, New York, 1992
- [48] Hall,M.P.M.: Effects of the Troposphere on Radio Communication. Peter Peregriunus Ltd., London, 1979
- [49] Nikojskij,V.V., Nikolskaja,T.I.: Elektrodinamika i rasprostraněnie radiovoln. Moskva NAUKA, 1989
- [50] Ishimaru,A.: Wave Propagation and Scattering in Random Media. Academic Press, New York, 1978
- [51] Kraus, J.D.: Antennas. McGraw-Hill, Inc., Boston, 1988
- [52] Johnson, R.C.: Antenna Engineering Handbook. McGraw-Hill, Inc., New York, 1993
- [53] Balanis, C.A.: Antenna Theory. John Wiley & Sons, Ing., New York, 1997

Prof. Ing. Miloš Mazánek, CSc., doc. Ing. Pavel Pechač, Ph.D.

# ŠÍŘENÍ ELEKTROMAGNETICKÝCH VLN A ANTÉNY

Vydalo České vysoké učení technické v Praze Vydavatelství ČVUT, Thákurova 1, 160 41 Praha 6, v září 2004 jako svou 10453. publikaci. Vytisklo Vydavatelství ČVUT - výroba, Zikova 4, 166 36 Praha 6. 259 stran, 229 obrázků. Vydání druhé přepracované. Náklad 100 výtisků. Rozsah 19,70 AA, 20,03 VA.



Kč 170,-