AKADEMIE VĚD ČESKÉ REPUBLIKY

Recenzent
Doc. dr. Jan Obdržálek, CSc.

Stephen Hawking
a Roger Penrose

POVAHA PROSTORU A CASU

academia

ISBN 80-200-0745-8

OBSAH

PROSTOROČASOVÁ SETKÁNÍ ROGERA PENROSE A STEPHENA HAWKINGA

Ve speciálním miléniovém čísle časopisu britské fyzikální společnosti „Physics World" vyšel přehled odpovědí 130 fyziků na sedm otázek, z nichž druhá zněla: „Kterých pět fyziků vytvořilo ve fyzice nejdůležitější díla?" V řadě odpovědí bylo poukázáno na ošidnost takové otázky, některé zřejmě uvažovaly pouze 20. století. Nicméně největší počet hlasů jednoznačně získal Albert Einstein —119. Následovali Isaac Newton s 96 hlasy, James Maxwell s 67, Niels Bohr s 47, a mezi 61 fyziky s alespoň jedním hlasem byl také Stephen Hawking, který sám ovšem odmítl na anketu odpovídat (jeden hlas dostal mj. i Aristoteles).

Einsteinova speciální a obecná teorie relativity ukázaly, že nemůžeme spoléhat na svoji běžnou intuici, založenou na každodenní zkušenosti, chceme-li objevit skutečnou povahu světa. Prostor a čas nejsou univerzálním, neměnným „pozadím", v němž se odehrává vývoj našeho vesmíru. Prostorová i časová měření závisejí na pohybu pozorovatele, prostoročasová geometrie, reprezentující zároveň gravitační pole, závisí na rozložení a pohybu hmoty. Prostor a čas již nejsou „tuhá kasárna" klasické newtonovské fyziky. Hermann Weyl srovnával hmotu a prostoročas obecné relativity s hlemýžděm a jeho krunýřem: hlemýžď si buduje krunýř, jenž zpětně určuje možný pohyb hmoty hlemýždě. Po objevu kvasarů, pulsarů a kosmického mikrovlnného záření nastal v 60. letech mimořádný rozvoj obecné relativity, nečekaně vzrostl její význam v astronomii a kosmologii. Roger Penrose a Stephen Hawking hrají již více než 35 let vedoucí roli v teoretických aspektech tohoto rozvoje.

Jejich životní dráhy — v relativistické terminologii jejich světočáry — se často setkávaly, ať již při spolupráci, tak později při diskusích, při nichž stále zřetelněji vyjadřovali rozdílná, ale vždy originální a inspirující stanoviska. Příkladem je jejich debata v 7. kapitole této knížky. Světočáry obou ovlivňovaly nejlepší tradice britské vědy. Penrose (nar. 8. 8. 1931) studoval v Cambridgi, od roku 1973 je profesorem matematiky na univerzitě v Oxfordu. Hawking (nar. 8.1.1942) studoval v Oxfordu, od roku 1968 pracuje v Cambridgi, kde se v roce 1979 stal „lucasianským profesorem" matematiky; před 310 lety před ním tuto profesuru v 27 letech získal Isaac Newton.

Roger Penrose jako prvý začal v relativitě používat moderní metody geometrie a topologie, které v posledních desetiletích zásadně ovlivnily i další oblasti teoretické fyziky. Tyto metody a Penroseovy práce o vzniku singularit při gravitačním kolapsu inspirovaly Hawkinga ke studiu singularit typu velkého třesku v kosmologických modelech. V roce 1970

Hawking a Penrose publikovali společnou prací, ve které ukázali, že podle klasické obecné relativity čas začíná u minulé singularity (ve velkém třesku) kosmologických modelů našeho vesmíru a končí v těch oblastech prostoročasu, kde zkolabovala hvězda.

Tyto výsledky naznačují meze obecné relativity jako klasické teorie gravitace: fyzikální singularity, v nichž hustota hmoty a křivost prostoročasu jsou nekonečné, by podle úplné fyzikami teorie neměly vznikat. Přirozená reakce teoretiků byla vytvořit kvantovou teorii gravitace. Potřebu nalézt takovou teorii vyjádřil již Einstein v práci z roku 1916, když si uvědomil, že elektrony v atomech by se měly hroutit do jader i v důsledku vyzařování gravitačních vln (ač mnohem slabších, než jsou vlny elektromagnetické) a stabilitu atomů tedy může konzistentně zajistit jen kvantová teorie gravitačního pole. Význam konzistentní teorie, která by spojovala dvě nejhlubší teorie 20. století do jednotného rámce, je však pociťován mnohem výrazněji po formulaci Penroseových a Hawkingových teorémů o singularitách. Ve zmíněném „přehledu tisíciletí", publikovaném ve „Physics World", jeden astrofyzik s humorem uvedl, že dnes největším problémem ve fyzice je „buď získat trvalé zaměstnání, nebo kvantovou gravitaci"... Ať již bude kvantová gravitace vypadat jakkoli, důležitou roli v ní zřejmě bude hrát Hawkingův efekt vypařování černých děr. V jeho matematickém popisu vystupují základní veličiny teorie gravitace i kvantové a statistické fyziky. Kvantovat gravitaci ovšem znamená kvantovat samotný prostor a čas Zvláště v diskusi Penrose a Hawkinga, zaznamenané v poslední kapitole, se projevuje, že jak různý mají pohled na způsob řešení tohoto velkého problému, tak odlišně se dívají i na základní otázky samotné kvantové teorie.

Třebaže Penrose a Hawking přistupují k problému kvantové gravitace odlišnými cestami, oba vycházejí z relativistického „tábora": považují prostoročasovou geometrii za plně dynamickou veličinu ve smyslu Weylovy metafory s hlemýžděm. Prvotním cílem je pochopit kvantové vlastnosti prostoročasu, aniž by se přitom používaly nějaké přibližné metody vycházející z předem dané geometrie (daného „pozadí"), například z ploché geometrie Minkowského prostoročasu speciální teorie relativity. Jiný - a dnes širší - proud snažící se vytvořit kvantovou gravitaci představuje teorie superstrun, vycházející z „tábora" fyziky vysokých energií, z fyziky elementárních částic. Teorie strun v posledním desetiletí dosáhla pozoruhodných výsledků a je jí věnováno velké množství prací. Její předností je jednotný rámec při popisu všech elementárních částic i gravitace (gravitonů) jako různých vibračních stavů elementárních strun. Zatím nepřekonaným základním nedostatkem je ovšem neexistence takové formulace strunové teorie, která by byla skutečně „vnitřní", nezávislá na nějakém výchozím geometrickém pozadí.

Stephen Hawking je velký člověk vědy s mnohastrannými zájmy. V jistém smyslu lze říci, že svými obecnými, „filosofickými" názory a přístupy je blízký pohledům „typického" teoretického fyzika. Naši čtenáři mají k dispozici překlad jeho populárně vědecké knížky „Stručná historie času" (Mladá Fronta 1991,1997), která se stala největším bestsellerem daného žánru 20. století. Pro úspěch této knížky bylo jistě důležité, ne však nejdůležitější, že osud učinil Hawkinga vězněm vlastního těla, ale dal mu zároveň schopnost pronikat k počátkům času vesmíru a konci času hvězd. V doslovu k českému překladu jsem psal „Krátce o Stephenu Hawkingovi a jeho pohledu na svět"; dodnes se ovšem „hawkingovská" literatura značné rozrostla (v českém překladu např. Černé díry a budoucnost vesmíru, Mladá Fronta 1995).

Roger Penrose je jedním z nejoriginálnějších myslitelů naší doby. Kombinuje v sobě hluboký fyzikální vhled s matematickou genialitou. „Penroseova matematika" byla inspirující i pro jednoho z největších současných „čistých" matematiků, Michaela Atiyaha, s nímž Penrose interagoval „pod jednou střechou" v Oxfordu po 17 let. Teorii twistorů, popisovanou v 6. kapitole, začal Penrose rozvíjet koncem 60. let. Už v rozhovoru v říjnu 1968 (viz Československý časopis pro fyziku A19, str. 210-213, 1969) na otázku, „kterou z oblastí matematiky považujete dnes za nejpodnětnější pro teoretickou fyziku, zejména pro teorii relativity", Penrose v odpovídá: „...Věřím, že twistory budou hrát závažnou roli v budoucí teorii, která bude spojovat kvantovou teorii s obecnou relativitou..." Teorie twistorů přinesla dodnes množství hlubokých výsledků, různými autory o ní bylo napsáno několik knih. Dosud však ovlivnila mnohem více rozvoj matematiky a metod matematické fyziky než vlastni fyziku. Penrose ovšem nepatří k těm často i prvotřídním fyzikům, kteří vždy naskočí na vagón rozjíždějící se po nové nadějné cestě. Když věří v hloubku nějaké myšlenky, sleduje ji po léta. Nejnovější výsledky naznačují, že twistory budou hrát významnou roli i v klasické relativitě. Jejich možnosti v popisu kvantové struktury prostoročasu jsou stále otevřené.

Penroseova mimořádná tvořivost se projevila i v několika zcela odlišných oblastech. Jeho popularizační knížka „Císařova nová mysl" (Emperor's New Mind) představuje vysoce originální snahu uvést do souvislosti různé základní aspekty fyziky, matematiky, vědy o počítačích, biologie, vědy o mozku, i filozofie. Své názory brání proti různým kritikům této knihy a dále rozvíjí v knize „Stíny mysli" (Shadows of Mind) z roku 1994. Hlavní myšlenky těchto dvou děl jsou shrnuty v Penroseově knížce „Makrosvět, mikrosvět a lidská mysl", která vyšla v českém překladu doc. Jiřího Langera (Mladá Fronta, 1999). Jsou v ní obsaženy i tři reakce na Penroseovy názory (mezi nimi reakce Hawkingova) a Penroseovy odpovědi. V otázkách prostoru, času a kvantové teorie může být tato knížka užitečným populárnějším úvodem k následujícímu textu.

Spolu se svým otcem Penrose inspiroval kresby Escherovy. „Penroseovy dlaždice", které neopakujícím se způsobem mohou pokrýt nekonečnou rovinu, nalezly aplikace v tzv. kvazikrystalech, dnes komerčně využívaných např. v nových fritovacích pánvích. V letošním únorovém čísle výše zmiňovaného „Physics World" zjistíme, že spolu s Brianem Aldissem, autorem knih science-fiction, Penrose napsal román „Bílý Mars"...

Jak uvádí ve sborníku vydaném k Penroseovym 65 narozeninám Michael Atiyah, ,budoucí pokrok myšleni, stejné jako v evoluční genetice, závisí na dostatečné zásobě myšlenek, takže některé dobré přežiji a budou dále prosperovat Roger je jedním z těch, kteří pomáhají diverzifikovat náš ,genový bazén myšlenek'"

Rogera Penrose jsem potkal na mnoha konferencích, zažil jeho nádherné semináře v Oxfordu Vzpomínám například, jak na jednom z nich na kolenou postupoval po koberci pod tabuli, aby mohl dobré psát vzorce na jejím spodním okraji Před mnoha lety nás navštívil v Praze Dnes jako tehdy přirozený, nepompezm, s vlídným humorem

Věřím, že tato kniha v českem překladu dr Pavla Krtouse, odborníka v teorii relativity i kvantové teorii, bude zdrojem myšlenek a inspiraci nejen pro čtenáře zabývající se matematicko-fyzikalnimi vědami, ale i pro širší zvídavou veřejnost, která k nim inklinuje

Jm Bicak

PŘEDMLUVA

Diskuse Rogera Penrose a Stephena Hawkmga zaznamenaná v teto knize byla vrcholem šestiměsíčního programu konaného v roce 1994 v Institutu Isaaca Newtona pro matematické vědy (Isaac Newton Institute for Mathematical Science) na universitě v Cambridgi Tématem teto závažné diskuse byly některé z nejzákladnějších myšlenek o povaze našeho vesmíru Není snad potřeba zdůrazňovat, že zdaleka nejsme na konci cesty, nejasnosti a rozpory nadále přetrvávají a stale můžeme o mnohem debatovat

Asi před šedesáti lety proběhla slavná a rozsáhlá diskuse mezi Nielsem Bohrem a Albertem Einsteinem o základech kvantové mechaniky Ernstem odmítl přijmout kvantovou mechaniku jako konečnou teorii Považoval ji za filosoficky neadekvátní a pustil se do tuhé bitvy proti ortodoxní interpretaci kodaňské školy, reprezentované Bohrem

V jistém smyslu je debata mezi Penrosem a Hawkmgem pokračovaní teto diskuse, přičemž Penrose hraje roli Einsteina a Hawking roli Bohra Diskutovaná témata jsou nyní komplexnější a širší, ale stejně jako v předchozí debatě jsou postavena na spojem technických argumentů a filosofických pozic

Kvantová teorie a její komplikovanější verz kvantová teorie pole je v současnosti hluboce propracovanou a technicky úspěšnou teorii, a to přesto, že stale existuji tací filosofičtí skeptici jako Roger Penrose Stejně tak obecná teorie relativity, Einsteinova teorie gravitace, obstála ve zkoušce časem a může si připsat obdivuhodný úspěch, i když vážné problémy tykající se role singularit a černých děr dosud přetrvávají

Hlavním předmětem sporu v diskusi Hawkmga a Penrose je možnost propojeni těchto dvou úspěšných teorii, tedy vytvořeni teorie „kvantové gravitace" Snahy o její nalezeni narážejí na hluboké koncepční problémy a pravě ty poskytuji rámec pro témata diskutovaná v těchto přednáškách

Jako příklady položených fundamentálních otázek uvedme „směr toku času", počáteční podmínky při vzniku vesmíru a způsob, jakým černé díry pohlcuji informace V odpovědích na tyto a mnohé jiné otáky zastávají Hawking a Penrose mírně odlišné pozice. Své argumenty opatrně předkládají jak matematickým, tak fyzikálním jazykem, přičemž forma diskuse dovoluje vzájemnou smysluplnou kritiku.

Ačkoli některé části vyžadují technické znalosti matematiky a fyziky, mnoho z uvedených argumentů je vedeno na vyšší (či hlubší) úrovni, která zaujme i mnohem širší okruh zájemců. Čtenář nahlédne alespoň v náznaku rozsah a jemnost diskutovaných myšlenek a neskutečnou náročnost pokusu o vytvoření konzistentního obrazu zahrnujícího plně jak gravitaci, tak kvantovou teorii.

Michael Atiyah

PODĚKOVÁNÍ

Autoři, vydavatel a Institut Isaaca Newtona pro matematické vědy by chtěli vyjádřit vřelé díky všem, kdo se podíleli na přípravě série přednášek pro tuto knihu. Jsou to Matthias R. Gaberdiel, Simon GiIl, Jonathan B. Rogers, Daniel R. D. Scott a Paul A. Shah.

KAPITOLA PRVNÍ

KLASICKÁ TEORIE

S. W. *Hawking*

V těchto přednáškách spolu s Rogerem Penrosem předložíme své spolu související, avšak odlišné pohledy na povahu prostoru a času. Každý předneseme střídavě tři přednášky, následované diskusí o odlišnostech v našich názorech. Budeme předpokládat základní znalost obecné relativity a kvantové teorie.

Existuje krátký článek Richarda Feynmana, popisující jeho zkušenost z konference o obecné relativitě. Myslím, že se jednalo o konferenci ve Varšavě roku 1962. Tento článek posuzuje velmi nelichotivě schopnosti zúčastněných a smysluplnost jejich bádání. To, že obecná relativita získala brzy mnohem lepší pověst a zájem o ní vzrostl, je do velké míry zásluha Rogerovy práce. Před ním byla obecná relativita zmatenou směsicí parciálních diferenciálních rovnic v jednom souřadném systému. Lidé měli takovou radost, když nalezli nějaké řešení, že jim ani nevadilo, že pravděpodobně nemá žádný fyzikální význam. Roger ale přišel s moderními pojmy, jako jsou spinory a globální metody. Byl první, kdo ukázal, že lze nalézt obecné vlastnosti bez přesného řešení rovnic. Byla to jeho první věta o singularitách, která mě přivedla ke studiu kauzální struktury a inspirovala mou klasickou práci o singularitách a černých dírách.

Myslím, že se s Rogerem shodneme na klasických pracích. Odlišujeme se však ve svém přístupu ke kvantové gravitaci, a dokonce ke kvantové teorii samotné. Ačkoli já sám jsem částicovými fyziky považován za nebezpečně radikálního pro svou hypotézu o možnosti ztráty kvantové koherence, v porovnání s Rogerem jsem zcela konzervativní. Přijímám pozitivistický pohled v chápání fyzikální teorie jako pouhého matematického modelu a považuji za nepodstatné se ptát, zda odpovídá realitě. Jediné, co můžeme požadovat, je, aby její předpovědi byly v souhlase s pozorováním. Myslím, že Roger je duší platonik, ale to musí zodpovědět on sám.

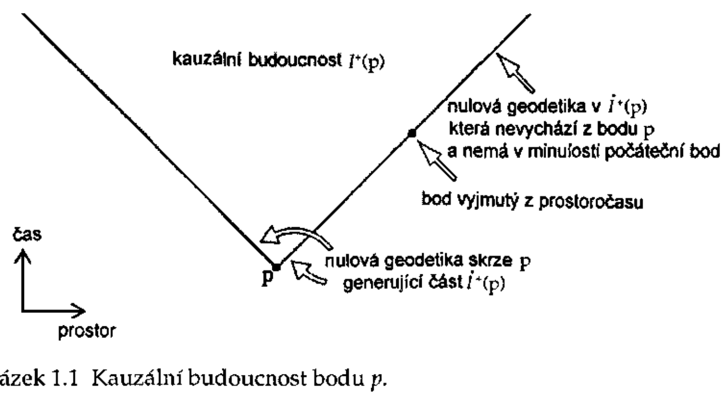
Ačkoli existují hypotézy, že prostoročas by mohl mít diskrétní strukturu, já sám nevidím žádný důvod, proč opustit doposud tak úspěšné spojité teorie. Obecná teorie relativity je nádherná teorie, která souhlasí se všemi prozatím provedenými pozorováními. Možná bude potřebovat úpravu na planckovských rozměrech, ale nemyslím, že to ovlivní mnoho předpovědí, které z ní můžeme získat. Může být pouze nízkoenergetickým přiblížením k nějaké fundamentálnější teorii, jako je např. teorie strun, i když myslím, že teorie strun bývá přeceňována. Za prvé, není jasné, zda obecná teorie relativity zkombinovaná s různými jinými poli do teorie supergravitace nemůže dát rozumnou kvantovou teorii. Zprávy o neúspěchu supergravitace jsou přehnané. Jednoho roku všichni věřili, že supergravitace je konečná. Následujícího roku se změnila móda a každý říkal, že supergravitace musí mít divergence, přestože žádné nebyly skutečně nalezeny. Druhým důvodem, proč nebudu diskutovat teorii strun, je, že zatím nepředložila žádné testovatelné předpovědi. Oproti tomu přímočará aplikace kvantové teorie na obecnou relativitu, o které budu mluvit, již dvě testovatelné předpovědi předložila. Jedna z nich - vývoj malých poruch během inflační fáze - se zdá být potvrzena nedávnými pozorováními fluktuací v kosmickém reliktním záření. Druhá předpověď o tepelném záření černých děr je testovatelná alespoň v principu. Jediné, co musíme udělat, je nalézt primordiální černou díru. Bohužel se nezdá, že bychom jich měli za humny dostatek. Kdybychom totiž měli, věděli bychom již, jak kvantovat gravitaci.

Žádná z těchto předpovědí se nezmění, ani pokud je teorie strun konečnou teorií přírody. Ale teorie strun, alespoň na současném stupni svého vývoje, není schopna provést tyto předpovědi jiným způsobem než odkazem na obecnou teorii relativity jako nízkoenergetickou efektivní teorii. Obávám se, že tomu tak může být ve všech případech a že nemusí existovat žádná předpověď teorie strun, která by nemohla být odvozena z obecné relativity nebo supergravitace. Pokud tomu tak je, naskýtá se otázka, zda teorie strun je opravdu vědecká teorie. Je matematická krása a úplnost dostatečná v případě absence význačných pozorovatelně testovatelných předpovědí? Přitom teorie strun v současné formě není ani krásná, ani úplná.

Z těchto důvodů se v následujících přednáškách zaměřím na obecnou teorii relativity. Soustředím se na dvě oblasti, v nichž se zdá, že gravitace vede k důsledkům zcela odlišným od ostatních polních teorií. První odlišností je fakt, že gravitace by měla být příčinou toho, že prostoročas má počátek a možná i konec. Druhou je objev naznačující existenci čistě gravitační entropie, která není důsledkem hrubozrnnosti našeho popisu. Někteří lidé tvrdí, že tyto předpovědi jsou pouze pozůstatkem semiklasické aproximace. Říkají, že teorie strun, pravá teorie gravitace, vyhladí singularity a zavede korelace v záření černých děr tak, že bude pouze přibližně tepelné ve smyslu hrubozrnného pohledu. Bylo by to nudné, kdyby tomu tak bylo. Gravitace by byla stejná jako ostatní pole. Ale já věřím, že je podstatně odlišná, protože formuje jeviště, na kterém sama účinkuje, na rozdíl od jiných polí, které působí v již daném prostoročase. Toto vede k možnosti, že čas má počátek. To též umožňuje existenci oblastí vesmíru, které nemůžeme pozorovat a které jsou základem pojmu gravitační entropie jako míry toho, co neznáme.

V této první přednášce podám přehled prací v obecné teorii relativity, které vedou k těmto myšlenkám. Ve své druhé a třetí přednášce (kapitoly 3 a 5) ukážu, jak se tyto úvahy mění a rozšiřují s příchodem kvantové teorie. Má druhá přednáška bude o černých dírách a třetí o kvantové kosmologii.

Klíčovou technikou pro zkoumání singularit a černých děr, kterou zavedl Roger a já ji pomohl rozvinout, bylo zkoumání globální kauzální struktury prostoročasu. Definujme kauzální budoucnost I^+ *(p)* bodu *ρ* jako množinu všech bodů prostoročasu M, které mohou být dosaženy z bodu *ρ* pomocí časupodobné, do budoucnosti orientované křivky (viz obr. 1.1). Γ (p) můžeme chápat jako množinu všech událostí, které mohou být ovlivněny tím, co se odehraje v *p*. Můžeme zformulovat obdobné definice, v nichž plus nahradíme minusem a budoucnost minulostí. Takové definice budu považovat za samozřejmé.

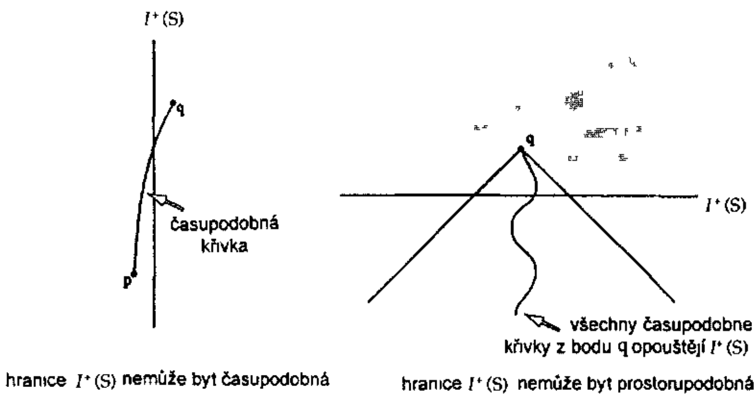


Obrázek 1.1 Kauzální budoucnost bodu *p*.

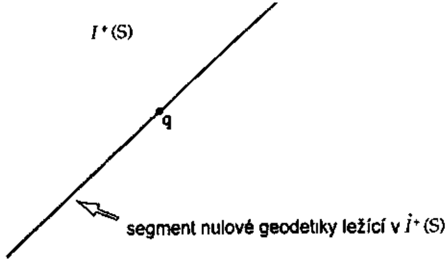
Dále zkoumejme hranici í$^+$ (S) kauzální budoucnosti množiny *S*. *Lze* snadno nahlédnout, že tato hranice nemůže být časupodobná V takovém případě by totiž bod *q* ležící kousek vně hranice byl v kauzální budoucnosti bodu *ρ* ležícího uvnitř. Stejně tak hranice kauzální budoucnosti nemůže být prostorupodobná s výjimkou na hranici množiny *S* samotné. V opačném případě by totiž každá křivka orientovaná do minulosti vedoucí z bodu *q,* který leží kousek v budoucnosti od hranice, překročila hranici a opustila kauzální budoucnost množiny *S.* To je ale spor se skutečností, že *q leží* v kauzální budoucnosti *S* (viz obr. 1.2).

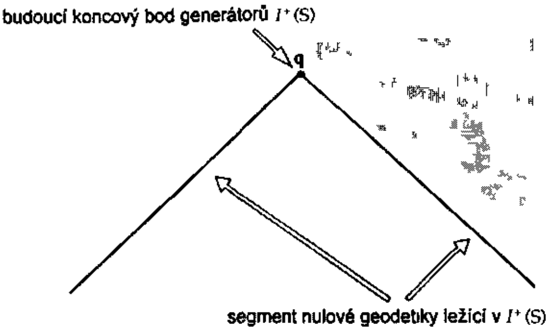
Můžeme tedy usoudit, že hranice kauzální budoucnosti má nulový charakter všude mimo množinu *S* samotnou. Přesněji: pokud *q leží* na hranici kauzální budoucnosti, ale nepatří do uzávěru množiny S, existuje segment nulové geodetiky orientované do minulosti procházející bodem *q* a ležící na hranici (viz obr. 1.3). Může existovat více takových nulových geodetických segmentů procházejících skrze *q* ležících na hranici, ale v takovém případě je *q* budoucím koncovým bodem segmentu. Jinými slovy: hranice kauzální budoucnosti množiny *S* je generována nulovými geodetikami, které mají budoucí koncové body na hranici a vnikají do vnitřku kauzální budoucnosti, pokud protnou jiný generátor. Na druhé straně, nulové geodetické generátory mohou mít minulé koncové body pouze v množině *S.* Je však možné, že v některých prostoročasech existují generátory hranice kauzální budoucnosti množiny S, které nikdy neprotnou *S.* Takové generátory nemají minulé koncové body.

Jednoduchým příkladem je Minkowského prostor s vyjmutou horizontální úsečkou (viz obr. 1.4). Jestliže množina *S leží* v mi-

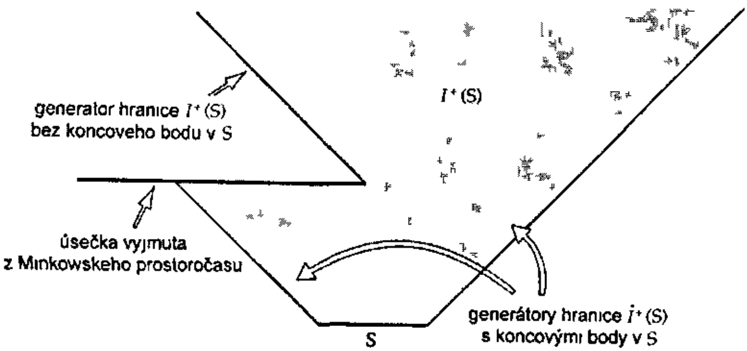


Obrázek 1 2 Hranice kauzalní budoucnosti nemůže byt časupodobná ani prostorupodobná





Obrázek 1.3 *Nahoře* Bod q leží na hranici kauzální budoucnosti, a proto jím prochází segment nulové geodetiky ležící na hranici. *Dole* Jestliže existuje více než jeden takový segment, je bod q jejich budoucím koncovým bodem



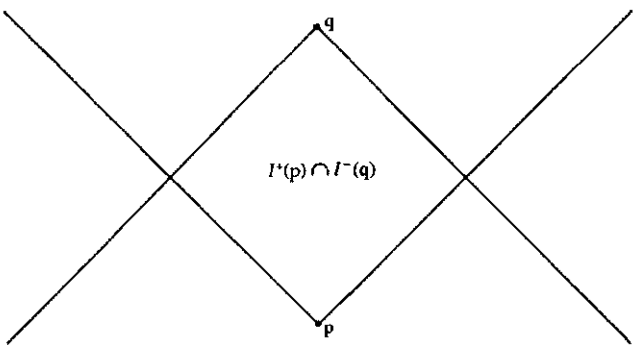
Obrázek 1.4 Díky vyjmutí úsečky z Minkowského prostoru má hranice kauzální budoucnosti množiny S generátor bez minulého koncového bodu

nulosti vyjmuté úsečky, úsečka bude vrhat stín a kousek v její budoucnosti budou ležet body nepatřící do kauzální budoucnosti množiny S. Můžeme též nalézt generátor hranice kauzální budoucnosti S, který vede z konce úsečky. Jelikož však koncový bod úsečky byl vyjmut z prostoročasu, nemá tento generátor hranice minulý koncový bod. Tento prostoročas je neúplný, ale to lze obejít vynásobením metriky vhodným konformním faktorem blízko konce úsečky. Ačkoli jsou takové prostory velmi nepřirozené, jsou důležité tím, že nám ukazují, jak opatrní musíme být při zkoumání kauzální struktury. Roger Penrose, který byl jedním ze zkoušejících při mé obhajobě titulu Ph.D., poukázal na to, že prostor podobný výše popsanému je protipříkladem některých tvrzení z mé doktorské práce.

K tomu, abychom dokázali, že každý generátor hranice kauzální budoucnosti množiny S má minulý koncový bod v této množině, musíme předpokládat určitou globální podmínku na kauzální strukturu. Nejsilnější a fyzikálně nejdůležitější podmínkou je globální hyperbolicita. Otevřená množina Li se nazývá globálně hyperbolická, pokud

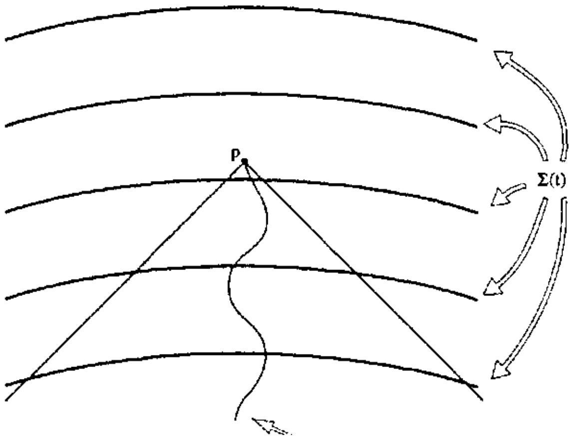
1. pro každý pár bodů ρ a q z U průnik kauzální budoucnosti ρ a kauzální minulosti q má kompaktní uzávěr. Jinými slovy, je to omezená oblast kosočtverečného tvaru (viz obr. 1.5);
2. v množině Li platí silná kauzalita. To znamená, že neexistují uzavřené nebo skoro uzavřené časupodobné křivky obsažené v Li.

Fyzikální význam globální hyperbolicity spočívá v tom, že jejím důsledkem je možnost rozvrstvení množiny Li pomocí Cauchyho



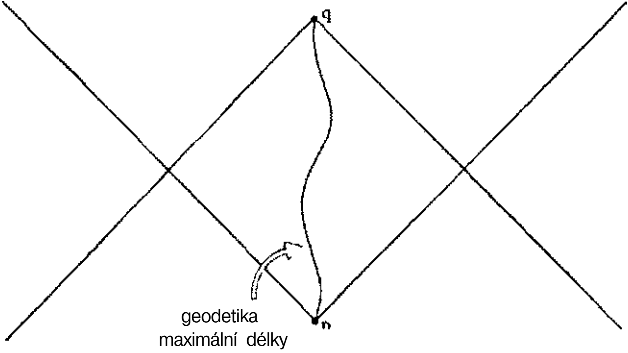
Obrázek 1.5 Průnik kauzální minulosti bodu ρ a kauzální budoucnosti bodu q má kompaktní uzávěr.

ploch X(O (viz obr. 1.6). Cauchyho plocha pro *Uje* prostorupodobná nebo nulová plocha, která protíná každou časupodobnou křivku v *U* právě jednou. Ze znalosti počátečních dat daných na Cauchyho ploše lze předvídat, co se stane v celé množině *U.* Dále lze v globálně hyperbolickém prostoročase zformulovat dobře se chovající kvantovou teorii pole. Zda lze zformulovat rozumnou kvantovou teorii pole v globálně nehyperbolickém prostoročase, není jasné. Globální hyperbolicita tak může být fyzikální nutností. Můj pohled však je, že bychom ji neměli předpokládat, jelikož tím bychom mohli vyloučit něco, co se nám gravitace snaží říci. Raději bychom měli odvodit, že jisté oblasti prostoročasu jsou globálně hyperbolické z jiných fyzikálně rozumných předpokladů.



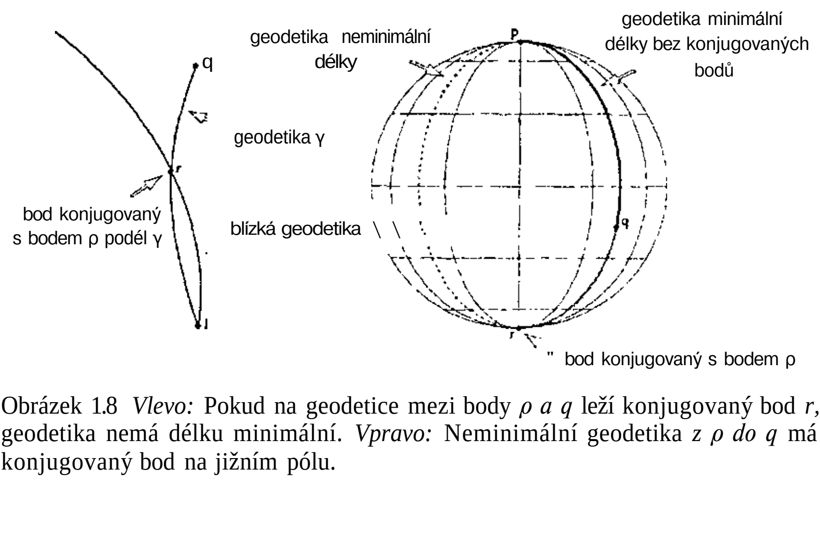
Obrázek 1.6 Rozvrstvení množiny Li na Cauchyho plochy.

Význam globální hyperbolicity pro věty o singularitách pramení z následujícího tvrzení. Nechť *U* je globálně hyperbolická množina a nechť *ρ a q* jsou body v *U,* které mohou být spojeny časupodobnou nebo nulovou křivkou. Pak existuje časupodobná či nulová geodetika mezi *ρ* a *Cj,* která maximalizuje délku časupodobné nebo nulové křivky z *ρ* do *q* (obr. 1.7). Důkaz spočívá v tom, že se ukáže, že prostor časupodobných nebo nulových křivek z *ρ* do *q* je kompaktní v jisté topologii. Pak se ověří, že délka křivky je shora polospojitá funkce na tomto prostoru. Proto musí nabývat svého maxima a křivka maximální délky bude geodetika, jelikož jinak by malá variace dala delší křivku.



Obrázek 1.7 V globálně hyperbolickém prostoru existuje geodetika maximální délky spojující kterýkoli pár bodů, které mohou být spojeny časupodobnou nebo nulovou křivkou.

Dále můžeme uvažovat druhou variaci délky geodetiky 7. Lze ukázat, že geodetika 7 může být pozměněna na delší křivku, jestliže existuje nekonečně blízká geodetika z *p,* která znovu protíná 7 v bodě *r* mezi body *ρ a q.* Bod *r* se nazývá konjugovaný bod k *ρ* (obr. 1.8). Můžeme si to ilustrovat pomocí dvou bodů *ρ* a *q* na povrchu Země. Bez ztráty na obecnosti můžeme položit *ρ* na severní pól. Protože Země má nikoli lorentzovskou, ale pozitivně definitní metriku, existuje geodetika minimální délky namísto geodetiky délky maximální. Tato minimální geodetika je poledníkem běžícím ze severního pólu do bodu *q.* Ale máme též jinou geodetiku



Obrázek 1.8 *Vlevo:* Pokud na geodetice mezi body *ρ a q* leží konjugovaný bod *r,* geodetika nemá délku minimální. *Vpravo:* Neminimální geodetika *z ρ do q* má konjugovaný bod na jižním pólu.

ζ ρ do q, která běží zadem ze severního pólu na pól jižní a pak do bodu q. Tato geodetika obsahuje bod konjugovaný k ρ - jižní pól, kde se všechny geodetiky z ρ protínají. Obě geodetiky z ρ do q mají stacionární hodnotu délky vzhledem k malým variacím. Ale druhá variace geodetiky obsahující konjugovaný bod dává kratší (v pozitivně definitní metrice) křivku z ρ do q. V tomto případě Země tak můžeme usoudit, že geodetika, která běží skrze jižní pól není nejkratší křivka *z ρ do q*. Tento příklad je samozřejmě očividný. Ale v případě prostoročasu lze ukázat, že za jistých podmínek budou existovat globálně hyperbolické oblasti, ve kterých se konjugované body vyskytují na každé geodetice mezi dvěma body. To dává protipříklad, který ukazuje, že předpoklad geodetické úplnosti, který může být brán za definici nesingularity prostoročasu, není splněn.

Příčinou přítomnosti konjugovaných bodů v prostoročase je fakt, že gravitace je přitažlivá síla. Proto zakřivuje prostoročas takovým způsobem, že sousední geodetiky se stáčejí k sobě, a ne od sebe, jak vyplývá z Raychaudhuriho nebo Newmanovy-Penroseovy rovnice, kterou zapíšu v ucelené formě:

Raychaudhuriho–Newmanova–Penroseova rovnice

$$\frac{d\rho}{dv} = \rho^2 + \sigma^{ij}\sigma_{ij} + \frac{1}{n} R_{ab} l^a l^b,$$

kde $n = 2$ pro nulové geodetiky,
$n = 3$ pro časupodobné geodetiky.

Zde v je afinní parametr podél kongruence geodetik s tečnými vektory l^a, ke které je možné nalézt ortogonální nadplochy. Veličina ρ je průměrná rychlost konvergence geodetik a σ je mírou deformace (shearu). Člen $R_{ab}l^a l^b$ určuje přímý gravitační efekt hmoty na konvergenci geodetik. Díky Einsteinovým rovnicím bude tento člen nezáporný pro každý nulový vektor l^a za předpokladu, že hmota splňuje tzv. slabou energetickou podmínku.

Einsteinovy rovnice

$$R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R = 8\pi T_{ab}.$$

Slabá energetická podmínka

$$T_{ab} v^a v^b \geq 0$$

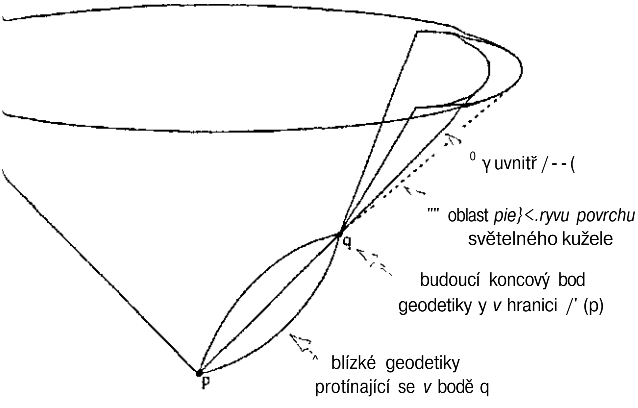
pro libovolný časupodobný vektor v^a.

IJiustota energie T_{0n} je nezáporná v libovolné soustavě iílabá energetická podmínka je splněna klasickým tengie-hybnosti každé rozumné hmoty, jako např. skalárj tromagnetického pole nebo tekutiny s rozumnou staticí. Nemusí být však lokálně splněna střední jívvantového tenzoru energie-hybnosti To bude důležihé a třetí přednášce (kapitoly 3 a 5).

ádejme, že slabá energetická podmínka platí a že nulové bodu ρ začínají opět konvergovat a že p nabývá kladné ι Z Newmanovy-Penroseovy rovnice pak vyplývá, že po-Jvou geodetiku dostatečně prodloužit, konvergence ρ se léčnou v bodě q majícím afinní parametr ^.

U = PQ pro v - V_0, pak ρ > / ^_ . Proto existuje Vány bod s hodnotou afinního parametru menší než Vr[1].

blízké nulové geodetiky vycházející *z ρ se* protnou znamená, že bod q bude konjugovaný k bodu ρ podél Oetiky 7 spojující oba body. Pro body ležící za konjutodem q budou existovat variace 7, které budou časui křivkami z bodu p. Proto /nemůže ležet na hranici Budoucnosti bodu ρ za konjugovaným bodem q. γ, jako \ranice kauzální budoucnosti p, bude tedy mít budoucí)d (obr. 1.9).



Bod q je konjugovany s p podél nulové geodetiky Proto nulová gcoIjící body p a q opustí hranici kauzální budoucnosti ρ v bodě η

Pro časupodobné geodetiky mamě podobnou situaci. Pouze požadavek platnosti silné energetické podmínky, potřebný k zaručení nezápornosti členu $R_{ai},l''l^b$ pro každý časupodobný vektor /", je, jak již název naznačuje, mnohem silnější. Přesto je tato podmínka v klasické teorii stále ještě fyzikálně rozumná, alespoň pro střední hodnoty. Pokud platí silná energetická podmínka a časupodobné geodetiky z bodu ρ začnou opět konvergovat, tak bude existovat bod q konjugovaný k bodu p.

Silná energetická podmínka

$$T_{ab}V^aV^b \geq \frac{1}{2}V^aV_aT.$$

Nakonec mánie ještě generickou energetickou podmínku. Ta za prvé říká, že platí silná energetická podmínka. A za druhé, že každá časupodobná nebo nulová geodetika prochází bodem, ve kterém není křivost speciálně korelovaná se směrem geodetiky. Generická energetická podmínka není splněna pro několik známých přesných řešení. Ale ta jsou všechna jistým způsobem speciální. Očekává se, že podmínka je splněna řešeními, která jsou dostatečně „generická" ve vhodném smyslu. Pokud generická energetická podmínka platí, každá geodetika se dostane do oblasti s gravitační fokusací. To znamená, že pokud můžeme geodetiku dostatečně prodloužit v obou směrech, nalezneme konjugované body.

Generická energetická podmínka

1. Platí silná energetická podmínka.
2. Každá časupodobná nebo nulová geodetika obsahuje bod, kde platí $l_{[a}R_{b}\backslash_{cdle}lf\backslash l^c l^d$ Φ O.

Obvykle si lidé představují singularitu jako oblast, ve které je křivost nekonečně velká. Potíž takové definice spočívá v tom, že bychom mohli jednoduše vynechat singulární body a říci, že celý prostoročas je tvořen zbytkem. Proto je vhodnější definovat prostoročas jako maximální prostor, na kterém je metrika dostatečně hladká. Potom můžeme zjistit výskyt singularit podle existence neúplných geodetik, které nemohou být prodlouženy pro všechny reálné hodnoty svého afinního parametru.

Definice singularity

Prostoročas je singulární, pokud obsahuje neúplné časupodobné nebo nulové geodetiky a zároveň ho nelze vnořit do prostoročasu většího.

Tato definice odráží nejobjektivnější rys singularit, tj. že mohou existovat částice, jejichž historie má začátek nebo konec v konečném čase. Známe případy, kdy prostoročas je geodeticky neúplný s konečnou křivostí. Ale předpokládá se, že typicky bude podél nekompletních geodetik křivost divergovat. Což je důležité, pokud se někdo odvolává na kvantové efekty jako řešení problému singularit v klasické obecné relativitě.

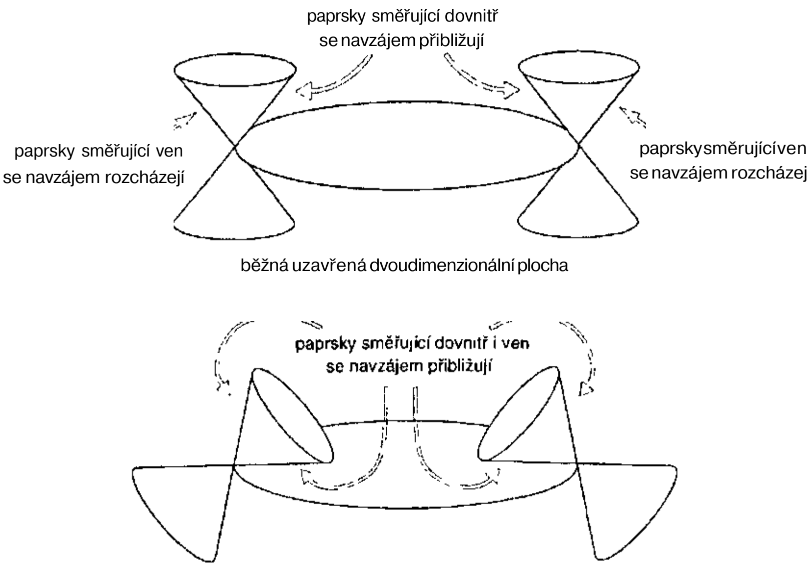
Někdy v letech 1965 až 1970 Penrose spolu se mnou použil popsané metody k dokázání několika vět o singularitách. Tyto věty mají tři druhy podmínek. První je některá z energetických podmínek, jako např. slabá, silná či generická energetická podmínka. Dále je to určitá globální podmínka na kauzální strukturu, jako např. neexistence uzavřených časupodobných křivek. Poslední podmínkou je, že gravitace je v nějaké oblasti tak silná, že z ní nic nemůže uniknout.

Věta o singularitách

1. Energetická podmínka.
2. Podmínka na globální strukturu.
3. Gravitace je dostatečně silná k uvěznění v oblasti.

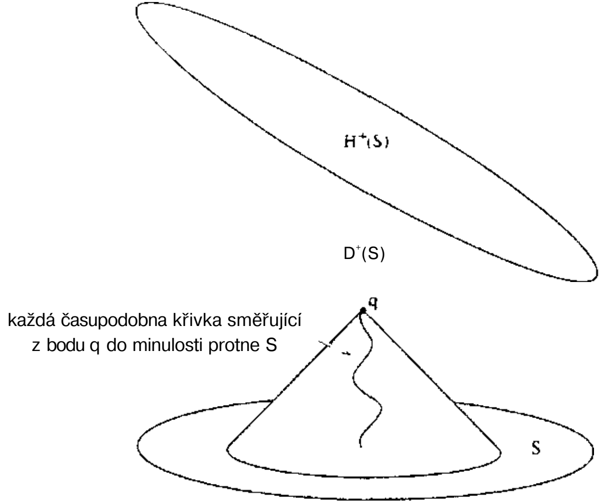
Třetí podmínka může být vyjádřena různými způsoby. Může to být např. požadavek, že prostorový řez vesmíru je uzavřený - pak by neexistovala žádná vnější oblast, do které by bylo možno uniknout. Nebo podmínka existence tzv. uzavřené uvězněné plochy. Uvězněná plocha je uzavřená dvoudimenzionální plocha, pro kterou se nulové geodetiky na ni kolmé, ať již směřují ven nebo dovnitř, navzájem přibližují (obr. 1.10). Normálně pro kulovou dvoudimenzionální plochu v Minkowského prostoročase jsou nulové geodetiky směřující dovnitř konvergující a směřující ven divergující. Ale pro kolabující hvězdu může být gravitační pole tak silné, že světelné kužele jsoď"stáhnuty[x] dovnitř plochy. To znamená, že i nulové geodetiky směřující ven jsou konvergující.

Různé věty o singularitách říkají, že prostoročas musí být časupodobně či nulově geodeticky neúplný za předpokladu určité kombinace výše zmíněných tří druhů podmínek. Lze zeslabovat jednu z podmínek, pokud předpokládáme silnější verze *zbývajících* dvou. Pro ilustraci zde uvedu Hawkingovu-Penroseovu větu. V ní se předpokládá generická energetická podmínka, nejsilnější ze tří energetických podmínek. Globální předpoklad je docela slabý - neexistence uzavřených časupodobných křivek. Poslední podmínka je zcela obecná - předpokládá se existence buď uvězněné plochy nebo uzavřené prostorupodobné třídimenzionální plochy.



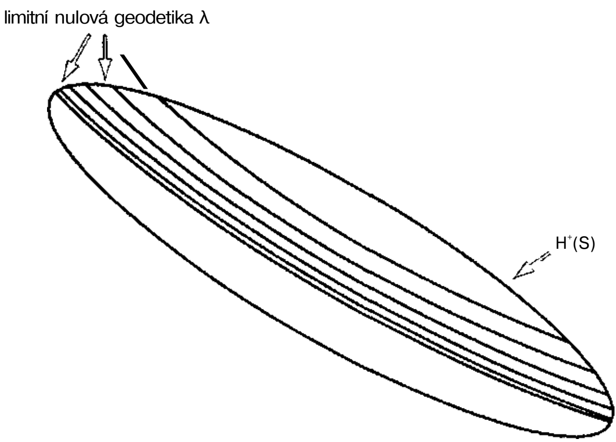
Obrázek 1.10 Pro normální uzavřenou plochu nulové paprsky směřující ven z plochy divergují, zatímco paprsky směřující dovnitř konvergují. Pro uvězněnou plochu všechny nulové paprsky konvergují.

Pro jednoduchost naznačím důkaz pouze v případě uzavřené prostorupodobné třídimenzionální plochy *S*. Definujme budoucí oblast závislosti $D^+ (S)$ jako oblast bodů *q*, z kterých každá časupodobná křivka směřující do minulosti musí protnout *S* (obr. 1.11). Oblast závislosti je část prostoročasu, kde vše může být úplně předpovězeno ze znalosti údajů na *S*. Předpokládejme nyní, že oblast závislosti je kompaktní. To znamená, že oblast závislosti má budoucí hranici nazývanou *Cauchyho horizont* $H^+ (S)$. Použitím stejných ar-



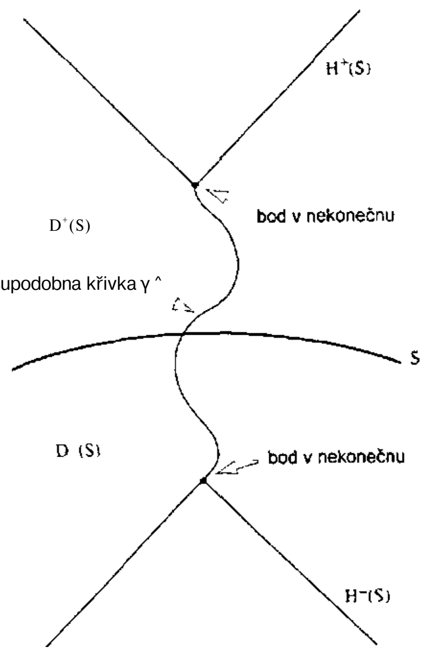
Obrázek l 11 Budoucí oblast závislosti D^+ (S) množiny *S a* její budoucí hranice - Cauchyho horizont H^+ *(S)*

gumentů jako pro hranici kauzální budoucnosti bodu dostaneme, že Cauchyho horizont je generovaný nulovými geodetickými segmenty bez minulých koncových bodů. Ale jelikož předpokládáme kompaktnost oblasti závislosti, Cauchyho horizont musí být též kompaktní. To znamená, že nulové geodetické generátory se bu-



Obrázek l 12 V Cauchyho horizontu leží limitní nulová geodetika *λ,* která nemá minule ani budoucí koncové body v Cauchyho horizontu dou neustale navíjet uvnitř kompaktní množiny a budou se přibližovat k limitní nulové geodetice λ, která nebude mít ani minulé, ani budoucí koncové body na Cauchyho horizontu (obr. 1.12). Pokud by ale byla A geodeticky úplná, z generické energetické podmínky by plynulo, že λ obsahuje konjugované body ρ a q. Body na λ za body ρ a q by pak mohly být spojeny časupodobnou křivkou. To by však byl spor, protože žádné dva body na Cauchyho horizontu nemohou být časupodobně položené. Proto buď λ není geodeticky úplná a věta je dokázána, nebo budoucí oblast závislosti množiny S není kompaktní.

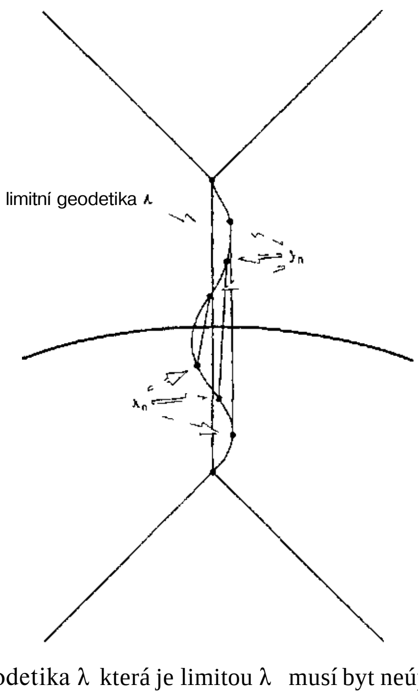
V druhém případě lze dokázat, že existuje časupodobna křivka γ směřující do budoucnosti a začínající v S, která nikdy neopustí budoucí oblast závislosti množiny S. Z obdobného argumentu plyne, že /může být prodloužena do minulosti tak, že nikdy neopustí minulou oblast závislosti D~ (S) (obr. 1.13). Uvažujme nyní posloupnost bodů X_n na 7 uspořádaných směrem do minulosti a obdobně posloupnost bodů y„ uspořádaných do budoucnosti.



Obrázek 113 Pokud budoucí (minula) oblast závislosti není kompaktní, pak existuje časupodobna křivka orientovaná do budoucnosti (minulosti) začínající na S, která nikdy neopustí budoucí (minulou) oblast závislosti

Pro každou hodnotu η jsou body \ a i/ casupodobne položené a Ie zi v globálně hyperbolické oblasti závislosti množiny S Proto bude existovat geodetika λ maximální délky běžící z $x,$ do $y,$ Všechny $\lambda,$ protnou kompaktní prostorupodobnou plochu S To znamená, ze bude existovat časupodobna geodetika λ ležící v oblasti závislosti, která je limitou časupodobnych geodetik $\lambda,,$ (obr 1 14) λ bude bud neúplná, a věta je dokázaná, nebo bude díky generické energetické podmínce obsahovat konjugovane body Avšak v tomto případě by ι $\lambda,,$ pro dostatečně velké π obsahovala konjugovane body, což by byl spor, protože λ_η by mela byt křivka maximální délky Tím tedy dostáváme, že prostoročas je casupodobne či nulově geodeticky nekompletní Jinými slovy, obsahuje singularitu

Diskutované věty předpovídají singularity ve dvou situacích Jednou je budoucnost gravitačního kolapsu hvězdy a jiných hmotných objektů Takové singularity by byly koncem času - alespoň pro částice pohybující se po neúplných geodetikach Druhou situaci, ve které jsou předpovézeny singularity, je počátek současného rozpínaní vesmíru Tato předpověd vedla k opuštěni



Obrázek 1 14 Geodetika λ která je limitou λ musí byt neúplná protože jinak by obsahovala konjugovane body pokusu *(vedeny* ch hlavně ruskými \ edci) ukázat, ze existovala předcházející fáze smršťovaní a nesmgularm odraz do rozpínaní Naopak, dnes již skoro každý ven, ze vesmír, i čas samotný, mel počátek ve velkém tresku Tento objev je mnohem důležitější než objev různých nestabilních častíc, nebyl vsak stejné patřičně oceněn Nobelovými cenami

Předpověd singularit znamená, ze klasická obecná relativita není kompletní teorie Jelikož singulární body musí byt vyříznuty z prostoročasu, nelze zde definovat rovnice pole a nemůžeme předpovědět, co vylétne ze singularity Co se tyče singularity v minulosti, zda se, ze jediný způsob, jak se potýkat s tímto problémem, je kvantová gravitace K té se vrátím ve své třetí přednášce (kapitola 5) Ale zda se, že singularity předpovězene v budoucnosti splňuji vlastnost, kterou Penrose nazval principem kosmické cenzury To znamená, že se způsobně vyskytuji pouze na místech, jako je vnitřek černé díry, které jsou skryty před vnějšími pozorovateli Ztráta schopnosti předpovídat, která se u těchto singularit může vyskytnout, tak neovlivni děni ve vnějším světě - alespoň podle klasické teorie

Princip kosmické cenzury

Příroda nesnáší nahé singularity

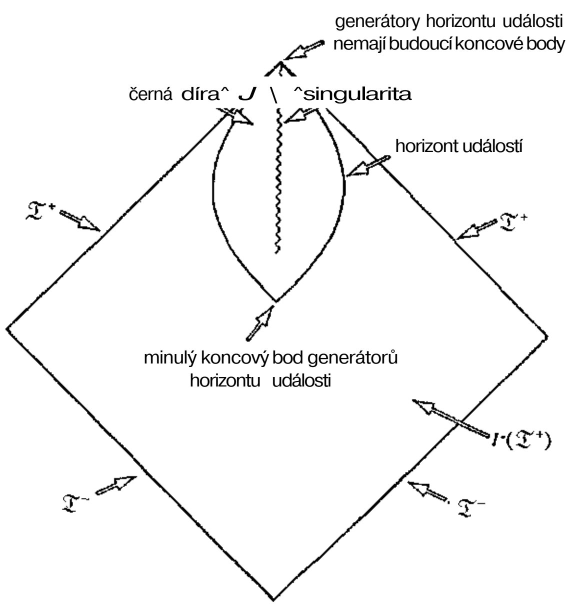
Jak však ukážu ve své příští přednášce, kvantová teorie přináší jistou nepředpověditelnost To souvisí s faktem, že gravitační pole může mít vlastni entropii, která není pouhým důsledkem hrubozrnnosti pohledu Gravitační entropie a to, že čas má počátek a může mít i konec, jsou dvěma tématy mé přednášky proto, že pravě těmito vlastnostmi se gravitace výrazně hši od jiných fyzikálních poli

Poznatku, že gravitace má veličinu, která se chová jako entropie, si poprvé povšimli v čistě klasické teorii Tento postřeh je založen na Penroseově *principu kosmické cenzury* Ten sice není dokázán, ale všeobecně se věří v jeho platnost pro dostatečně obecná počáteční data a stavovou rovnici Ja budu používat slabou formulaci principu kosmické cenzury Nejprve provedeme aproximaci a budeme považovat oblast okolo kolabující hvězdy za asymptoticky plochou Pak, jak ukázal Penrose, lze prostoročas M konformně vnořit do prostoročasu M s hranici (obr 115) Hranice *dM* bude nulová plocha a bude se skládat ze dvou komponent - budoucího a minulého nulového nekonečna označovaných $\&^+$ a $\&^-$. Budeme říkat, že platí princip slabé kosmické cenzury, pokud jsou splněny dvě podmínky. Za prvé, že nulové geodetické generátory hranice $5T^+$ jsou úplné v jisté konformní metrice. Důsledkem je, že se pozorovatel dostatečně daleko od kolapsu dožije dlouhého věku a nebude smeten bleskovou singularitou vyslanou kolabující hvězdou. Za druhé musí platit, že kauzální minulost hranice S^+ je globálně hyperbolická. To znamená, že se nevyskytují žádné nahé singularity, které by bylo možno spatřit z velkých vzdáleností. Penrose zformuloval ještě silnější verzi principu kosmické cenzury, která předpokládá, že celý prostoročas je globálně hyperbolický. Pro mé účely však bude dostačovat slabší forma.

Princip slabé kosmické cenzury

1. $\mathfrak{I}^+$ a $\mathfrak{I}^-$ jsou úplné.
2. $I^-(\mathfrak{I}^+)$ je globálně hyperbolická.

Pokud princip slabé kosmické cenzury platí, singularity předpovězené jako následek gravitačního kolapsu nemohou být vidi-



Obrázek 1.15 Kolabující hvězda konformně vnořená do prostoročasu s hranicí.

telné z :Γ^{+}. To znamená, že prostoročas musí obsahovat oblast, která není v kauzální minulosti X^{+}. Tato oblast se nazývá černá díra. Z černé díry nemůže světlo ani cokoli jiného uniknout do nekonečna. Hranice černé díry se nazývá *horizont událostí.* Jelikož je současně hranicí kauzální minulosti nekonečna Z^{+}, horizont událostí je generován nulovými geodetickými segmenty, které mohou mít minulé koncové body, ale nemají koncové body budoucí. Pokud tedy platí slabá energetická podmínka, tak generátory horizontu nemohou být konvergující. Kdyby totiž byly, protnuly by se navzájem v konečné vzdálenosti.

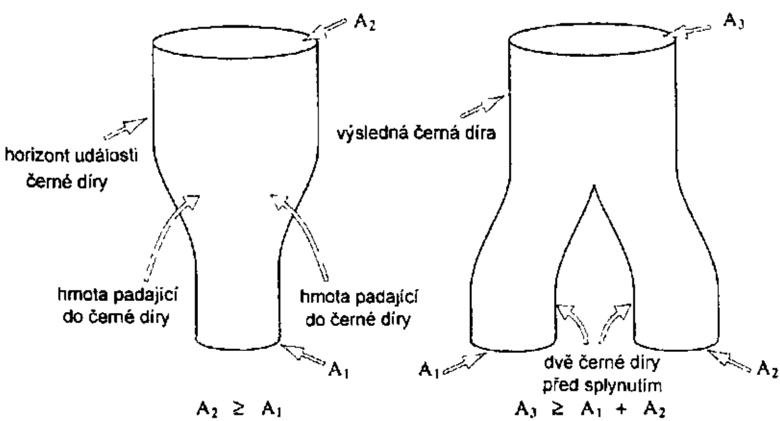
Jako důsledek dostáváme, že plocha průřezu horizontu událostí se nikdy nemůže zmenšovat s rostoucím časem a v obecnosti se bude zvětšovat. Navíc, jestliže se srazí dvě černé díry a splynou v jednu, plocha horizontu výsledné černé díry bude větší než součet ploch původních černých děr (obr. 1.16). Toto je chování velmi podobné chování entropie podle druhého zákona termodynamiky. Entropie nemůže nikdy samovolně poklesnout a entropie celkového systému je větší nebo rovna součtu entropií jednotlivých částí.

Druhý zákon mechaniky černých děr

$$\delta A \geq 0.$$

Druhý zákon termodynamiky

$$\delta S \geq 0.$$



Obrázek 1.16 Když hodíme hmotu do černé díry nebo necháme dvě černé díry splynout, celková plocha horizontu událostí se nikdy nezmenší.

První zákon mechaniky černých děr

$$\delta E = \frac{\kappa}{8\pi}\delta A + \Omega\delta J + \Phi\delta Q.$$

Druhý zákon termodynamiky

$$\delta E = T\delta S + P\delta V.$$

Podobnost s termodynamikou se zvýší, pokud vezmeme v úvahu tzv. *první zákon mechaniky černých děr.* Ten dává do vztahu změnu hmotnosti černé díry se změnou plochy jejího horizontu událostí, změnou jejího momentu hybnosti a elektrického náboje. Můžeme jej porovnat s prvním zákonem termodynamiky, který určuje změnu vlastní energie v závislosti na změně entropie a vnější práci vykonané na systému. Vidíme, že pokud je plocha horizontu událostí analogická entropii, pak veličina odpovídající teplotě je povrchová gravitace černé díry K. Ta je mírou síly gravitačního pole na horizontu událostí. Podobnost s termodynamikou dále vzroste s tzv. *nultým zákonem mechaniky černých děr.* povrchová gravitace je stejná na celém horizontu událostí časově neměnné černé díry.

Nultý zákon mechaniky černých děr

Časově neměnná černá díra má na celém horizontu událostí konstantní povrchovou gravitaci K.

Nultý zákon termodynamiky

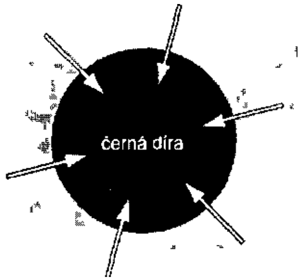
Systém v tepelné rovnováze má všude stejnou teplotu T.

Povzbuzen těmito podobnostmi Bekenstein (1972) navrhl, že určitý násobek plochy horizontu událostí je ve skutečnosti entropií černé díry. Dále zformuloval zobecněný druhý zákon: součet entropie černé díry a entropie hmoty vně černé díry se nemůže nikdy zmenšovat.

Zobecněný druhý zákon

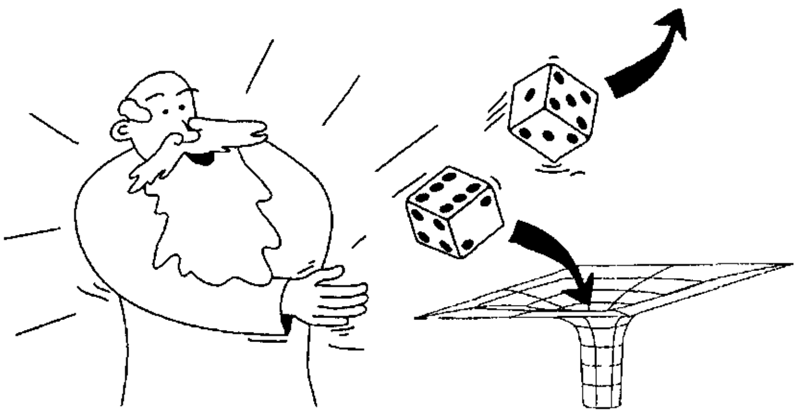
$$\delta(S + cA) \geq 0.$$

Tento návrh však nebyl konzistentní. Pokud má černá díra entropii úměrnou ploše horizontu, měla by mít též nenulovou teplotu úměrnou povrchové gravitaci. Uvažujme nyní černou díru, která je v lázni tepelné záření o teplotě nižší, než je teplota černé díry (obr. 1.17). Černá díra pohltí část záření, ale nebude moci nic vyslat zpět, jelikož podle klasické teorie nic nemůže uniknout z černé díry ven. Tak získáme tok tepla z tepelné lázně o nižší teplotě do černé díry s vyšší teplotou, což by porušilo zobecněný



Obrázek 1.17 Černá díra v lázni tepelného záření bude absorbovat část záření, ale podle klasické teorie nemůže nic vyzářit.

druhý zákon, protože úbytek entropie tepelného záření by byl větší než přírůstek entropie černé díry. Jak však uvidíme během mé příští přednášky, vše začalo být opět konzistentní, když bylo objeveno, že černá díra vyzařuje záření, které je přesně tepelné. To je příliš pěkný výsledek, než aby se jednalo o náhodnou shodu nebo pouhou aproximaci. Zdá se tedy, že černá díra má vskutku



Obrázek 1.18

vlastní gravitační entropii. Ukážu, že ta souvisí s netriviální topologií černé díry. Vlastní entropie má za důsledek, že gravitace zavádí další úroveň nepředpovídatelnosti stojící paralelně s nejistotou obvykle spojovanou s kvantovou teorií a dokonce i částečně nad ní. Einstein tedy neměl pravdu, když řekl: „Bůh nehraje kostky." Naše úvahy o černých dírách naznačují, že Bůh nejen kostky hraje, ale občas se nás snaží i mást a hodí je tam, kde je nemůžeme vidět (obr. 1.18).

KAPITOLA DRUHÁ

STRUKTURA PROSTOROČASOVÝCH SINGULARIT

R. Penrose

Ve své první přednášce Stephen Hawking diskutoval věty o singularitách. Podstatným důsledkem těchto vět je, že musíme očekávat singularity za zcela obecných (globálních) fyzikálních podmínek. Neříkají nic o povaze singularit, nebo kde singularity nalezneme. Na druhé straně, věty o singularitách jsou velmi obecné. Proto je přirozené se ptát, jaká je geometrická povaha prostoročasové singularity. Obvykle se předpokládá, že charakteristikou singularity je divergentní křivost. To však věty o singularitách přesně neříkají.

Singularity se vyskytují během velkého třesku, v černých dírách a ve velkém krachu (který můžeme považovat za spojení všech černých děr). Mohou se také objevovat jako nahé singularity. S touto otázkou souvisí tzv. princip kosmické cenzury, konkrétně hypotéza, že se nahé singularity nevyskytují.

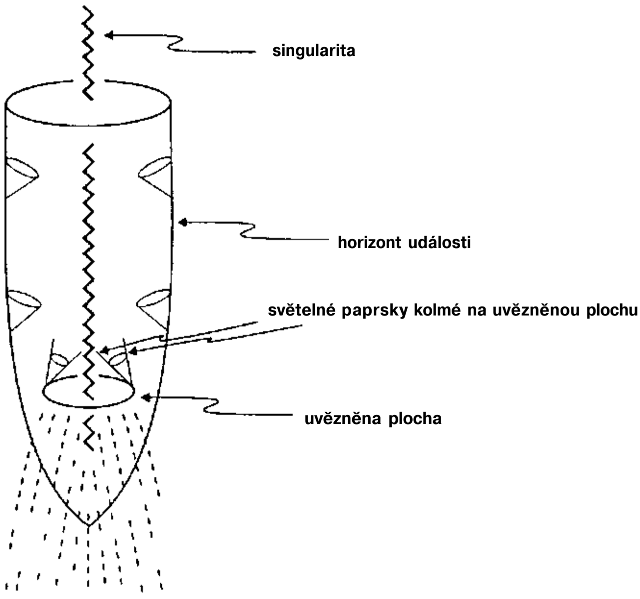
Dříve než vysvětlíme myšlenku kosmické cenzury, dovolte mi připomenout v krátkosti historii této otázky. První explicitní příklad řešení Einsteinových rovnic popisujících černou díru byl model Oppenheimera a Snydera (1939), reprezentující kolabující prachový oblak. Ten obsahuje singularitu, která ale není viditelná zvenčí, jelikož je obklopena horizontem událostí. Horizont je plocha, zpod níž nemohou události vyslat signál do nekonečna. Bylo lákavé věřit, že se jedná o typickou situaci, tj. že popisuje obecný gravitační kolaps. Avšak model OS má speciální symetrii (jmenovitě sférickou symetrii) a není zřejmé, že je vskutku reprezentativní.

Jelikož je obtížné řešit Einsteinovy rovnice, obvykle místo toho zkoumáme globální vlastnosti, které poukazují na existenci singularit. Například model OS má uvězněnou plochu — plochu, jejíž velikost klesá podél světelných paprsků, které jsou na počátku k ploše kolmé (obr. 2.1).

Je možné pokusit se ukázat, že existence uvězněné plochy má za následek přítomnost singularity. (Toto byla první věta o singu-

!aritách, kterou jsem byl schopen dokázat za rozumných předpokladů o kauzalitě a bez předpokladu sférické symetrie, viz Penro se 1965) Je možné také odvodit podobny výsledek z předpokladu existence konvergujícího světelného kužele (Hawking a Penrose 1970, taková situace nastává, jestliže všechny paprsky vypuštěné z jednoho bodu se v pozdějším čase začnou navzájem přibližovat)

Stephen Hawking (1965) si velmi brzy povšiml, že můj původní argument lze obrátit v kosmologických měřítkách vzhůru nohama, tj použit ho v časově obracené situaci Obracena uvězněna plocha má pak za důsledek přítomnost singularity v minulosti (za vhodných předpokladů o kauzalitě) V tomto případě je (časové obracena) uvězněna plocha velmi velká, nabývá kosmologických měřítek



Obrázek 2 1 Oppenheimerův-Snyderův kolabující prachový mrak ilustrující uvězněnou plochu

Nás zde však zajímá především analýza černé díry Abychom dostali černou díru, musíme ukázat, že singularita - o které víme, že musí byt někde přítomna - je obklopena horizontem události Princip kosmické cenzury v podstatě tvrdí, že nikdo nemůže vidět singularitu zvenčí Jako důsledek dostáváme, že musí existo vat oblast, ze které nelze poslat signál do vnějšího nekonečna

Hranice teto oblasti se nazývá horizont události Jelikož horizont události je hranici kauzální minulosti budoucího nulového nekonečna, můžeme na něj použit větu zformulovanou v předchozí Stephenove přednášce Tak dostaneme, ze tato hranice

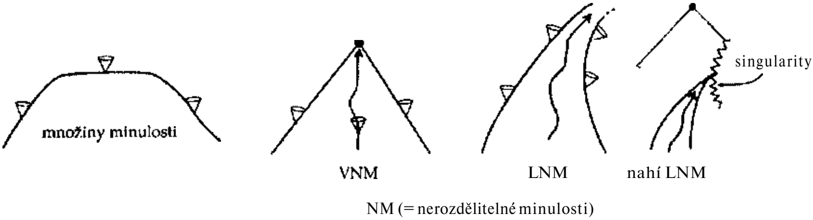
- musí byt v bodech, v kterých je hladká, nulovou plochou generovanou nulovými geodetikami,
- obsahuje v budoucnosti nekončící nulové geodetiky vycházející z bodů, v nichž není hladká, a že
- plocha prostorového řezu se nikdy nemůže zmenšovat se vzrůstajícím časem

Bylo také ukázáno (Israel 1967, Carter 1971, Robinson 1975, Hawking 1972), že takovýto prostoročas se v asymptotické budoucnosti shoduje s Kerrovym prostoročasem To je velmi významný výsledek, jelikož Kerrova metrika je velmi pěkné přesné řešeni Einsteinových vakuových rovnic Tento fakt též souvisí s problémem entropie černé díry, k němuž se vrátím v příští přednášce (kapitola 4)

Dostáváme tedy vskutku něco kvalitativně podobného s řešením OS Jsou zde určíte rozdíly - konkrétně, dostáváme jako konečný prostoročas Kerrovo řešeni místo Schwarzschildova - ale ty nejsou příliš podstatné Celkový charakter situace je velmi podobny

Avšak přesné argumenty jsou založeny na hypotéze o kosmické cenzuře Vskutku, princip kosmické cenzury je velmi důležitý, jelikož cela teorie na něm závisí a bez něj bychom mohli místo černé díry vidět hrůzostrašné věci Proto se musíme vážně ptat, zda je pravdivý Dříve jsem si myslel, že tato hypotéza pravdivá byt nemusí, a pokoušel jsem se nalézt protipříklady (Stephen Hawking kdysi poznamenal, že jeden z nejsilnějších argumentů pro princip kosmické cenzury je fakt, že jsem se pokusil dokázat jeho neplatnost, a neuspěl - ale myslím, že to je velmi chabý argument')

Dále bych chtěl diskutovat princip kosmické cenzury s použitím tzv prostoročasových *ideálních* bodů (Tento pojem se objevil v pracích Seiferta 1971 a Gerocha, Kronheimera a Penrose 1972) Základní myšlenkou tohoto přístupu je, že k prostoročasu přidáme skutečné „singulární body" a „body v nekonečnu", tzv *ideální* body Nejdříve zavedu pojem NM, tj *nerozdehtelne minulosti* či *množiny nerozdehtelne minulosti* „Množina minulosti" je množina, která obsahuje svou vlastni kauzální minulost, a „nerozdělitelna" znamená, že nemůže byt rozdělena na dvě různé množiny minulosti, z nichž by ani jedna neobsahovala celou druhou množinu. Lze dokázat větu, podle které lze jakoukoli NM popsat jako kauzální minulost nějaké časupodobné křivky (obr. 2.2).



Obrázek 2.2 Množiny minulosti - VNM a LNM.

Máme dvě kategorie NM, konkrétně VNM a LNM. VNM znamená *vlastní NM,* tj. množinu, která je kauzální minulostí prostoročasového bodu. LNM znamená *limitníNM* - množinu, která není kauzální minulostí žádného skutečného bodu v prostoročase. Množiny LNM definují budoucí ideální body. Navíc můžeme rozlišovat LNM podle toho, zda příslušný ideální bod je „v nekonečnu" (pokud existuje časupodobná křivka nekonečné délky generující NM) - tzv. °°-LNM - nebo leží „na singularitě" (pokud všechny časupodobné křivky generující NM mají konečnou délku) - tzv. singulární LNM. Samozřejmě, všechny tyto pojmy mohou být obdobně zavedeny pro množiny budoucnosti namísto minulosti. V tomto případě máme množiny NB (nerozdělitelné budoucnosti) rozdělené na VNB a LNB, přičemž množiny LNB dále rozdělujeme na °°-LNB a singulární LNB. Musím ještě poznamenat, že aby tento formalismus fungoval, je nutno předpokládat, že neexistují uzavřené časupodobné křivky - resp. mírně slabší podmínku: že žádné dva body nemají stejnou kauzální budoucnost nebo kauzální minulost.

Jak pomocí tohoto formalismu popíšeme nahé singularity a princip kosmické cenzury? Za prvé, princip kosmické cenzury by neměl vyloučit velký třesk (jinak by kosmologové čelili velkým potížím). Z velkého třesku však věci pouze vyletují, nikdy do něho ale nepadají. Nahou singularitou bychom tak mohli nazvat něco, kde může časupodobná křivka jak začít, tak skončit. Tím jsme se automaticky postarali o problém velkého třesku - ten se nepočítá za nahou singularitu. V tomto formalismu můžeme definovat *nahé* LNM jako LNM, které jsou obsaženy v nějaké

VNM. Toto je zcela lokální definice, tj. nepotřebuje se odkazovat na pozorovatele v nekonečnu. Ukazuje se (Penrose 1979), že podmínka vyloučení nahých LNM je stejné omezení na prostoročas jako vyloučení nahých LNB, tj. pokud změníme v naší definici „minulost" na „budoucnost". Hypotéza, že nahé LNM (nebo ekvivalentně LNB) se nevyskytují v typickém prostoročase, se nazývá *principem silné kosmické cenzury.* Její intuitivní význam je, že singulární body (nebo body v nekonečnu) - konkrétně LNM - se nemohou „objevit" uprostřed prostoročasu tak, že budou „viditelné" z nějakého konečného bodu - z vrcholu VNM zmíněné v definici nahé LNM. Je velmi rozumné, že pozorovatel nepotřebuje být v nekonečnu, protože nemusíme vědět, zda vůbec daný prostoročas nekonečno obsahuje. Navíc, pokud by byl princip silné kosmické cenzury porušen, mohli bychom v konečném čase pozorovat, jak částice spadne do singularity, kde přestávají platit pravidla fyziky (nebo jak dosáhne nekonečna, což není o nic lepší). V tomto jazyku můžeme též zformulovat princip *slabé kosmické cenzury,* stačí dosadit co-LNM za VNM v definici nahé singularity.

Princip silné kosmické cenzury tvrdí, že typický prostoročas obsahující hmotu s rozumnými stavovými rovnicemi (např. vakuum), může být rozšířen na prostoročas neobsahující nahé singularity (nahé singulární LNM). Ukazuje se (Penrose 1979), že vyloučení nahých LNM je ekvivalentní globální hyperbolicitě, neboli že celý prostoročas je oblastí závislosti nějaké Čauchyho plochy (Geroch 1970). Poznamenejme, že tato formulace principu silné kosmické cenzury je očividně symetrická v čase: můžeme zaměnit budoucnost a minulost, pokud zároveň zaměníme NM a NB.

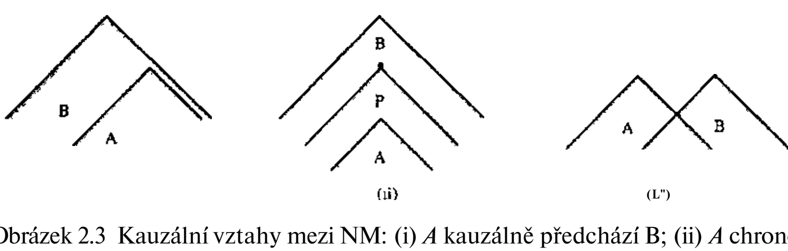
V obecnosti navíc ještě potřebujeme dodatečné podmínky vylučující *bleskové singularity.* Bleskovou singularitou mám na mysli singularitu, která dosáhne nulového nekonečna, přičemž svým průletem ničí prostoročas (viz Penrose 1978, obr. 7). Taková singularita nemusí porušit princip kosmické cenzury v podobě, v jaké byl zformulován. Existuje však silnější verze principu kosmické cenzury, která tuto námitku odstraňuje (Penrose 1978, podmínka CC4).

Nyní se vraťme k otázce, zda princip kosmické cenzury skutečně platí. Nejdříve poznamenejme, že pravděpodobně neplatí v rámci kvantové gravitace. Konkrétně explodující černé díry (o nichž se podrobněji zmíní Stephen Hawking později) vedou k situacím, ve kterých se zdá, že princip kosmické cenzury je porušen.

V klasické obecné relativitě existují výsledky na obou frontách. V jednom ze svých pokusů vyvrátit princip kosmické cenzury jsem odvodil jisté nerovnosti, které musí platit, pokud platí princip kosmické cenzury (Penrose 1973). Ukázalo se však, že tyto nerovnosti platí (Gibbons 1972) - a to, zdá se, dává další argument ve prospěch naděje, že by něco jako princip kosmické cenzury mělo platit. Proti principu naproti tomu stojí jisté speciální příklady (které ovšem porušují podmínku typičnosti prostoročasu) a některé numerické indicie, proti kterým lze vznést určité námitky. Navíc jsem se nedávno dozvěděl - konkrétně včera od Garyho Horowitze — že existují jisté indicie o tom, že výše zmíněné nerovnosti neplatí, pokud je kosmologická konstanta kladná. Osobně jsem vždy věřil, že kosmologická konstanta by měla být nula, ale bylo by velmi zajímavé, pokud by princip kosmické cenzury závisel řekněme na tom, že není kladná. Mohl by existovat zajímavý vztah mezi povahou singularit a povahou nekonečna. Nekonečno je prostorupodobné, pokud je kosmologická konstanta kladná, ale nulové, pokud je nulová. Obdobně, pokud by byla kosmologická konstanta kladná, mohly by se objevit časupodobné singularity (to znamená nahé, tj. porušující princip kosmické cenzury), ale v případě nulové kosmologické konstanty možná singularity časupodobné být nemohou (tj. splňují princip kosmické cenzury).

Abychom mohli mluvit o časupodobné a prostorupodobné povaze singularit, musím vysvětlit kauzální vztahy mezi množinami NM. Jako zobecnění kauzálních vztahů mezi body budeme říkat, že NM *A* kauzálně předchází NM *B,* pokud *A* C *B;* *a A* chronologicky předchází B, jestliže existuje taková VNM P, že A c P C *B.* A a B nazveme prostorupodobně položené, pokud žádná z nich kauzálně nepředchází druhou (obr. 2.3).

Princip silné kosmické cenzury pak může být zformulován jako tvrzení, že typické singularity nejsou nikdy časupodobné. Prosto-



Obrázek 2.3 Kauzální vztahy mezi NM: (i) *A* kauzálně předchází B; (ii) *A* chronologicky předchází B; (iii) A a B jsou prostorupodobně položené.

rupodobné (nebo nulové) singularity mohou být jak budoucí, tak minulé. Tedy, pokud platí princip silné kosmické cenzury, singularity se rozdělí do dvou skupin:

(M) Minulé singularity, definované pomocí LNB.

(B) Budoucí singularity, definované pomocí LNM.

Nahé singularity by tyto dvě možnosti spojily v jednu, jelikož nahá singularita je zároveň LNM a LNB. Proto možnost rozdělit singularity na minulé a budoucí je důsledkem principu kosmické cenzury. Typickými příklady budoucích singularit jsou singularity v černých dírách a velký krach (pokud nastane); příklady minulých singularit jsou velký třesk a bílé díry (pokud existují). Nevěřím, že velký krach skutečně nastane (z ideologických důvodů, ke kterým se dostanu ve své závěrečné přednášce). A výskyt bílých děr je velmi nepravděpodobný, protože porušují druhý zákon termodynamiky.

Je možné, že se singularity těchto dvou typů chovají podle zcela odlišných zákonů. Možná by zákony kvantové gravitace pro singularity různého typu měly být vskutku zcela odlišné. Myslím, že zde se mnou Stephen Hawking nesouhlasí [SWH: „Ano!"], ale já považuji následující fakta za argumenty pro své tvrzení:

(1) Druhý zákon termodynamiky.

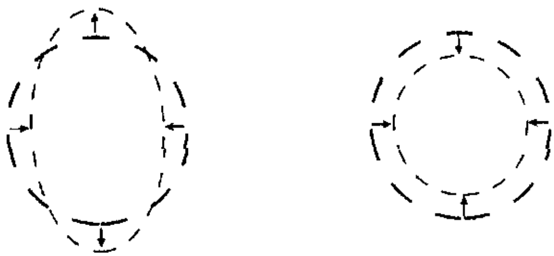
(2) Pozorování raného vesmíru (např. COBE), které ukazuje, že vesmír byl velmi homogenní.

(3) Existence černých děr (vizuálně pozorovány).

Na základě *(l)* a (2) můžeme usoudit, že singularita velkého třesku byla velice homogenní a z (1) vyplývá, že se v ní nevyskytují bílé díry (jelikož bílé díry značně porušují druhý zákon termodynamiky). Proto pro singularity černých děr (3) musí platit zcela odlišné zákony. Abychom mohli popsat tento rozdíl přesněji, musíme si připomenout, že prostoročasová křivost je popsána Riemannovým tenzorem R_{abcd}, který je součtem Weylova tenzoru *Cabai* (popisující slapové deformace, které v prvním řádu zachovávají objem) a části ekvivalentní Ricciho tenzoru R_{ab} (násobeného metrikou g_{cd}, *s* příslušně zamíchanými indexy), která popisuje objemovou deformaci (obr. 2.4).

Ve standardních kosmologických modelech (tzv. FRLV vesmírech - podle Friedmanna, Lemaítra, Robertsona a Walkera; viz např. Rindler 1977) má velký třesk nulový Weylův tenzor. (R. P. A. C. Newman dokázal též opak tohoto tvrzení, tj. že za předpokladu vhodných stavových rovnic musí být vesmír s počáteční singularitou konformě regulárního typu s nulovým Weylovým tenzorem

FRLW vesmírem; viz Newman 1993.) Na druhou stranu singularity černých a bílých děr mají typicky divergující Weylův tenzor. To nás vede k následující hypotéze:

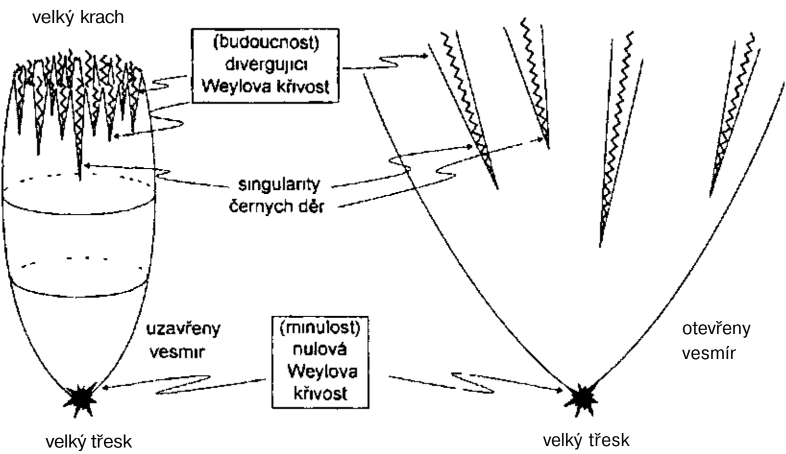


Obrázek 2 4 Působení prostoročasové křivosti na zrychleni (i) slapové deformace díky Weylově křivosti, (u) zmenšovaní objemu vlivem Ricciho křivosti

Hypotéza nulové počáteční Weylovy křivosti

- Počáteční singularity (skupina (M)) jsou omezené podmínkou vymizení Weylova tenzoru.
- Konečné singularity (skupina (B)) nejsou nijak omezené.

To je v dobrém souhlasu s tím, co vidíme. Jestliže je vesmír uzavřený, konečná singularita (velký krach) bude mít divergující



Obrázek 2 5 Hypotéza Weylovy křivosti počáteční singularity (velký třesk) mají nulovou Weylovu křivost, kdežto pro konečné singularity se očekává, že Weylova křivost diverguje

Weylův tenzor, v otevřeném vesmíru mají vzniklé černé díry též divergující Weylův tenzor (viz obr. 2.5).

Dalším argumentem pro tuto hypotézu je redukce fázového prostoru během rané fáze faktorem nejméně

způsobená skutečností, že raný vesmír byl velmi hladký a bez bílých děr. (Toto číslo je přípustný fázový objem odpovídající černé díře z 10^{80} baryonů, jak plyne z Bekensteinova-Hawkingova vztahu pro entropii černé díry, viz Bekenstein 1972, Hawking 1975, a vesmír obsahuje nejméně takovéto množství hmoty.)

Proto by měl existovat zákon, který způsobí výskyt tak nepravděpodobného jevu! Hypotéza nulové počáteční Weylovy křivosti takovýto zákon poskytuje.

OTÁZKY A ODPOVĚDI

Otázka: Myslíte si, že kvantová gravitace odstraní singularity?

Odpověď: Nemyslím si, že tomu tak docela bude. Pokud by tomu tak bylo, velký třesk by následoval po předchozí fázi smršťování. Museli bychom se ptát, jak to, že předchozí fáze měla tak nízkou entropii. Tento pohled by obětoval naši nejlepší šanci vysvětlit druhý zákon termodynamiky. Navíc singularity kolabujícího a expandujícího vesmírů by musely být nějak spojeny dohromady, přitom se ale zdá, že mají velmi odlišné geometrie. Správná kvantová gravitace by měla změnit náš současný pojem prostoročasu kolem singularit. Měla by umožnit jasným způsobem mluvit o tom, co nazýváme singularitou v klasické teorii. Neměl by to být prostě nesingulární prostoročas, ale něco drasticky odlišného.

KVANTOVÉ ČERNÉ DÍRY

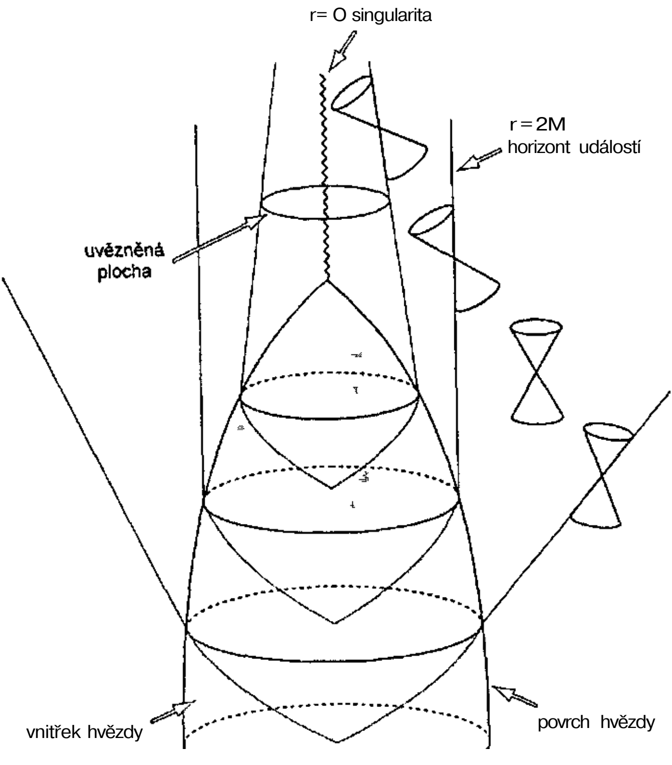
S. W. *Hawking*

Ve své druhé přednášce budu mluvit o kvantové teorii černých děr. Jak se zdá, ta vede vedle obvyklé nejistoty spojené s kvantovou mechanikou k nové úrovni nepředpověditelnosti ve fyzice. Ukazuje se totiž, že černé díry mají vlastní entropii a ztrácí se v nich informace z naší oblasti vesmíru. Měl bych upozornit, že tato tvrzení jsou kontroverzní: mnoho lidí pracujících na teorii kvantové gravitace, včetně v podstatě všech těch, kteří se původně zabývali částicovou fyzikou, instinktivně odmítá myšlenku, že by se informace o kvantovém stavu systému mohla ztratit. Příliš se jim však nedaří vysvětlit, jak se informace může dostat z černé díry ven. Věřím, že nakonec budou nuceni přijmout moji hypotézu tvrdící, že informace se ztrácí, stejně jako byli nuceni navzdory všem svým předsudkům souhlasit s tím, že černá díra vyzařuje.

Měl bych začít připomenutím klasické teorie černých děr. V předchozí přednášce jsme viděli, že gravitace je, alespoň v běžných situacích, vždy přitažlivá. Pokud by gravitace byla občas přitahující a občas odpuzující jako elektrodynamika, nikdy bychom si jí nevšimli - čistě proto, že je zhruba 10^{40}-krát slabší. Jen díky tomu, že gravitace má vždy stejné znaménko, se gravitační síla mezi částicemi dvou makroskopických těles, jako např. nás samotných a Země, sčítá a vede k síle, kterou můžeme vnímat.

To, že gravitace je přitažlivá, znamená, že bude mít tendenci shromaždbvat hmotu ve vesmíru a vytvářet objekty, jako jsou hvězdy a galaxie. Ty mohou po jistý čas vzdorovat dalšímu vlastnímu přitahování tepelným tlakem v případě hvězd nebo rotací a setrvačným pohybem v případě galaxií. Nakonec však bude teplo nebo moment hybnosti odnesen pryč a objekt se začne smršťovat. Jestliže je jeho hmotnost menší než zhruba jeden a půl hmotnosti Slunce, smršťování bude zastaveno tlakem degenerovaného elektronového nebo neutronového plynu. Objekt se ustálí jako červený trpaslík, respektive jako neutronová hvězda. Pokud je ale hmotnost objektu větší než tato hranice, nic nemůže zastavit pokračující hroucení. Ve chvíli, kdy se smrští na jistou kritickou velikost, gravitační pole na povrchu bude tak silné, že světelné kužele budou směřovat dovnitř, jako na obr. 3.1. Rád bych vám nakreslil čtyřdimenzionální obrázek. Vládní škrty však způsobily, že si univerzita v Cambridge může dovolit pouze dvoudimenzionální obrazovky. Vynesl jsem tedy čas na vertikální osu a použil jsem perspektivu k zobrazení dvou ze tří prostorových směrů. Můžete vidět, že i paprsky směřující ven jsou ohnuty k sobě a přibližují se, místo toho, aby se navzájem vzdalovaly. To znamená, že vzniká uzavřená uvězněná plocha, která je jednou z alternativ třetího předpokladu Hawkingovy-Penroseovy věty o singularitách.

Platí-li princip kosmické cenzury, uvězněná plocha a singularita jí předpovězená nebudou viditelné ze vzdáleného okolí. Musí

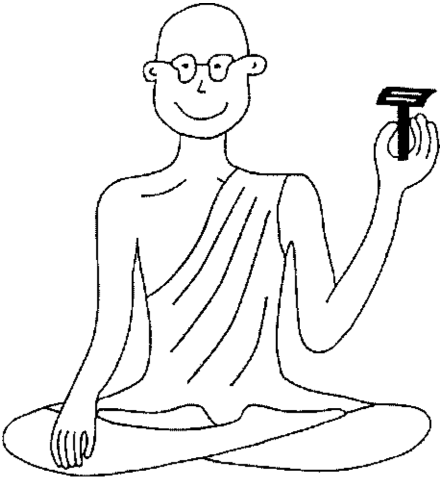


Obrázek 3.1 Prostoročasový obrázek hroutící se hvězdy vytvářející černou díru. Na obrázku jsou naznačeny horizont událostí a uzavřená uvězněná plocha.

proto existovat oblast, ze které nelze uniknout do nekonečna. Tato oblast se nazývá černá díra. Její hranice se nazývá horizont událostí a jedná se o nulovou plochu tvořenou světelnými paprsky, které jsou na hranici neuniknutelnosti do nekonečna. Jak jsme viděli v předchozí přednášce, plocha průřezu horizontu se nemůže nikdy zmenšovat - alespoň v klasické teorii. Tento fakt a poruchový výpočet sférického kolapsu naznačují, že černá díra se ustálí ve stacionárním stavu. Kombinace prací Israele, Cartera, Robinsona a mých vedla k výsledku, který se nazývá *věta o tom, že černá díra nemá vlasy.* Ukazuje, že jediné stacionární černé díry za nepřítomnosti negravitačních polí jsou Kerrova řešení. Ty jsou charakterizovány dvěma parametry, hmotností a momentem hybnosti. Tato věta byla Robinsonem zobecněna na případ zahrnující elektromagnetické pole. To přidalo třetí parametr - elektrický náboj Q (viz rámeček 3.A). Obdobný výsledek nebyl dokázán pro Yangova-Millsova pole. Jedinou odlišností se však zdá být přírůstek jednoho či několika celých čísel, která číslují diskrétní množinu nestabilních řešení. Lze ukázat, že neexistují žádné další spojité stupně volnosti pro časově nezávislé Einsteinovy-Yangovy-Millsovy černé díry.

Věta o tom, že černá díra nemá vlasy, ukazuje, že při kolapsu tělesa se ztrácí velké množství informací. Hroutící se těleso je popsáno velkým počtem parametrů. Ty popisují druh hmoty a multipólové momenty rozložení hmoty. Přesto vzniklá černá díra je zcela

3.A



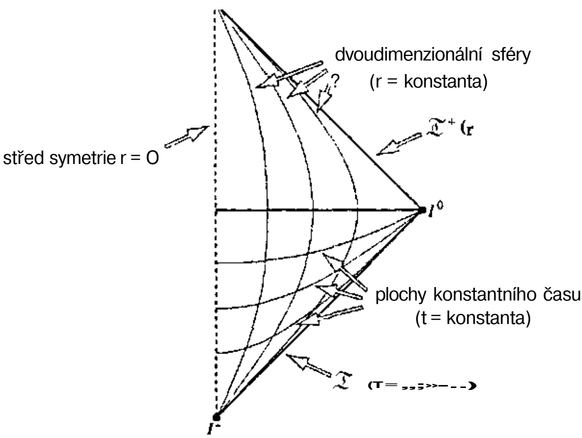
Věta o tom, že černá díra nemá vlasy. Stacionární černé díry jsou charakterizovány hmotností *M,* momentem hybnosti/ a elektrickým nábojem Q.

nezávislá na druhu hmoty a velmi rychle ztrácí všechny multipólové momenty mimo prvních dvou: monopolového momentu - celkové hmotnosti, a dipólového momentu - momentu hybnosti.

Tato ztráta informace není podstatná v klasické teorii. Je možné říci, že informace o hroutícím se tělese je stále uvnitř černé díry. Pro pozorovatele vně černé díry je sice velice obtížné určit, jak zkolabované těleso vypadalo, ale v klasické teorii je to možné alespoň v principu. Ve skutečnosti pozorovateli hroutící se těleso nikdy nezmizí z očí. Místo toho, spolu s tím jak se bude velikost tělesa přibližovat k velikosti horizontu událostí, bude se kolaps zpomalovat a bude stále nejasnější. Ale pozorovatel bude moci neustále poznat, z čeho se těleso skládalo a jaké bylo rozložení hmoty. Kvantová teorie však tento obrázek mění. Dříve než kolabující těleso překročí horizont událostí, vyzáří pouze omezené množství fotonů. Rozhodně jich nebude dostatek na to, aby mohly nést veškerou informaci o hroutícím se tělese. To znamená, že v kvantové teorii vnější pozorovatel nemá žádnou možnost určit stav kolabujícího objektu. Mohli bychom si myslet, že na tom velmi nezáleží, jelikož informace bude i nadále uvnitř černé díry, přestože ji nikdo vně nemůže naměřit. Zde ale *začíná* hrát roli druhý efekt kvantové teorie černých děr. Jak brzy ukážu, kvantová teorie způsobí, že černé díry vyzařují a ztrácejí hmotu. Zdá se, že nakonec zcela zmizí včetně veškeré informace uvnitř. Uvedu několik argumentů pro to, že se tato informace opravdu ztratí a nevrátí se v nějaké jiné formě. Jak uvidíme, ztráta informace by vedla k nové úrovni nejistoty ve fyzice vedle obvyklé nejistoty spojené s kvantovou teorií. Bohužel však na rozdíl od Heisenbergova principu neurčitosti bude tato nová nejistota obtížněji ověřitelná. Ve své třetí přednášce (kapitola 5) však naznačím, že jsme ji již v jistém smyslu pozorovali měřením fluktuací ve zbytkovém mikrovlnném záření.

Skutečnost, že kvantová teorie vede k vyzařování černých děr, byla objevena zkoumáním kvantové teorie pole v prostoročase černé díry vytvořené kolapsem. Abychom viděli, kde se produkované záření bere, bude užitečné použít to, co se běžně nazývá Penroseovy diagramy. Myslím si však, že sám Penrose by souhlasil s tím, že by měly být ve skutečnosti nazývány Carterovy diagramy, protože Carter byl prvním, kdo je použil systematicky. Ve sférickém kolapsu prostoročas nebude záviset na úhlu θ a φ. Veškerá geometrie se odehrává v r-t rovině. Díky tomu, že každá dvoudimenzionální rovina je konformně plochá, můžeme reprezentovat kauzální strukturu diagramem, ve kterém svírají nulové směry v r-t rovině úhel $\pm 45°$ s vertikálou.

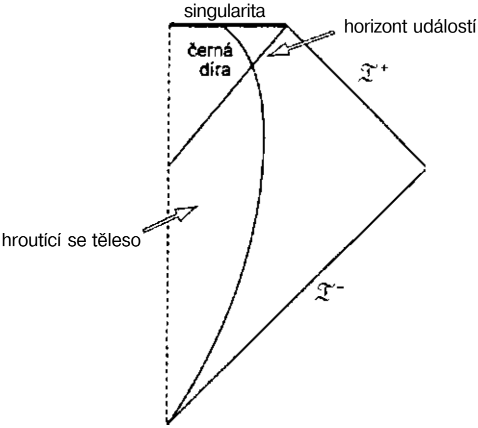
Začněme s plochým Minkowského prostorem, pro který je Carterův-Penroseův diagram trojúhelník stojící na vrcholu (obr. 3.2). Dvě skloněné strany napravo odpovídají minulému a budoucímu nulovému nekonečnu, na které jsem se odkazoval ve své předchozí přednášce. Obě jsou skutečně v nekonečnu, ale když se přibližujeme k minulému či budoucímu nekonečnu, všechny vzdálenosti jsou zkráceny konformním faktorem. Každý bod v tomto trojúhelníku odpovídá dvoudimenzionální sféře poloměru r. r = O leží na vertikální úsečce vlevo a odpovídá středu symetrie; r —> oo leží na pravé straně diagramu.



Obrázek 3.2 Carterův-Penrosův diagram pro Minkowského prostor.

Lehce z tohoto diagramu vidíme, že každý bod v Minkowského prostoru leží v kauzální minulosti budoucího nulového nekonečna AT^{+}. To znamená, že zde není *žádná* černá díra ani horizont událostí. Diagram pro sférický kolaps je však podstatně jiný (obr. 3.3). Vypadá podobně v minulosti, ale na vrcholu trojúhelníka byl odříznut a nahrazen horizontální hranicí. To je singularita předpovězená Hawkingovou-Penroseovou větou. Nyní vidíme, že pod touto horizontální úsečkou se nacházejí body, které neleží v kauzální minulosti budoucího nulového nekonečna &$^{+}$. Jinými slovy, je zde černá díra. Horizont událostí - hranice černé díry - je diagonální úsečka vedoucí z pravého horního vrcholu až k vertikální úsečce odpovídající středu symetrie.

Na tomto prostoročase nyní můžeme zkoumat skalární pole φ. Pokud by byl prostoročas časově nezávislý, řešení vlnové rovnice, které obsahuje pouze pozitivní frekvence na ÍT~, bude na AT$^+$ také složeno pouze z pozitivních frekvencí. To znamená, že nebudou vznikat žádné částice, a pokud na počátku nejsou žádné skalární částice přítomny, nenalezneme je ani na Z^+.



Obrázek 3.3 Carterův-Penrosův diagram pro hroutící se hvězdu, která vytvoří černou díru.

Během kolapsu je však metrika časově závislá. To způsobí, že řešení skládající se z pozitivních frekvencí na 5T~ bude částečně obsahovat i negativní frekvence na &$^+$. Promíchání frekvencí můžeme spočíst tak, že vezmeme vlnu s časovou závislostí $e^{\sim i(0''}$ na 5T$^+$ a vyvineme ji zpět v čase na 37". Když to uděláme, zjistíme, že část vlny, která se pohybuje blízko horizontu, má velký modrý posuv. Překvapivě se ukazuje, že promíchání frekvencí není na velkých časových intervalech závislé na detailech kolapsu. Závisí pouze na povrchové gravitaci *K,* která charakterizuje sílu gravitačního pole na horizontu černé díry. Toto promíchání pozitivních a negativních frekvencí vede k tvoření částic.

Když jsem tento efekt v roce 1973 poprvé studoval, očekával jsem, že naleznu záblesk záření během kolapsu, ale poté že tvorba částic vymizí a zůstane černá díra, která bude skutečně černá. K svému velkému překvapení jsem zjistil, že po záblesku během kolapsu zůstává stabilní tvorba částic a jejich vyzařování. Navíc, vyzařování bylo přesně tepelné o teplotě -^$_1$ což je právě hodnota potřebná k tomu, aby hypotéza, že černá díra má entropii úměrnou ploše horizontu A, byla konzistentní. Též se určila konstanta úměrnosti jako jedna čtvrtina v planckovských jednotkách, ve kterých G = c = h = 1. Jednotka plochy je tak 10^{-66} cm^2 a černá díra hmotnosti Slunce bude mít entropii řádu 10^{78}. To odráží neskutečné množství různých způsobů, kterými mohla vzniknout.

Tepelné vyzařování černé díry

$$\text{Teplota } T = \frac{\kappa}{2\pi}.$$

$$\text{Entropie } S = \frac{1}{4}A.$$

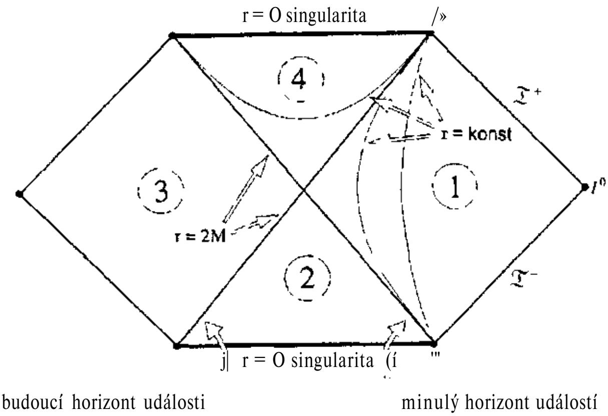
Po mém prvotním objevu záření černých děr se zdálo až zázračné, že značně nepřehledné výpočty vedly k emisi, která byla přesně tepelná. Ale společnou prací s Jimem Hartlem a Gary Gibbonsem jsme odhalili hlubší příčinu. Její vysvětlení začnu na příkladě Schwarzschildovy metriky.

Schwarzschildova metrika

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right).$$

Ta reprezentuje gravitační pole, které vznikne kolem nerotující černé díry. V běžných souřadnicích r a í nacházíme zdánlivou singularitu na Schwarzschildově poloměru r = 2M. Ta je však způsobena pouze špatnou volbou souřadnic. Lze zvolit takové souřadnice, ve kterých je zde metrika regulární.

Carterův-Penrosův diagram má kosočtverečný tvar se zarovnaným vrcholem a spodkem (obr. 3.4). Je rozdělen na čtyři oblasti dvěma nulovými plochami, na kterých je $r = 2M$. Oblast napravo, označená na diagramu ©, je asymptoticky plochý prostor, o kterém předpokládáme, že v něm žijeme. Tato oblast má minulá a budoucí nulová nekonečna 37~ a $3T^+$ stejně jako plochý prostor. Na levé straně diagramu máme druhou asymptoticky plochou oblast, označenou ©, která podle všeho odpovídá jinému vesmíru, který je s námi spojen pouze červí dírou. Ale, jak uvidíme, je s naším vesmírem spojen skrze imaginární čas. Nulová plocha z levého spodního vrcholu do horního pravého vrcholu je hranice oblasti, ze které lze uniknout do nekonečna na pravé straně. Proto je to budoucí horizont událostí, kde přívlastek budoucí jsme přidali, abychom jej rozlišili od minulého horizontu událostí, který vede z pravého dolního do levého horního vrcholu.



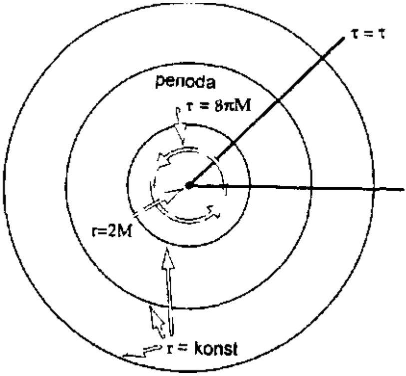
Obrázek 3.4 Carterův-Penrosův diagram pro věčnou Schwarzschildovu černou díru.

Vraťme se nyní k Schwarzschildově metrice v původních souřadnicích *r* a f. Pokud položíme $t = i\tau$, dostaneme pozitivně definitní metriku. Pozitivně definitní metriku budu nazývat euklidovskou, přestože může být zakřivená. Euklidovská Schwarzschildova metrika má opět zdánlivou singularitu pro r = 2M. Můžeme ale definovat novou radiální souřadnici χ rovnou

Euklidovská Schwarzschildova metrika

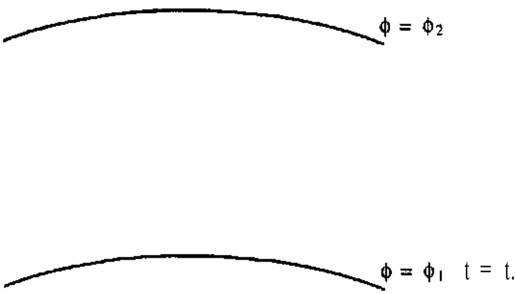
$$ds^2 = x^2\left(\frac{d\tau}{4M}\right)^2 + \left(\frac{r^2}{4M^2}\right)^2 dx^2 + \\ + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right).$$

Za předpokladu, že identifikujeme souřadnici τ s periodou 8πM, se tak metrika v ploše χ-τ v okolí počátku bude podobat ploché metrice v polárních souřadnicích. Obdobně i jiné euklidovské černé díry budou mít zdánlivé singularity na svých horizontech, ktere mohou byt odstraněny identifikaci imaginární časové sourad nice s periodou -^- (obr 3 5)



Obrázek 3 5 Euklidovské Schwarzschildo\ o řešeni ve kterém je souřadnice τ pc nodicky identifikovaná

Co že je vlastně důležitého na periodicitě imaginárního času s nějakou periodou β^7 Abychom to zjistili, uvazujme amplitudu přechodu z nějaké polní konfigurace $\hat{}_1$ na ploše I_1 do konfigurace 02 na ploše f_2 Ta bude daná maticovým elementem operátoru $e\sim^{iH(t2\ f1)}$ Můžeme ji však vyjádřit i jako dráhový integrál přes všechny polní konfigurace φ mezi ř, a I_2, které souhlasí se zadanými hodnotami φ_ι a φ_2 na obou plochách (obr 3 6)

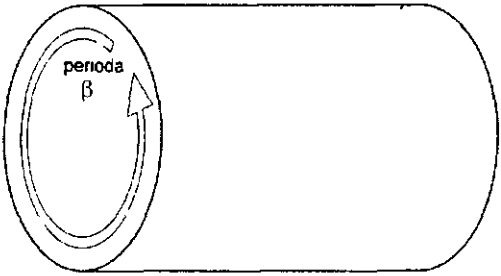


$$(fa\ Í_2\ I\ 0i\ íi> = (fa\ I\ \exp(-iH(ř_2 - *\iota))\ I\ \Phi\iota)$$

$$= \ /'O[\varphi]\theta\chi\rho(\iota/[0])$$

Obrázek 3 6 Amplituda přechodu ze stavu 0, v čase f, do stavu φ_2 v čase $Í_2$

Nyní můžeme /\olit časový interval (f, - I_2) jako rv/e imaginarm a roven β (obr 3 7) Položíme tez počáteční pole 0, rovno konečnemu ^$_2$ [a] sečteme pres úplnou baží stavů φ Na levé straně dostaneme střední očekávanou hodnotu výrazu $e^{\beta H}$, sečtenou přes všechny stavy To vsak není nic jiného než termodynamická partični funkce Z pro teplotu T = /?"[1]



$$t_2 - t_1 = -i\beta, \qquad \phi_2 = \phi_1$$

$$Z = \sum \langle \phi_n | \exp(-\beta \hat{H}) | \phi_n \rangle$$
$$= \int D[\phi] \exp(-iI[\phi])$$

Obrázek 3 7 Particm funkce pro teplotu T je daná dráhovým integrálem pres všechna pole na euklidovském prostoročase s periodou / J = T [1] V imaginárním časovém směru

Na pravé straně rovnice mamě dráhový integrál Položili jsme $\varphi\iota = (J)_2$ *a* sčítáme přes všechny polní konfigurace φ_η To znamená, že efektivně počítáme dráhový integrál pres všechna pole φ na prostoročase, který je periodicky identifikován v imaginárním časovém směru *s* periodou β Partični funkce pro pole φ při teplotě *T* je tak daná dráhovým integrálem přes všechna pole na euklidovském prostoročase Tento prostoročas je periodicky v imaginárním časovém směru s periodou / J = T [1]

Pokud se spočítá dráhový integrál v plochém prostoročase identifikovaném v imaginárním časovém směru *s* periodou β, dostava se obvykly výsledek pro partičm funkci zářeni černého tělesa Ale jak jsme pravě viděli, euklidovské Schwarzschildovo řešeni je také periodické v imaginárním časovém směru s periodou ^- To znamená, že pole v Schwarzschildove pozadí se chová, jako by bylo v termálním stavu při teplotě ^-

Periodicita v imaginárním čase vysvětlila, proč nepřehledne výpočty promícháváni frekvenci vedly k vyzařovaní, které bylo přesné tepelné Toto od\ožení se vsak vyhnulo problému \ysokych frekvenci, které byly klíčové pn počítaní promíchávaní frekvěnci Múze byt tez použito pro vzájemné mteragujici pole na krivem pozadí Skutečnost, ze se provádí integrál na periodickém prostoru, má za následek, ze všechny fyzikální veličiny, jako očekávané střední hodnoty, budou mít termální charakter To by bylo velmi obtížené odvodit pomoci přístupu přes promícháváni frekvěnci

Vzájemné působeni lze zobecnit na interakce s gravitačním polem samotným Začneme metrikou pozadí g_0, která je řešením klasických rovnic pole - jako např s euklidovskou Schwarzschildovou metrikou Pote rozvineme akci I kolem metriky g_0 v mocninnou řadu v poruchách Sg

$$I[g] = I[g_0] + I_2(\delta g)^2 + I_3(\delta g)^3 +$$

Lineární člen vymizí diky tomu, že metrika pozadí je řešením rovnic pole Kvadraticky člen lze chápat jako popis gravitonů na zvoleném pozadí, zatímco kubicky a vyšší členy popisuji interakci mezi gravitony Dráhový integrál kvadratických členů je konečný V dvousmyčkovem přiblížení má čistá gravitace nerenormalizovatelne divergence, ty však lze vyrušit pomoci fermionů v supergravitačmch teoriích Není známo, zda supergravitačm teorie mají divergence v řadu tři nebo více smyček, protože nikdo nebyl dostatečně statečný nebo bezhlavý, aby se pokusil o vypočet Některé nedávné prače však naznačuji, že by tyto teorie mohly byt konečné ve všech řadech Ale i kdyby byly divergence ve vyšších řadech, nezpůsobí velké rozdíly, kromě případů, kdy by geometrie pozadí byla zakřivena na planckovskych škálách 10^{33} cm

Zajímavější než členy vyšších řadů je clen řadu nultého, akce pro metriku pozadí g_0

$$I = -\frac{1}{16\pi}\int R(-g)^{\frac{1}{2}}d^4x + \frac{1}{8\pi}\int K(\pm h)^{\frac{1}{2}}d^3x$$

Obvykla Emstemova-Hilbertova akce pro obecnou relativitu je objemový integrál ze skalární křivosti R Ta je nulová pro vakuové řešeni, čili bychom si mohli myslet, ze akce pro euklidovské Schwarzschildovo řešeni je nula V akci je však ještě povrchový člen úměrný integrálu z K, kde K je stopa vnější křivosti hraniční plochy Pokud započítáme tento clen a odečteme po\ rchov y clen pro plochy prostor, nalezneme, ze akce euklidovské Schwarzschildovy metriky je ^, kde β je perioda imaginárního času v nekonečnu Dominující příspěvek k dráhovému integrálu pro partičm funkci Z tedy je e^

$$Z=£exp(-/3E„) = \exp\left(-\frac{\beta^2}{lórr}\right)$$

Pokud zdenvujeme log Z podle periody β, dostaneme střední hodnotu energie, jinými slovy hmotnost

$$<£\}= -\frac{}{d!3}(\log Z) = -\frac{£}{8\pi}$$

Dostáváme tedy hmotnost M=-^, což potvrzuje vztah mezi hmotnosti a periodou, tj inverzní teplotou, který již známe Můžeme však jit ještě dále Z běžné termodynamiky víme, že logaritmus partični funkce je roven záporně vzaté volné energii dělené teplotou T

$$\log Z = -\frac{f}{\imath}$$

Volna energie je přitom hmotnost (tj energie) plus teplota krát entropie S

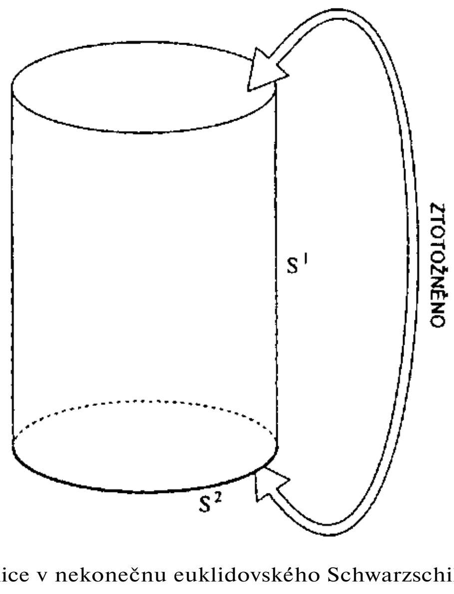
$$F = (E\} + TS$$

Vezmeme-li toto vše v úvahu, vidíme, že akce černé díry vede k entropii $4\pi M^2$

$$S = \frac{\hat{P}}{16\pi} = 4\pi M^2 = \frac{}{4}A$$

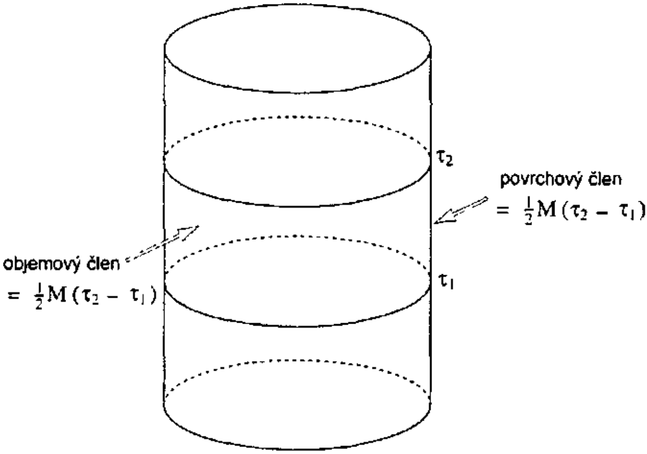
Tato hodnota je přesně taková, aby zákony mechaniky černých děr byly stejné jako zákony termodynamiky

Proč dostáváme vlastni gravitační entropii, která nemá žádny protějšek v kvantových teoriích jiných poli[7] Příčinou je, že gravitace připouští různé topologie pro prostoročas V případě, který vyšetřujeme, má euklidovské Schwarzschildovo řešeni hranici v nekonečnu, která má topologii $S^2 \chi S^1$ S^2 je velká, prostorupodobna dvoudimenzionalm sféra v nekonečnu a S^1 odpovídá imaginárnímu časovému směru, který jsme periodicky identifikovali (obr. 3.8). Tuto hranici lze vyplnit metrikami nejméně dvou topologií. Jednou je samozřejmě euklidovská Schwarzschildova metrika. Ta má topologii $R^2 \chi S^2$, tj. euklidovská dvoudimenzionální plocha krát dvoudimenzionální sféra. Druhou je R^3 x S^1, topologie euklidovského plochého prostoru s periodicky identifikovaným imaginárním časovým směrem. Tyto topologie mají různá Eulerova čísla. Eulerovo číslo periodicky identifikovaného plochého prostoru je nula, zatímco pro euklidovské Schwarzschildovo řešení je dvě. Význam tohoto rozdílu je následující: v topologii periodicky identifikovaného plochého prostoru lze nalézt periodickou funkci času τ, jejíž gradient je všude nenulový a která souhlasí s imaginární časovou souřadnicí na hranici v nekonečnu. Pak lze spočíst akce pro oblast mezi dvěma plochami T_1 a T_2. Do akce budou přispívat dva členy: objemový integrál lagrangiánu hmoty plus Einsteinova-Hilbertova lagrangiánu a povrchový člen. Pokud je řešení časově nezávislé, povrchový člen pro $\tau = T_1$ se vyruší s povrchovým členem pro $\tau = T_2$. Celý povrchový člen je tak dán příspěvkem od hranice v nekonečnu, což je polovina hmotnosti krát imaginární časový interval (T_2-T_1). Pokud je hmotnost nenulová, musí být přítomna látková pole vytvářející tuto hmotu. Lze ukázat, že objemový integrál lagrangiánu hmoty a Einsteinova-Hilbertova lagrangiánu dá také ^M(T_2 - T_1). Celko-



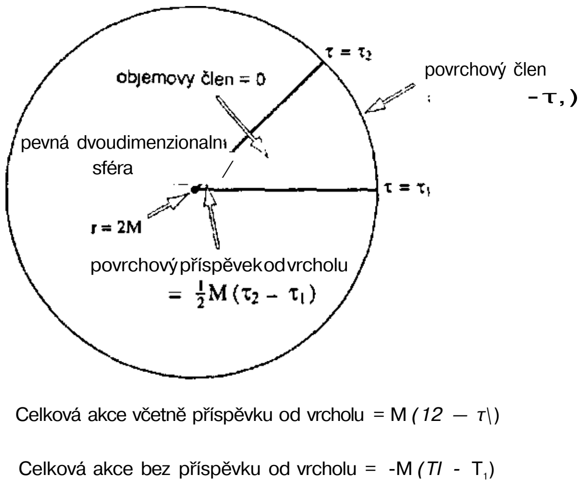
Obrázek 3.8 Hranice v nekonečnu euklidovského Schwarzschildova řešení.

vá akce je tak $M(T_2 - T_1)$ (obr. 3.9). Pokud dosadíme tento výsledek do logaritmu partiční funkce v termodynamických rovnicích, nalezneme, ve shodě s naším očekáváním, že střední hodnota energie je rovna hmotnosti. Příspěvek plochého pozadí k entropii je ale nulový.



Obrázek 3.9 Akce periodicky identifikovaného euklidovského plochého prostoru je rovna $M(T_2 - T_1)$.

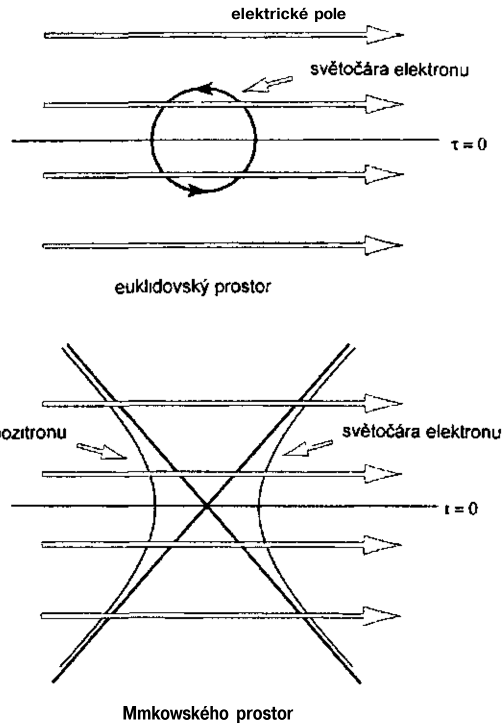
Situace je však odlišná pro euklidovské Schwarzschildovo řešení. Jelikož Eulerovo číslo je dvě namísto nuly, nelze nalézt časovou funkci τ, jejíž gradient by byl všude nenulový. Nejlepší, co můžeme udělat, je zvolit imaginární časovou souřadnici Schwarzschildova řešení. Toto řešení má na horizontu pevnou dvoudimenzionální sféru, na které se τ chová jako úhlová souřadnice. Pokud spočítáme akci mezi dvěma plochami konstantního τ, objemový integrál vymizí, jelikož nejsou přítomna žádná látková pole a skalární křivost je nulová. Povrchový člen obsahující stopu *K dává* na hranici v nekonečnu opět ^$M(T_2 - T_1)$. Nyní máme ale ještě jeden povrchový člen na horizontu, kde se plochy T_1 a T_2 setkávají ve vrcholu. Tento povrchový člen můžeme spočítat a nalezneme, že je také roven ^$M(T_2$ - TI) (obr. 3.10). Celková akce pro oblast mezi TI a T_2 je tak $M(T_2 - T_1)$. Pokud bychom použili tuto akci spolu s $T_2 - T_1 = \beta$, zjistili bychom, že entropie je nulová. Ale pokud se budeme dívat na euklidovské Schwarzschildovo řešení z čtyřdimenzionálního pohledu místo 3 + 1, nemáme žádný důvod zahrnout povrchový člen na horizontu, jelikož metrika je zde regulární Vynechaní povrchového členu na horizontu /ment>i akci o čtvrtinu plochy horizontu, což je právě vlastní gravitační entropie černé díry.



Obrázek 310 Celková akce pro euklidovské Schwarzschildovo řešeni je ^M(T_2 - τ,) díky tomu, že nezahrnujeme příspěvek od vrcholu na horizontu $r = 2M$

Skutečnost, že entropie černé díry souvisí s topologickým invariantem - Eulerovým číslem - je silný argument pro domněnku, že entropie přetrvá, dokonce i když přejdeme k fundamentálnější teorii. Tato myšlenka je zapovězena pro většinu částicových fyziků, kteří jsou velmi konzervativní a chtějí vše popsat podobně yangovským-millsovským teoriím. Souhlasí s tím, že se záření černé díry zdá tepelné a nezávislé na tom, jak černá díra vznikla, v případě, pokud je díra velká ve srovnání s Planckovou délkou. Ale tvrdí, že pokud černá díra ztratí hmotu a dostane se na planckovské rozměry, kvantová obecná relativita přestává platit a sázky jsou otevřeny. Já však popíšu myšlenkový experiment s černou dírou, ve kterém se podle všeho informace ztrácí, a přitom křivost vně horizontu zůstává neustále malá.

Již dlouho je známo, že v silněni elektrickém poli můžeme vytvořit dvojici pozitivně a negativně nabitých částic. Jeden způsob, jak tuto skutečnost vysvětlit, je všimnout si, že v plochém euklidovském prostoru se částice náboje *q,* jako např. elektron, pohybuje v homogenním elektrickém poli E po kruhu. Tento pohyb můžeme analyticky prodloužit / imaginárního času τ do reálného času ř. Dostaneme par pozitivně a negativně nabitých částic urychleně se navzájem vzdalujících pod vlivem elektrického pole (obr. 3.11).



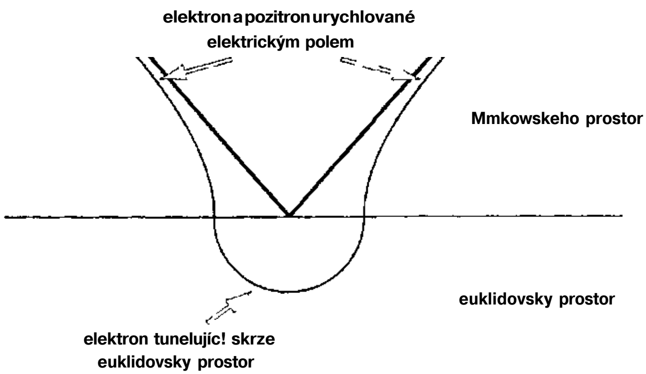
Obrázek 3 11 V euklidovském prostoru se elektron v elektrickém poli pohybuje po kruhu V Mmkowského prostoru dostáváme pár opačně nabitých častíc navzájem se urychleně vzdalujících

Proces vytvoření páru je pak popsán rozstřihnutím obou diagramů na poloviny podél os ř = O, resp. T = O a složením vrchní poloviny Minkowského diagramu a spodní poloviny euklidovského diagramu (obr. 3.12). Tím održíme obrázek, v němž jsou pozitivně a negativně nabité částice opravdu jedinou stejnou částicí. Ta tunelovala skrze euklidovský prostor z jedné Minkowského světočáry do druhé. V prvním přiblížení je pravděpodobnost vytvoření páru $e^{\sim\prime}$, kde euklidovská akce je

$$2\pi\ m^z$$

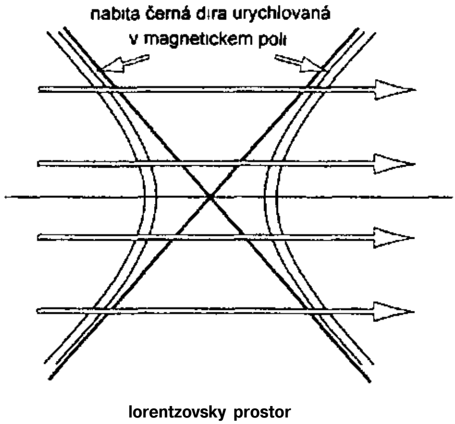
Tvořeni párů v silném elektrickém poli bylo pozorov ano experimentálně a jeho frekvence souhlasí s uvedeným odhadem

Černé díry mohou nést elektricky náboj, a tak bychom mohli očekávat, že by se též mohly vytvářet v párech Pravděpodobnost by však byla nepatrná v porovnaní s tvorbou elektron-pozitronového páru, protože poměr hmotnosti a náboje je $1O^{20}$-krát větši To znamená, že mnohem dříve, než by byla pravděpodobnost tvorby párů černých děr nezanedbatelná, by každé elektrické pole bylo neutralizováno tvorbou elektron-pozitronových párů Existují však také řešení odpovídající černým dírám s magnetickým nábojem Takové černé díry nemohou vzniknout gravitačním kolapsem, protože neexistují magneticky nabité elementární částice Můžeme ale předpokládat, že by mohly být vytvořeny v párech v silném magnetickém poli V tomto případě by nebyla žádna konkurence ze strany tvorby běžných částic, jelikož běžné částice nemají magnetický náboj Magnetické pole se tedy může stát natolik silné, aby pravděpodobnost tvoření magneticky nabitých černých děr nebyla zanedbatelná

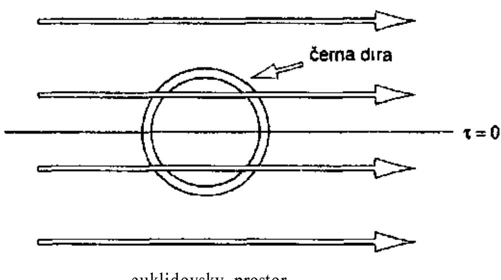


Obrázek 3 12 Tvořeni páru je popsáno spojením poloviny euklidovského a poloviny Mmkowskeho diagramů

V roce 1976 Ernst nalezl řešení, které reprezentuje dvě magneticky nabité černé díry navzájem se urychleně vzdalující v magnetickém poli (obr 3.13). Pokud ho analyticky prodloužíme do imaginárního času, dostaneme obrázek velmi podobný tomu, který popisoval tvorbu elektron-pozitronoveho páru (obr 314) Černá díra se pohybuje po kruhu v zakřiveném euklidovském prostoru stejné, jako se elektron pohyboval po kruhu v plochém euklidovském prostoru Případ černé díry je komplikovanější, jelikož imaginární časová souřadnice je navíc periodická okolo horizontu černé díry vedle periodicity okolo středu kruhu, po kterém se černá díra pohybuje Je nutno nastavit poměr hmotnosti a náboje tak, aby tyto dvě periody byly stejné Fyzikálně to znamená, že se zvolí takové parametry černé díry, aby teplota černé díry byla rovna teplotě, kterou díra pozoruje díky svému urychlenému pohybu. Teplota magneticky nabité černé díry klesá k nule s nábojem blížícím se hmotnosti měřeno v planckovských jednotkách Proto pro slabá magnetická pole, a tedy i nízká zrychlení můžeme vždy nastavit tyto dvě periody stejné

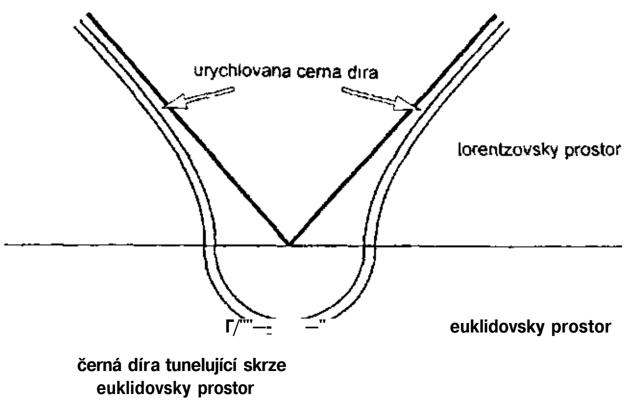


Obrázek 3 13 Par opačně nabitých černých der navzájem se urychlené vzdalujících pod vlivem magnetického pole



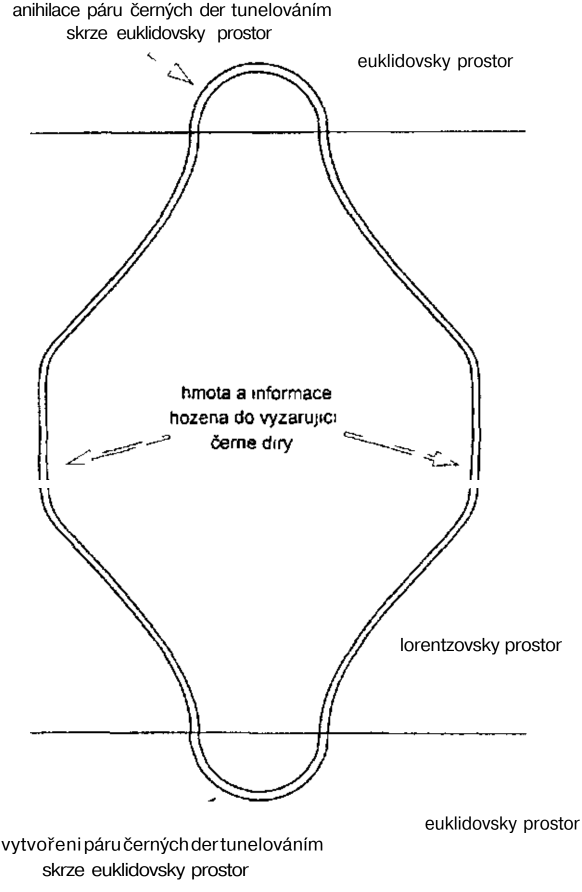
Obrázek 3 14 Nabita černá díra pohybující se po kruhu v euklidovském prostoru

Stejně jako v případě tvorby elektron-pozitronovych párů mu země popsat tvorbu párů černých děr spojením spodní poloviny euklidovského řešeni s imaginárním časem a horní poloviny lorentzovskeho řešeni s reálným časem (obr 315) Můžeme si představit černou díru tunelující skrze euklidovskou oblast a objevující se jako par opačně nabitých černých děr urychleně se navzájem vzdalujících pod vlivem magnetického pole Řešeni popisující urychlené černé díry není asymptoticky ploché, protože se v nekonečnu blíži homogennímu magnetickému poli Presto ho však můžeme použit k odhadnuti pravděpodobnosti tvorby párů černých děr v oblasti lokálního magnetického pole Mohli bychom si představit, že se černé díry po svém vzniku dostatečně vzdali do oblasti bez magnetického pole Pak bychom mohli popisovat každou černou díru odděleně jako černou díru v asymptoticky plochém prostoru Mohli bychom do obou černých děr naházet libovolné množství hmoty a informace Černé díry by pak vyzařovaly a ztrácely hmotu Nemohly by ale ztrácet magneticky náboj, jelikož neexistuji žádné magneticky nabité částíce Nakonec by se dostaly do svého původního stavu s hmotnosti mírně vyšší než náboj Pak bychom mohli obě díry opět přiblížit a nechat je navzájem anihilovat Amhilačm proces může byt chápan jako časově opačný proces k tvorbě páru Je popsán horní polovinou euklidovského řešeni spojeného se spodní časti lorentzovskeho řešeni Mezi vytvořením páru a jeho anihilaci může byt dlouhé lorentzovske období, ve kterém se černé díry navzájem vzdaluji,



Obrázek 3 15 Tunelovaní produkující par černých der je tez popsáno spojením po lovmy euklidovského a poloviny lorentzovskeho diagramu pohlcuji hmotu, vyzařuji a pak se opět přibližuji Ale topologie gravitačního pole bude topologii euklidovského Ernstova řešeni Ta je $S^2 \chi S^2$ *bez* jednoho bodu (obr 316)

Mohli bychom se obávat, že při anihilaci černých děr by mohl byt porušen zobecněny druhy zákon termodynamiky, jelikož by při ni zmizela plocha horizontu černé díry Ukazuje se však, že plocha horizontu spojeného s urychlováním v Ernstově řešeni musí byt odečtena z plochy, kterou bychom obdrželi bez tvořeni páru To je poměrně delikátní vypočet, jelikož obě plochy horizontu spojeného s urychlováním jsou nekonečné Přesto je v jistem, dobře definovaném smyslu jejich rozdíl konečný a roven



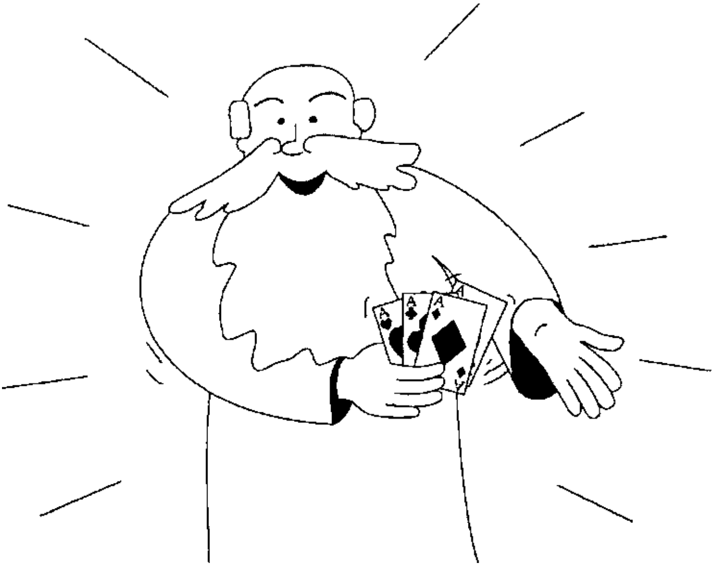
Obrázek 316 Par černých der vznikly tunelováním a nakonec anihilujici opět tunelovanim

plose horizontu černé díry plus rozdíl akci řešeni *i,* tvořením a be/ tvořeni páru To lze pochopit, pokud si uvědomíme, že se jedna o proces s nulovou energii, hamiltonian s procesem tvořeni páru je stejný jako hamiltonian *bez* něj Jsem velmi vděčný Simonu Rossovi a Gary Horowitzovi za vypočet tohoto rozdílu pravě včas pro tuto přednášku Zázraky jako tento - a teď mam na mysli výsledek, ne že k němu dospěli - mě utvrzují v tom, že termodynamika černých děr nemůže být pouhé nízkoenergetické přiblíženi Věřím, že gravitační entropie nezmizí, ani pokud budeme muset přejít k fundamentálnější teorii kvantové gravitace

Z tohoto myšlenkového experimentu můžeme vidět, že dostáváme vlastní gravitační entropii a ztrátu informace, pokud je topologie prostoročasu odlišná od topologie plochého Mmkowského prostoru Pokud vytvořené černé díry jsou velké ve srovnaní s planckovskými velikostmi, křivost vně horizontu bude všude malá v porovnání s planckovskými škálami To znamená, že přiblížení, které jsem udělal zanedbáním kubických a vyšších členů v rozvoji, by mělo být v pořádku Závěr, že se informace může v černých dírách *ztrácet,* by tak měl byt důvěryhodný

Pokud se informace ztrácí na makroskopické úrovni, měla by se ztrácet též v procesech, ve kterých se objevují mikroskopické virtuální černé díry díky kvantovým fluktuacím metriky Lze si představit, že i do těchto děr mohou padat částice a ztrácet se v nich informace Možná že pravě zde mizí všechny ty chybějící ponožky. Veličiny jako energie a elektrický náboj, které interagují s kalibračními poli, by se zachovávaly, ale ostatní informace a globální náboj by se ztrácely. To by mělo dalekosáhlé důsledky pro kvantovou teorii

Normálně se předpokládá, že systém v čistém kvantovém stavu se vyvíjí unitárním způsobem skrze posloupnost čistých kvantových stavů. Pokud se ale *ztrácí* informace díky objevovaní a mizení černých děr, nemůže probíhat unitární evoluce Namísto toho ztráta informace vede k tomu, že konečný stav poté, co černé díry zmizí, bude tzv *smíšeny kvantový stav* Ten může byt chápan jako soubor několika různých čistých kvantových stavů, každý se svou vlastní pravděpodobností Ale jelikož se systém nenachází s jistotou v žádném jednom z nich, nelze redukovat pravděpodobnost konečného stavu na nulu interferencí s jakýmkoliv kvantovým stavem To znamená, že gravitace *zavádí* do fyziky novou úroveň nepředpovídatelnosti, jež se přiřazuje k nejistotě obvykle spojované s kvantovou teorií Ve své příští přednášce (kapitola 5) úkazu, že jsme tuto novou nejistotu již možná pozorovali To znamená konec naděje vědeckého determinismu, naděje, že bychom mohli s jistotou předpovídat budoucnost Zda se, že Bůh má stale schováno par triků v rukávě

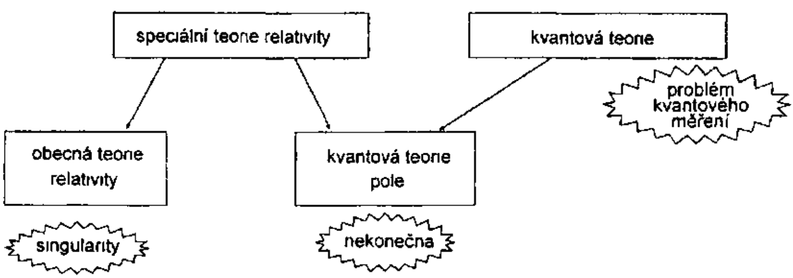


KVANTOVÁ TEORIE A PROSTOROČAS

R. Penrose

Největšími fyzikálními teoriemi dvacátého století jsou kvantová teorie (KT), speciální teorie relativity (STR), obecná teorie relativity (OTR) a kvantová teorie pole (KTP). Tyto teorie nejsou navzájem nezávislé: obecná relativita byla vybudována na speciální relativitě a východiska kvantové teorie pole jsou speciální relativita a kvantová teorie (viz obr. 4.1).

Říká se, že kvantová teorie pole je se svojí přesností na 11 řádů nejpřesnější fyzikální teorie vůbec. Chtěl bych však upozornit, že obecná relativita byla v současnosti v jistém smyslu ověřena na 14 řádů (a tato přesnost je omezena pouze přesností pozemských hodin). Mluvím o Hulseho-Taylorovu binárním pulsaru PSR1913+16, dvojici navzájem se obíhajících neutronových hvězd, z nichž jedna je pulsar. OTR předpovídá, že jejich oběžná dráha se bude pomalu zmenšovat (a perioda oběhu zkracovat) z důvodu ztráty energie vyzařováním gravitačních vln. To bylo vskutku pozorováno a celý popis pohybu, zahrnující newtonovské orbity v počáteční fázi, obecně relativistické opravy ve střední fázi a urychlování rotace způsobené gravitačním vyzařováním v konečné fázi, souhlasí s OTR (do které zde zahrnuji i Newtonovu teorii gravitace) s výše zmíněnou obdi-

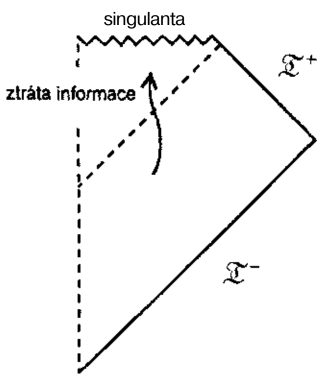


Obrázek 4.1 Velké fyzikální teorie dvacátého století - a jejich fundamentální problémy.

vuhodnou přesností, a to po celých dvacet let měření. Objevitelům tohoto systému byla za jejich práci po právu udělena Nobelova cena. Zastánci kvantové teorie vždy tvrdili, že vzhledem k přesnosti jejich teorie by to měla být OTR, která by se měla jejich představám přizpůsobit. Nyní si ale myslím, že to je KTP, která má co dohánět.

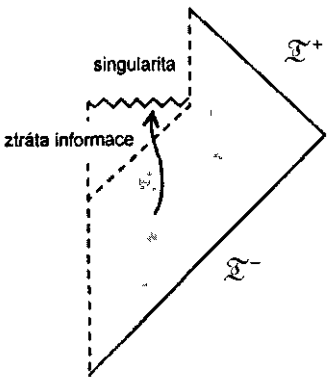
Ačkoli tyto čtyři teorie byly pozoruhodně úspěšné, každá z nich má své problémy. KTP se potýká s problémem, že kdykoli spočtete amplitudu pro vícenásobně souvislý Feynmanův diagram, výsledek je nekonečno. Tato nekonečna musí být odečtena nebo odškálována při renormalizaci teorie. OTR předpovídá existenci prostoročasových singularit. Kvantová teorie má „problém kvantového měření", k němuž se vrátím později. Je možné, že řešení problémů těchto teorií spočívá ve skutečnosti, že jsou samy o sobě neúplné. Např. mnozí teoretici očekávají, že KTP by mohla určitým způsobem „vyhladit" singularity v OTR. Problémy divergence KTP by mohly být vyřešeny ultrafialovým odříznutím (cutoff) poskytnutým OTR. A já věřím, že obdobně problém kvantového měření bude konečně vyřešen poté, co se OTR a KT správně zkombinují do nějaké nové teorie.

Chtěl bych nyní mluvit o problému ztráty informace v černých dírách. Tvrdím totiž, že je podstatný pro posledně zmíněnou otázku. Souhlasím skoro se vším, co na toto téma řekl Stephen. Ale zatímco Stephen považuje ztrátu informace v černých dírách za novou nejistotu ve fyzice nezávislou na nejistotě KT, já ji považuji za nejistotu „komplementární". Pokusím se vysvětlit, co tím míním. Způsob ztráty informace v prostoročasu s černou dírou si můžeme dokumentovat na Carterově diagramu tohoto prostoročasu (obr. 4.2). Po-



Obrázek 4.2 Carterův diagram hroutící se černé díry.

čáteční informace je určena v minulém nulovém nekonečnu JT a konečná informace v budoucím nulovém nekonečnu 5T+. Dalo by se říci, že chybějící informace je ztracena, pokud proletí skrze horizont černé díry. Já bych ale dal přednost tomu, abychom mluvili o ztrátě až při pádu do singularity. Uvažujme nyní kolaps hmotného tělesa v černou díru následovaný vypařením černé díry Hawkingovým zářením. (Museli bychom samozřejmě čekat velmi dlouhou dobu, než by k tomuto došlo - možná déle, než je samotná doba existence vesmíru!) Souhlasím se Stephenovým pohledem, že během kolapsu a následného vypaření černé díry se informace ztratí. Můžeme dokonce nakreslit Carterův diagram celého prostoročasu (obr. 4.3).



Obrázek 4.3 Carterův diagram vypařující se černé díry.

Singularita uvnitř černé díry je prostorupodobná a má velkou Weylovu křivost, ve shodě s tím, co jsme si řekli v předchozí přednášce (kapitola 2). Je možné, že trocha informace unikne v okamžiku vypaření černé díry, z konečného zbytku singularity (který, jelikož bude v kauzální minulosti vnějšího pozorovatele, bude mít malou nebo žádnou Weylovu křivost). Ale tento nepatrný zisk informace bude mnohem menší než informace ztracená v kolapsu (v jakémkoli rozumném obraze konečného zmizení černé díry, který si dovedu představit). Pokud provedeme myšlenkový experiment a uzavřeme celý systém do obrovské dutiny, můžeme zkoumat vývoj ve fázovém prostoru hmoty uvnitř dutiny. V oblastech fázového prostoru korespondujících existenci černé díry budou, díky ztrátě informace v singularitě černé díry, trajektorie fyzikálního vývoje konvergovat a objem sledující tyto trajektorie se bude smršťovat. Takové smršťování je v přímém rozporu s tzv. *LiouvilloOOii větou* klasické mechaniky, která říká, že objem ve fázovém prostoru zůstává konstantní. (Toto je věta klasické fyziky. Ve skutečnosti bychom měli vzít v úvahu kvantový vývoj v Hubertově prostoru. Porušení Liouvillovy věty by pak odpovídalo neunitámímu vývoji.) Prostoročas černé díry tedy porušuje zachovávání fázového objemu. Avšak v mém pohledu je tato ztráta fázového objemu vyrovnávána „spontánním" kvantovým měřením, ve kterém se informace získává a fázový objem se zvětšuje. To je důvod, proč považuji nejistotu způsobenou ztrátou informace v černých dírách za „komplementární" k nejistotě v kvantové teorii: jedná se o rub a líc téhož (obr. 4.4).

Obrázek 4 4 Objem ve fázovém prostoru se zmenšuje, pokud se vyskytuje nějaká černá díra. Toto zmenšování může být vyrovnáváno zvětšováním fázového objemu díky kolapsu vlnové funkce R.

Můžeme tak říci, že minulé singularity nesou málo informace, kdežto budoucí singularity obsahují informace mnoho. A to je podstatou druhého zákona termodynamiky. Asymetrie singularit souvisí též s asymetrií procesu kvantového měření. Vraťme se proto k problému kvantového měření v kvantové teorii.

Principy kvantové teorie si můžeme ilustrovat na dvouštěrbinovém experimentu. V tomto experimentu se paprsek světla vysílá na neprůsvitnou překážku s dvěma štěrbinami A a B . Tím se na stínítku za překážkou vytváří interferenční obrazec světlých a tmavých proužků. Jednotlivé fotony vytvářejí na stínítku diskrétní body, díky interferenčním proužkům však existují na stínítku místa, kam foton nikdy nedopadne Necht ρ je takovy bod - ale i v takovém případe muže foton dopadnout v *p,* pokud je jedna nebo druha štěrbina zakryta Destruktivní interference tohoto typu, kdy se dvě možné alternativy navzájem vyruší, je jedním z nejpřekvapivějších rysů kvantové mechaniky Vysvětlujeme si ho pomoci kvantového *principu superpozice* Ten říká, že jestliže foton může letět cestami *AaB* (odpovídající stavy fotonu označme JA) a |B), předpokládejme, ze se jedna o cesty, kterými foton múze dosáhnout bod *p,* leti-h nejdříve jednou nebo druhou štěrbinou), pak kombinace *z\A) + w\B}* (kde z a *w* jsou komplexní čísla) je tez přípustná alternativa

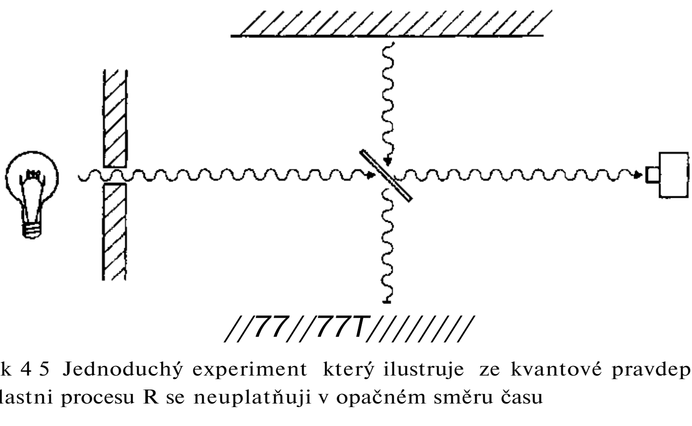
Není správné chápat *w* a z jako nějaké *pravděpodobnosti,* jelikož se jedna o *komplexní čísla* Stav fotonu je prostě komplexní superpozici *Unitární* vývoj kvantového systému (který označím U) zachovává superpozici jestliže $z|A_0)$ + $w\backslash B_0)$ je superpozici v čase t = O, pak po čase t se vyvine do $z\backslash A_t) + w\backslash B_t)$, kde $\backslash A_t)$ a |B,) odpo vídají samostatnému vývoji jednotlivých alternativ během času t Během procesu měřeni kvantového systému, ve kterém jsou kvantové alternativy zesíleny tak, aby daly klasicky rozlišitelné vy sledky, vstupuje do akce novy, odlišný druh „vývoje", nazývaný *redukci* stavového vektoru nebo *kolapsem vlnové funkce* (označím jej R) Pravděpodobnosti se v popisu objeví až pote, co byl systém v tomto smyslu „změřen", a relativní pravděpodobnost realizova m dvou zmíněných možnosti je daná poměrem z^2 $w\backslash^2$

U a R jsou dva velmi odlišné procesy U je deterministicky, lineární, lokální (v konfiguračním prostoru) a časově symetricky R je nedeterministicky, rozhodně nelineární, nelokální a časově asymetricky Tento rozdíl mezi oběma fundamentálními způsoby vývoje v kvantové teorii je pozoruhodný Je velmi nepravděpodobné, že by proces R mohl byt jakkoli vysvětlen jako aproximace procesu U (ačkoli se o to lide často snaží) Pravě toto se nazývá problém „procesu kvantového měřeni"

Proces R je jmenovitě časově nesymetricky Předpokládejme, že ze zdroje fotonů S nasměrujeme paprsek světla pod uhlem 45° na polopropustne zrcadlo a za zrcadlo umístíme detektor D (obr 4 5)

Diky tomu, že zrcadlo je polopropustne, dostaneme superpozici propuštěného a odraženého stavu se stejnou vahou To vede k 50% pravděpodobnosti, že individuální foton aktivuje detektor, místo aby byl pohlcen podlahou laboratoře Těchto 50 % je odpovědi na otázku „Pokud zdroj S vyslal foton, jaká je pravděpodobnost, že jej detektor D zachytí[7]" Odpověd na tento druh otázek je daná pravidlem R My bychom se ale mohli tez zeptat ‚Pokud detektor D zachytí foton, jaká je pravděpodobnost, ze byl vyslán zdrojem S?" Mohli byste si myslet, ze můžeme spočíst pravděpodobnosti stejným způsobem jako v předchozím případe Proces U je časově symetricky, neměl by byt tedy i proces R? Ale použiti (časově obraceného) pravidla R ve směru do minulosti nedá správné pravděpodobnosti Ve skutečnosti je odpověd na tuto otázku určena zcela odlišnými úvahami, konkrétně na základě druhého zákona termodynamiky - zde aplikovaného na zdi laboratoře - a diskutovaná nesymetne vzniká v konečném důsledku diky asymetrii vesmíru v čase Aharonov, Bergmann a Liebowitz (1964) ukázali, jak zabudovat proces kvantového měřeni do časově symetrického formalismu V tomto schématu vzniká asymetrie procesu R diky nesymetrn okrajových podmínek v budoucnosti a minulosti Tento obecný formalismus byl též přijat Gnffithsem (1984), Omnesem (1992) a Gell-Mannem s Hartlem (1990) Jelikož původ druhého zákona termodynamiky může byt sledován až k asymetrii struktury prostoročasových singularit, tento vztah naznačuje, že problém měřeni v KT a problém singularit v OTR mohou souviset Vzpomeňme si, že v minule přednášce jsem navrhoval, že počáteční singularita obsahuje velmi málo informaci a má nulový Weylův tenzor, kdežto konečná singularita (resp singularity a nekonečna) nesou mnoho informace a mají divergující Weylův tenzor (v případě singularit)

Abych lepe objasnil svůj postoj v otázce vztahu KT a OTR, rad bych rozebral, co chápeme pod pojmem *kvantová realita* Je stavový vektor „reálny" nebo je matice hustoty „reálna"[7] Matice hus-

S  D

Obrázek 4 5 Jednoduchý experiment který ilustruje ze kvantové pravdepodobnosti vlastni procesu R se neuplatňuji v opačném směru času toty reprezentuje naši neúplnou znalost stavu, a obsahuje proto dva typy pravděpodobnosti - klasickou nejistotu spolu s kvantovou pravděpodobností. Matici hustoty můžeme zapsat

$$D = \sum_{\imath=1}^{N} p_\imath |\psi_\imath\rangle\langle\psi_\imath| ,$$

kde *p,* jsou pravděpodobnosti, reálná čísla splňující *^j), - l a* každý stavový vektor | *ψ,)* je normalizovaný na jednotku. Jedná se o pravděpodobnostně váženou směs stavů. Zde | ψ;) nemusí být navzájem kolmé a *N* může být větší, než je dimenze Hubertova prostoru. Jako příklad uvažujme experiment typu EPR, ve kterém se částice spinu nula na počátku v klidu uprostřed laboratorní soustavy rozpadne na dvě částice spinu jedna polovina. Tyto dvě částice se rozletí v opačných směrech a jsou detekovány „zde" a „tam" - přičemž „tam" může být velmi vzdáleno od „zde", řekněme na Měsíci. Stavový vektor napíšeme jako superpozici jednotlivých možností:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big\{|\text{nahoru zde}\rangle|\text{dolů tam}\rangle - |\text{dolů zde}\rangle|\text{nahoru tam}\rangle\Big\}, \quad (4.1)$$

kde |nahoru zde) je stav se spinem částice „zde" směřujícím „nahoru", atd. Předpokládejme, že na Měsíci byl naměřen spin ve směru osy z, a to bez toho, abychom se dověděli výsledek. V tom případě je stav „zde" popsán maticí hustoty

$$D = \frac{-}{2} \text{ nahoru zde}/_{x}(\text{nahoru zde } + \frac{—}{2} \text{ dolů zde})_{/N}(\text{dolů zde } .(4.2)$$

Na Měsíci mohl být též měřen spin ve směru osy *x.* Přepíšeme-li stav (4.1) jako

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big\{|\text{nalevo zde}\rangle|\text{napravo tam}\rangle - |\text{napravo zde}\rangle|\text{nalevo tam}\rangle\Big\},$$

obdržíme v tomto případě matici hustoty

$$D = \frac{1}{2}|\text{nalevo zde}\rangle\langle\text{nalevo zde}| + \frac{1}{2}|\text{napravo zde}\rangle\langle\text{napravo zde}|,$$

která je ve skutečnosti rovna matici (4.2). Pokud však stavový vektor popisuje realitu, pak matice hustoty neříká přesně, co se děje. Poskytuje pouze výsledky měření *„zde"* za předpokladu, že nevíte, co se děje „tam". Konkrétně, mohl bych obdržet dopis z Měsíce, který mě bude informovat o povaze a výsledku „tam" provedeného měření. Jestliže mohu (třeba jen v principu) obdržet tuto informaci, musím popsat celý (provázaný) systém pomocí stavového vektoru.

V obecnosti je mnoho rozlišných způsobů zápisu dané matice hustoty jako pravděpodobnostní směsi stavů. Navíc, díky větě nedávno dokázané Hughstonem, Jozsem a Wootersem (1993), pro každou matici hustoty vzniklou naznačeným způsobem jako popis části „zde" EPR systému a pro každou interpretaci této matice hustoty jako pravděpodobnostní směsi stavů vždy existuje takové měření v části „tam", které vede přesně k této *konkrétní* interpretaci matice hustoty „zde" jako pravděpodobnostní směsi.

Na druhou stranu lze argumentovat, že matice hustoty popisuje realitu, což, jak rozumím, je v případě přítomnosti černé díry blíže Stephenovu pohledu na věc.

John Bell kdysi označil standardní popis procesu redukce stavového vektoru zkratkou FAPP, která v angličtině znamená „pro všechny praktické účely". V souladu s tímto standardním postupem můžeme napsat celkový stavový vektor jako

$$\left|\psi_{\text{celkovy}}\right\rangle = w\left|\text{nahoru zde}\right\rangle\left|?\right\rangle + z\left|\text{dolů zde}\right\rangle\left|?'\right\rangle,$$

kde ?) a |?') popisují stavy prostředí vně našeho experimentu. Pokud se v prostředí informace ztratí, matice hustoty je to nejlepší, co můžeme použít:

$$D = |w|^2\left|\text{nahoru zde}\right\rangle\left\langle\text{nahoru zde}\right| + |z|^2\left|\text{dolů zde}\right\rangle\left\langle\text{dolů zde}\right| .$$

Jestliže tedy nemůže být informace z prostředí získána, „můžeme" (FAPP - pro všechny praktické účely) předpokládat, že systém je ve stavu |nahoru zde) nebo jdolů zde) s pravděpodobností resp.

Jelikož nám však matice hustoty jednoznačně neříká, z jakých stavů je složena, potřebujeme ještě další dodatečný předpoklad. Tento bod si objasníme na myšlenkovém experimentu s Schrodingerovou kočkou. Ten popisuje útrapy kočky v uzavřené krabici, ve které je (např.) vyslán foton na polopropustné zrcadlo a prošlá část vlnové funkce fotonu dopadá na detektor, který, pokud detekuje foton, automaticky zmáčkne spoušť pistole a zabije kočku.

Pokud detektor foton nenaměří, pak kočka zůstává naživu a v pořádku. (Vím, že Stephen nesouhlasí s týráním koček, a to ani v myšlenkových experimentech!) Vlnová funkce systému je superpozicí obou možností:

w mrtvá kočka)Ivýstřel) + z živá kočka)(ticho),

kde |výstřel) a |ticho) jsou stavy prostředí.

V mnohosvětové interpretaci kvantové mechaniky by se tato situace popsala (ignorujíce prostředí)

$$w\left|\text{mrtvá kočka}\right\rangle\left|\text{znalost ‚kočka je mrtvá'}\right\rangle + \\ + z\left|\text{živá kočka}\right\rangle\left|\text{znalost ‚kočka je živá'}\right\rangle, \qquad (4.3)$$

kde |znalost,...') jsou stavy mysli pozorovatele. Proč nám ale naše vnímání nedovolí pozorovat makroskopické *superpozice* stavů, jako je tato, namísto pouhého pozorování jedné z *alternativ* ‚kočka je živá' a ‚kočka je mrtvá'? Např. pro *w* - z = V_x^ můžeme přepsat stav (4.3) jako superpozici

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}\Big(\left|\text{mrtvá kočka}\right\rangle\left|\text{živá kočka}\right\rangle\Big) \\ \times\Big(\left|\text{znalost ‚mrtvá kočka'}\right\rangle + \left|\text{znalost ‚živá kočka'}\right\rangle\Big) + \\ + \frac{1}{2\sqrt{2}}\Big(\left|\text{mrtvá kočka}\right\rangle - \left|\text{živá kočka}\right\rangle\Big) \\ \times\Big(\left|\text{znalost ‚mrtvá kočka'}\right\rangle - \left|\text{znalost ‚živá kočka'}\right\rangle\Big),$$

a tak, pokud nemáme důvod vyloučit „stavy vědomí" typu ((znalost ‚mrtvá kočka') + (znalost ‚živá kočka')/V2, nepřiblížili jsme se k řešení o nic víc než dříve.

Stejné argumenty lze použít i pro prostředí. Matici hustoty (opět pro případ *w* = z = *V\/í)* můžeme přepsat jako superpozici

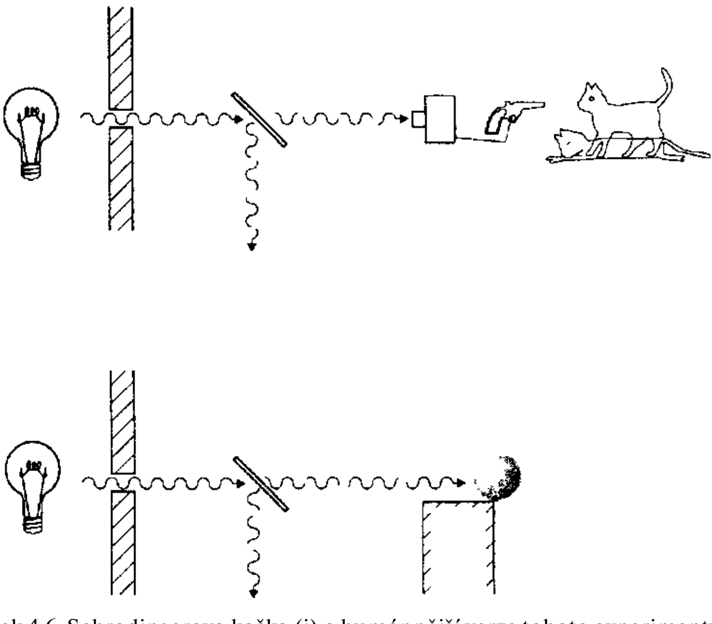
$$D = \frac{1}{4}\Big(\left|\text{mrtvá kočka}\right\rangle + \left|\text{živá kočka}\right\rangle\Big)\Big(\left\langle\text{mrtvá kočka}\right| + \left\langle\text{živá kočka}\right. \\ + \frac{1}{4}\Big(\left|\text{mrtvá kočka}\right\rangle - \left|\text{živá kočka}\right\rangle\Big)\Big(\left\langle\text{mrtvá kočka}\right| - \left\langle\text{živá kočka}\right.$$

To nám ukazuje, že přístup používající „dekoherenci prostředím" též nevysvětluje, proč je kočka vždy pouze živá nebo mrtvá.

Nechci se zde více zabývat diskusí otázek vědomí a dekoherence. Podle mého mínění řešení problému kvantového měření leží někde jinde. Má hypotéza je, že dochází k něčemu podezřelému se superpozicí alternativních geometrií, která se objeví spolu se zohledněním OTR. Je možné, že superpozice dvou různých geometrií je *nestabilní* a rozpadá se do *jedné* z obou alternativ. Např. geometriemi by mohly být prostoročas živé kočky nebo mrtvé kočky. Rozpad superpozice těchto geometrií do jedné **nebo** druhé alternativy nazývám objektivní redukcí; toto označení se mi líbí i pro jeho vhodnou zkratku (OR - anglicky **nebo).** Jaký vztah k tomuto všemu má Planckova délka 10^{-33} cm? Na této délce závisí kritérium, podle kterého příroda rozhoduje, zda dvě geometrie jsou dostatečně odlišné. Tím i určuje časovou škálu, na které dochází k redukci do jedné z obou alternativ.

Dopřejme nyní kočce oddech. Zkoumejme znovu problém s polopropustným zrcadlem, tentokrát však s detektorem fotonu způsobujícím přemístění velkého kusu hmoty z jednoho místa na druhé (obr. 4.6).

Můžeme se vyhnout starostem s redukcí stavu v detektoru tím, že umístíme těleso na samotnou hranu podložky tak, aby ho do-



Obrázek 4.6 Schrodingerova kočka (i) a humánnější verze tohoto experimentu (ii)

pád fotonu postrčil pres okraj[1] Kdy je posunut dostatek *hmoty,* aby se superpozice obou alternativ stala nestabilní[7] Domnívám se (viz Penrose 1993, 1994, též Diosi 1989, Ghirardi, Grassi a Rimmim 1990), ze nám na tuto otázku poskytuje odpoved gravitace Pro odhad doby rozpadu podle navrhovaného schématu je důležitá energie E potřebná k odštěpem jedné kvantové alternativy tělesa a jejímu posunuti v gravitačním poli druhé alternativy tělesa až po vytvořeni zkoumané superpozice obou alternativ Kvantové alternativy jsou na počátku totožné a na konci se liší polohou těžiště tělesa Moje hypotéza pak předpovídá, že časová škála kolapsu stavového vektoru reprezentující takovouto superpozici je řadu

$$T \sim \frac{\hbar}{E} \qquad (44)$$

Pro nukleon dostáváme téměř 1O[8] let, takže nestabilita by se v dosavadních experimentech neprojevila Ale kapičce vody velikosti 1O"[3] cm by kolaps trval kolem 2 hodin Pokud by kapička měřila 1O"[4] cm, kolaps bude trvat okolo -^5- sekundy a pro velikost 10~[3] cm kolaps stavového vektoru nastane během pouhých 1O[6] sekundy Toto vše platí pro zrnko izolované od prostředí, rozpad je dále urychlen stykem hmoty s prostředím Způsoby řešeni problému měřeni v KT tohoto druhu většinou narážejí na potíže se zachováním energie a s lokalitou Ale v OTR je již zabudovaná nejistota v určeni gravitační energie, zvláště co se tyče jejího příspěvku k superponovanému stavu Gravitační energie je v OTR nelokální gravitační potenciální energie přispívá (záporně) nelokálně k celkové energii a gravitační vlny mohou odnášet (kladnou) nelokální energii pryč ze systému Dokonce i plochy prostoročas může v jistých případech přispívat k celkové energii Nejistota v energii stavu odpovídajícího diskutované superpozici dvou různých poloh tělesa je v souhlase (skrze Heisenbergovy relace neurčitosti) s časem rozpadu (4 4)

OTÁZKY A ODPOVĚDI

Otázka Profesor Hawking se zmínil, že gravitační pole je v jistem smyslu význačnější než pole jma Co si tom myslíte vy[7]

Odpoved Gravitační pole je jistě speciální Je trocha ironie v historii teto otázky Newton započal fyziku s teorii gravitace a tato teorie byla počátečním paradigmatem pro všechny ostatní fyzí kalni interakce Dnes se vsak ukazuje, ze gravitace je ve skutečnosti velmi odlišná od ostatních interakci Gravitace je jediná, která ovlivňuje kauzalitu, což má hluboké důsledky, jako jsou černé díry a ztráta informace

KAPITOLA PÁTÁ

KVANTOVÁ KOSMOLOGIE

S. W. *Hawking*

Ve své třetí přednášce se budu zaobírat kosmologií. Kosmologie se dříve považovala za pseudovědu a útočiště fyziků, kteří sice mohou mít za sebou řadu užitečných výsledků, ale ve své senilitě se stali mystiky. Příčiny byly dvě. První byla skoro úplná absence věrohodných pozorování. Vždyť až do dvacátých let tohoto století jediným důležitým kosmologickým pozorováním bylo, že obloha je v noci tmavá. A to lidé ani neocenili jeho závažnost. V současnosti se však spolu s rozvojem technologie rozsah a kvalita kosmologických pozorování neskutečně zlepšily. Námitka proti uznání kosmologie za vědu spočívající na nedostatku pozorovaných dat tedy není nadále oprávněná.

Existuje však druhá, závažnější výhrada. Kosmologie nemůže o vesmíru nic předpovědět bez toho, aby učinila určitý předpoklad o jeho počátečních podmínkách. Bez takovéhoto předpokladu to jediné, co kosmologie umí říci, je, že vesmír nyní vypadá tak, jak vypadá, proto, že v počátečních fázích vypadal tak, jak vypadal. Přitom mnoho lidí věří, že věda by se měla zabývat pouze lokálními zákony, které určují, jak se vesmír vyvíjí v čase. Mají pocit, že počáteční podmínky vesmíru, které určují, jak vesmír vznikl, nejsou v kompetenci vědy, nýbrž metafyziky či náboženství.

Situace se ještě zhoršila, když jsme s Rogerem dokázali věty, které říkají, že podle obecné teorie relativity musí v naší minulosti existovat singularita. V této singularitě nemohou být definovány rovnice pole. Obecná relativita tak nachází své vlastní selhání: předpovídá, že nemůže předpovědět podobu vesmíru.

Ačkoli mnozí tento závěr přivítali, mě vždy velmi znepokojoval. Pokud zákony fyziky mohou selhat na počátku vesmíru, proč by nemohly selhat kdekoli? V kvantové teorii máme princip, že cokoli, co není absolutně zakázáno, může nastat. Ve chvíli, kdy dovolíme, aby dráhový integrál obsahoval singulární historie, singularity se mohou objevit kdekoli a ztrácíme jakoukoli předpověditelnost. Jestliže zákony fyziky neplatí v singularitách, mohou selhat kdekoli.

Ve vědecké teorii musí fyzikální zákony platit všude, včetně počátku vesmíru. Lze to považovat za úspěch principů demokracie: Proč by měl mít počátek vesmíru výjimku ze zákonů, které platí v ostatních bodech? Pokud si jsou všechny body rovny, nemůžeme dovolit některým z nich být rovnější.

Aplikování myšlenky, že zákony fyziky platí všude stejně, vede k tomu, že v dráhovém integrálu by se mělo integrovat pouze přes nesingulární metriky. Víme, že pro běžný dráhový integrál je míra koncentrována na nediferencovatelných drahách. Ty jsou však zúplněním v jisté vhodné topologii množiny hladkých drah s dobře definovanou akcí. Obdobně bychom očekávali, že dráhový integrál pro kvantovou gravitaci by měl probíhat přes zúplnění prostoru hladkých metrik. Dráhový integrál však nesmí zahrnout metriky se singularitami, které nemají definovanou akci.

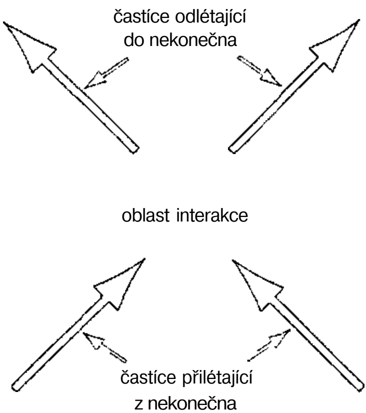
V případě černých děr jsme viděli, že dráhový integrál by měl probíhat přes euklidovské, tj. pozitivně definitní metriky. To mělo za následek, že singularity černých děr (jako např. singularita Schwarzschildova řešení) se v euklidovské metrice nezasahující pod horizont neobjevují. Namísto toho se horizont chová jako počátek polárních souřadnic. Akce euklidovské metriky je proto dobře definovaná. Tuto situaci lze považovat za kvantovou verzi principu kosmické cenzury: narušení struktury teorie na singularitách nesmí ovlivnit *žádné* fyzikální výsledky.

Zdá se tedy, že dráhový integrál pro kvantovou gravitaci by měl probíhat přes nesingulární euklidovské metriky. Ale jaké hraniční podmínky by tyto metriky měly splňovat? Máme dvě a právě dvě přirozené možnosti. První je, že se metriky vně kompaktní množiny přibližují k ploché euklidovské metrice. Druhou možností jsou metriky na kompaktních prostorech bez hranice.

Přirozené volby pro dráhový integrál v kvantové gravitaci

1. Asymptoticky ploché euklidovské metriky.
2. Kompaktní metriky bez hranice.

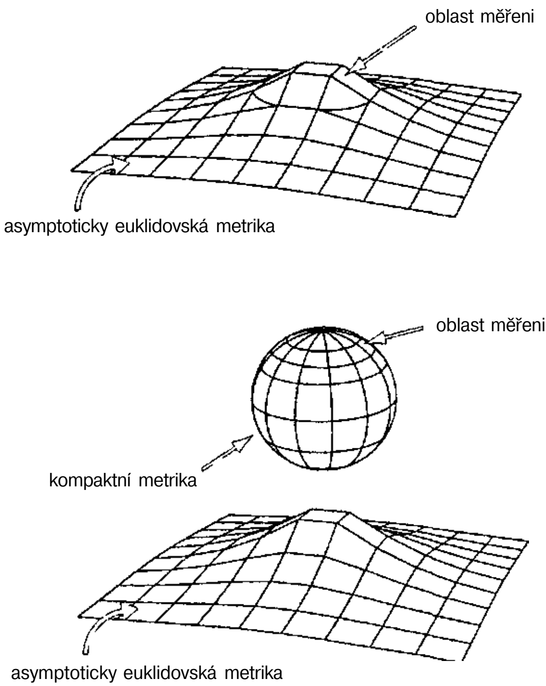
Třída asymptoticky plochých euklidovských metrik je evidentně vhodná pro popisy rozptylových experimentů (obr 51) V těchto experimentech se na sebe vystřelují z velkých vzdáleností částíce a měří se, co se do velkých vzdáleností opět vrátí Všechna měřeni jsou prováděna prakticky v nekonečnu, kde mamě plochou metriku pozadí a můžeme běžným způsobem interpretovat male fluktuace pole jakožto částíce Neptáme se, co se přesně děje uprostřed, v oblasti interakce Proto se užívá v rozptylových úlohách dráhový integrál přes všechny možné historie pro interakční oblast, tj přes všechny asymptoticky ploché euklidovské metriky



Obrázek 5 l Při rozptylových experimentech provádíme měřeni nalétávajících a rozptýlených částíc v nekonečnu, a proto chceme zkoumat asymptoticky ploché euklidovské metriky

Ale v kosmologii nás namísto pozorovaní v nekonečnu zajímají měření provedená v konečné oblasti My sami jsme součástí vesmíru, a ne nějací vnější pozorovatelé. Abychom pochopili důsledky tohoto rozdílu, předpokládejme nejdříve, že bychom v dráhovém integrálu integrovali přes všechny asymptoticky ploché euklidovské metriky Pak by se pravděpodobnosti pro výsledky měřeni v konečné oblasti skládaly z dvou příspěvků První by byl od souvislých asymptoticky plochých euklidovských metrik, druhý od nesouvislých metrik, které se skládají z kompaktního prostoročasu obsahujícího oblast měřeni a odděleného prostoročasu s asymptoticky plochou metrikou (obr 5.2) Nesouvislé metriky nemůžeme z dráhového integrálu vyloučit, jelikož mohou byt aproximovaný souvislými metrikami, ve kterých jsou jednotlivé komponenty propojeny tenkými trubicemi či červími dírami se zanedbatelnou akcí

Nesouvisle kompaktní časti prostoročasu neovlivni rozptylové výpočty, protože nejsou spojeny s nekonečnem, kde probíhají všechna měření Ovlivní ale kosmologická měření, která probíhají v konečných oblastech Dokonce příspěvek od nesouvislých metrik bude značně převyšovat nad příspěvkem od souvislých asymptoticky plochých euklidovských metrik I když tedy budeme provádět kosmologický dráhový integrál přes všechny asymptoticky ploché euklidovské metriky, výsledek bude skoro stejný, jako když budeme integrovat přes všechny kompaktní metriky Zdá se proto mnohem přirozenější, že v kosmologii bude dráhový integrál probíhat přes všechny kompaktní metriky bez hranice; což jsme navrhli spolu s Jimem Hartlem v roce 1983 (Hartle a Hawking 1983).



Obrázek 5 2 Kosmologická pozorovaní jsou prováděna v konečné oblasti, a proto musíme vzít v úvahu dva typy asymptoticky plochých euklidovských metrik souvisle (nahoře) a nesouvisle (dole)

Hypotéza „bez hranic" (Hartleho-Hawkingovy „no-boundary" okrajové podmínky)

V kosmologii se má v dráhovém integrálu integrovat přes všechny kompaktní euklidovské metriky.

Tuto hypotézu bychom mohli parafrázovat: „Hraniční podmínkou vesmíru je, že vesmír nemá žádnou hranici."

Ve zbytku této přednášky bych chtěl ukázat, že podle všech indicií tato hypotéza „bez hranic" vysvětluje vesmír, ve kterém žijeme; to znamená isotropní homogenní rozpínající se vesmír s malými perturbacemi. Spektrum a statistiku těchto perturbací umíme pozorovat skrze fluktuace v mikrovlnném reliktním záření. Známé výsledky prozatím souhlasí s předpověďmi hypotézy „bez hranic". Další rozšíření pozorování reliktního záření na menší úhlová měřítka bude skutečným testem hypotézy „bez hranic" a celého programu euklidovské kvantové gravitace.

Abychom mohli hypotézu „bez hranic" použít pro předpovědi, bude výhodné zavést pojem, který popíše stav vesmíru v jednom čase. Zkoumejme pravděpodobnost, že prostoročas M obsahuje vnořený třídimenzionální prostor Σ s indukovanou metrikou $h,_r$ Ta je daná dráhovým integrálem přes všechny metriky g_{ab} na M, které indukují $h,_j$ na Σ.

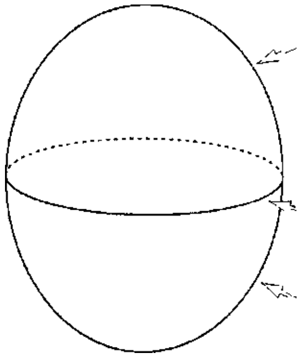
$$\text{Pravděpodobnost indukování metriky } h_{ij} \text{ na ploše } \Sigma = \int\limits_{\substack{\text{metriky na } M^+ \\ \text{indukující } h_{ij} \text{ na } \Sigma}} d[g]\, e^{-I}.$$

Pokud je M jednoduše souvislá, což budu dále předpokládat, plocha Σ rozdělí M na dvě části M^+ a M~ (obr. 5.3). V tomto případě může být pravděpodobnost indukování metriky h_{ij} na Σ faktorizována. Bude rovna součinu dvou vlnových funkcí Ψ^+ a Ψ~. Ty jsou dány dráhovým integrálem přes všechny metriky na M^+, resp. *Mr,* které indukují zadanou třídimenzionální metriku *h,j* na Σ.

Pravděpodobnost $/i_y = \Psi^+(/\zeta_{,;})\ \chi\ \psi\text{-}(/\zeta_{,,})$,

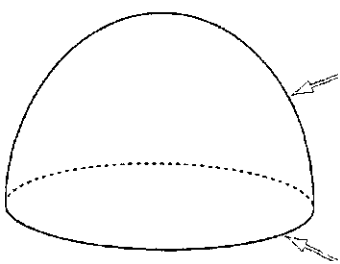
$$\Psi^+(h_{ij}) = \int\limits_{\substack{\text{metriky na } M^+ \\ \text{indukující } h_{ij} \text{ na } \Sigma}} d[g]\, e^{-I}$$

Ve většině případů budou tyto dvě vlnové funkce stejné a v dalším vynechám indexy + a -. Ψ se nazývá vlnová funkce vesmíru. Pokud jsou přítomna i látková pole φ, vlnová funkce bude též záviset na jejich hodnotách φ_0 na Σ. Nebude však explicitně záviset



Obrázek 5.3 Plocha Σ rozděluje kompaktní jednoduše souvislý kompaktní prostor M na dvě části M^+ a M".

na čase, jelikož v uzavřeném vesmíru není žádná preferovaná časová souřadnice. Podle hypotézy „bez hranic" je vlnová funkce vesmíru daná dráhovým integrálem přes pole na kompaktním prostoru M^+, jehož jediná hranice je plocha Σ (obr. 5.4). Integrování probíhá přes všechny metriky a látková pole na M^+, které souhlasí s metrikou h_{tj} a polem φ_0 na Σ.



Obrázek 5.4 Vlnová funkce je dána dráhovým integrálem přes metriky na M^+

Polohu plochy Σ lze popsat pomocí funkce τ tří souřadnic *x*, na Σ. Ale vlnová funkce definovaná dráhovým integrálem nemůže záviset na τ nebo na volbě souřadnic *x*,. Důsledkem je, že vlnová funkce Ψ musí splňovat čtyři funkcionální diferenciální rovnice. Tri z nich se nazývají *impulsové vazby.*

Impulsové vazby

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial h_{ij}}\right)_{|} = 0$$

Ty vyjadřují skutečnost, že vlnová funkce by měla být stejná pro různé třídimenzionální metriky h_{ij}, které mohou byt obdrženy jedna z druhé zrněnou souřadnic x, Čtvrtá rovnice se nazývá *Wheelerova-DeWittova rovnice.*

Wheelerova–DeWittova rovnice

$$\left(G_{ijkl}\frac{\partial^2}{\partial h_{ij}\partial h_{kl}} - h^{\frac{1}{2}}\,{}^3R\right)\Psi = 0$$

Ta odpovídá nezávislosti vlnové funkce na τ Lze ji pokládat za Schrodingerovu rovnici vesmíru. Neobsahuje však člen s časovou derivací, jelikož vlnová funkce explicitně nezávisí na čase

K odhadnutí vlnové funkce vesmíru můžeme, stejně jako v případě černých děr, aproximovat dráhový integrál pomocí metody sedlového bodu. Nejdříve se nalezne euklidovská metrika g_0 na prostoru M^+, která splňuje rovnice pole a indukuje metriku h_{ij} na hranici Σ Pak se rozvine akce do poruchové řady okolo podkladové metriky g_0

$$I[g] = I[g_0] + \frac{1}{2}\delta g\, I_2\, \delta g + \dots$$

Stejně jako dříve lineární člen v rozvoji vymizí Kvadratický člen může být považován za příspěvek gravitonů na daném pozadí a členy vyššího řádu za interakci mezi gravitony Ty mohou být zanedbány, pokud je poloměr křivosti podkladové metriky dostatečně velký ve srovnaní s planckovskymi škálami Pak

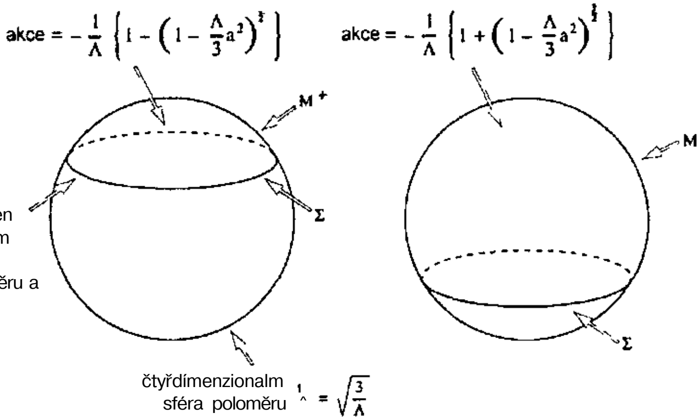
$$\Psi \approx \frac{1}{\left(\det I_2\right)} e^{-I[g_0]}$$

Na jednoduchém příkladě si můžeme ukázat, jak taková vlnová funkce vypadá Podívejme se na situaci, kdy nejsou přítomna žádna látková pole, ale mamě kladnou kosmologickou konstantu Λ

Vezměme za plochu Σ třídimenzionální sféru a za metriku /; homogenní sférickou metriku o poloměru *a* Za prostor M^+ ohraničeny plochou Σ pak můžeme vzít čtyřdímenzionalm kouli Metrikou splňující rovnice pole je metrika časti čtyřdímenzionalm sféry o poloměru -^, kde H^2 - —- Její akce je·

$$I = \frac{1}{16\pi}\int (R - 2\Lambda)(-g)^{\frac{1}{2}}\, d^4x + \frac{1}{8\pi}\int K(\pm h)^{\frac{1}{2}}\, d^3x$$

Pro třídimenzionální sféru Σ s poloměrem menším než -^- máme dvě přípustná euklidovská řešení· M^+ může byt buď menší, nebo větší než polosféra (obr 5.5) Existují však argumenty pro to, že máme zvolit řešeni menši než polosféra.

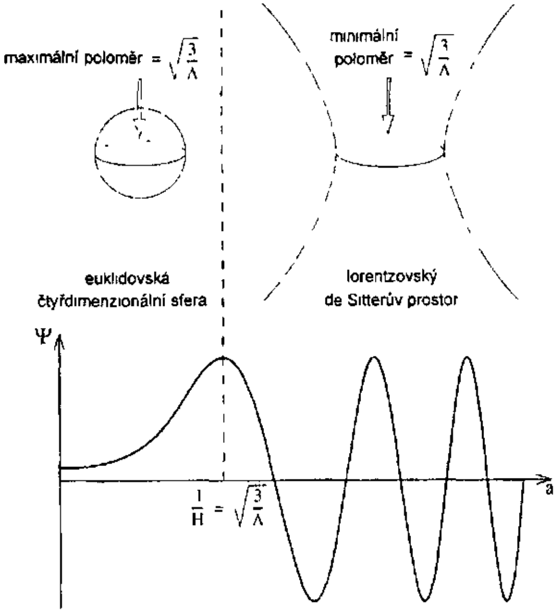


Obrázek 5 5 Dvě možná euklidovská řešeni M^+ s hranici Σ a hodnoty jejich akci

Další obrázek (obr. 5 6) ukazuje příspěvek k vlnové funkci od akce metriky g_0 Pokud je poloměr sféry Σ menší než *jj-,* vlnová funkce roste exponenciálně jako $e^{\prime\prime 2}$ Pokud je poloměr α větši než *jj-,* můžeme výsledek obdržet analytickým prodloužením výsledku pro malá α Dostaneme, že vlnová funkce velmi rychle osciluje

Tuto vlnovou funkci můžeme interpretovat následovně Maximálně symetrické řešení s reálným časem Einsteinových rovnic Λ-členem je de Sitterův prostor Ten může byt vnořen jako hyperboloid do pětidimenzionálního Mmkowského prostoru (viz rámeček 5 A) Lze si ho představit jako uzavřený vesmír smršťující se z nekonečné počáteční velikosti na minimální poloměr a pak se opět exponenciálně rozpínající Metrika může být zapsaná ve formě metriky

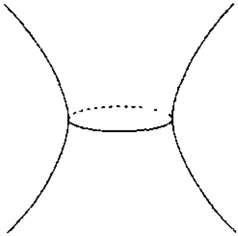
Friedmannova vesmíru s časovou závislostí poloměru cosh(Hř). Položíme-li τ= *it,* změní se cosh na cos a dostaneme euklidovskou metriku na čtyřdimenzionální sféře o poloměru -—- *(viz* rámeček 5.B). To nás přivádí na myšlenku, že vlnová funkce měnící se exponenciálně v závislosti na třídimenzionální metrice $h,_f$ odpovídá euklidovské metrice s imaginárním časem. Na druhou stranu, rychle oscilující vlnová funkce odpovídá lorentzovské metrice s reálným časem.



Obrázek 5.6 Vlnová funkce jako funkce poloměru sféry Σ.

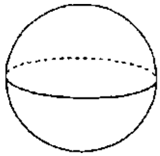
5.A Lorentzovská de Sitterova metrika

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{1}{H^2}\cosh Ht\left(dr^2 + \sin^2 r(d\,\theta^2 + \sin^2\theta\, d\,\phi^2)\right)$$

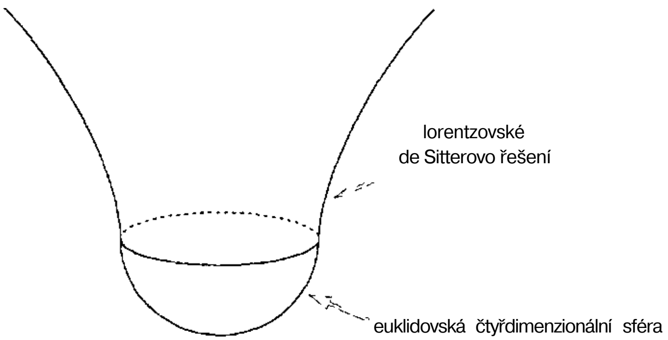


5.B Euklidovská de Sitterova metrika

$$ds^2 = d\tau^2 + \frac{1}{H^2}\cos H\tau \left(dr^2 + \sin^2 r(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2)\right)$$



Obdobně jako se tvoří páry černých děr, můžeme popsat spontánní tvoření exponenciálně se rozpínajícího vesmíru. V tomto případě je potřeba spojit spodní polovinu euklidovské čtyřdimenzionální sféry s horní polovinou lorentzovského hyperboloidu (obr. 5.7). Na rozdíl od tvorby černých děr nelze o de Sitterově vesmíru říci, že by byl vytvořen z energie pole v již existujícím prostoru. De Sitterův vesmír je vytvořen doslova z ničeho: ne z nějakého vakua, ale z absolutní a úplné nicoty. Vně vesmíru není totiž vůbec nic. V euklidovském režimu je de Sitterův prostor obyčejný uzavřený prostor obdobně jako povrch Země, pouze s dvěma dimenzemi navíc. Pokud je kosmologická konstanta dostatečně malá ve srovnání s planckovskou hodnotou, křivost euklidovské čtyřdimenzionální sféry by měla být též malá. To znamená, že aproximace sedlového bodu by měla být dostatečně dobrá a výpočet vlnové funkce vesmíru nebude příliš ovlivněn naší neznalostí toho, co se děje při velmi velkých křivostech.



Obrázek 5.7 Tunelování, které vytváří rozpínající se vesmír, popsané spojením poloviny euklidovského a poloviny lorentzovského řešení.

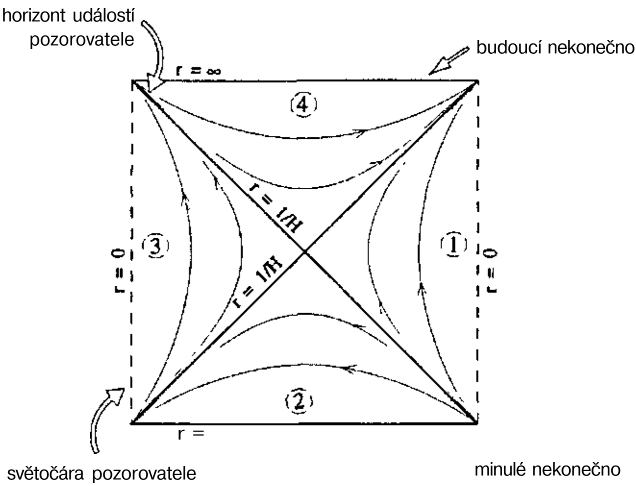
Rovnice pole mohou být vyřešeny též pro jinou metriku na hranici, než pro přesně homogenní sférickou metriku. Pro poloměr třídimenzionální sféry menší než -^- je řešením reálná euklidovská metrika. Akce bude reálná a vlnová funkce bude exponenciálně utlumená ve srovnání s homogenní sférickou metrikou stejného objemu. Pro poloměr třídimenzionální sféry větší než kritický poloměr budou existovat dvě komplexně sdružená řešení a vlnová funkce bude rychle oscilovat s malými změnami v metrice h_{ij}.

Všechna kosmologická měření mohou být zformulovaná pomocí vlnové funkce. Hypotéza „bez hranic" tak dělá z kosmologie opravdovou vědu, jelikož v ní již lze předpovědět výsledky všech pozorování. Případ bez látkových polí a s kosmologickou konstantou, který jsme právě zkoumali, neodpovídá vesmíru, ve kterém žijeme. Přesto je to užitečný příklad jak proto, že se jedná o jednoduchý model, který lze vyřešit dostatečně explicitně, tak proto, že, jak uvidíme, odpovídá raným etapám vývoje vesmíru.

Ačkoli to není zřejmé z vlnové funkce, de Sitterův vesmír má termální vlastnosti podobné vlastnostem černých děr, což lze ukázat, pokud napíšeme de Sitterovu metriku ve statické formě podobné Schwarzschildovu řešení (viz rámeček 5.C).

5.C Statická forma de Sitterovy metriky

$$ds^2 = -\left(1 - H^2r^2\right)dt^2 + \left(1 - H^2r^2\right)^{-1}dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2\right)$$



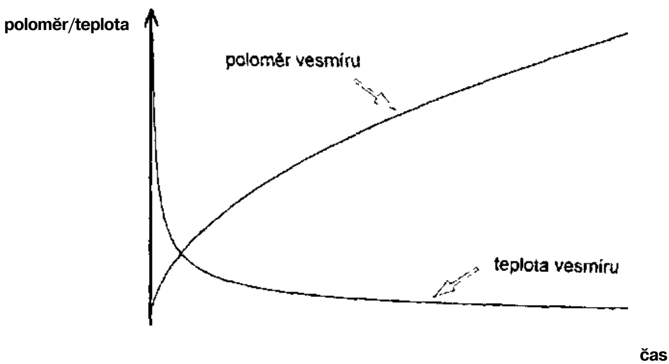
Pro γ- -JÍ- nacházíme zdánlivou singularitu, jež však může být, stejně jako u Schwarzschildova řešení, odstraněna souřadnicovou transformací a odpovídá poloze horizontu událostí. To lze vyčíst z Carterova-Penroseova diagramu, který vypadá jako čtverec. Tečkovaná svislá čára nalevo znázorňuje střed sférické symetrie, pro který je poloměr r dvoudimenzionálních sfér nulový. Další střed sférické symetrie je znázorněn tečkovanou svislou čarou napravo. Vodorovné čáry dole a nahoře odpovídají minulému a budoucímu nekonečnu, která jsou v tomto případě prostorupodobná. Úhlopříčka z horního levého do dolního pravého rohu je hranicí kauzální minulosti pozorovatele v levém středu symetrie. Proto může být nazývána horizontem událostí. Ale pozorovatel, jehož světočára skončí v jiném místě budoucího nekonečna, bude mít jiný horizont událostí. Horizonty událostí mají tak v de Sitterově prostoru subjektivní povahu.

Pokud se vrátíme k statické formě de Sitterovy metriky a položíme $\tau = it$, dostaneme euklidovskou metriku. Na horizontu se nachází zdánlivá singularita. Zvolením nové radiální souřadnice a identifikací souřadnice τ s periodou -£- však dostaneme regulární euklidovskou metriku, a to přímo metriku čtyřdimenzionální sféry. Jelikož imaginární časová souřadnice je periodická, de Sitterův prostor a všechna kvantová pole v něm se budou chovat, jako kdyby měla teplotu —. Jak uvidíme, důsledky této teploty můžeme pozorovat ve fluktuacích reliktního záření. Na zkoumání akce euklidovského de Sitterova řešení můžeme též použít argumenty podobné těm, které jsme použili v případě černých děr. Nalezneme, že de Sitterovo řešení má vlastní entropii^-, což je čtvrtina velikosti povrchu horizontu událostí. Tato entropie opět vzniká z topologických důvodů: Eulerovo číslo čtyřdimenzionální sféry je rovno dvěma. To znamená, že v euklidovském de Sitterově prostoru nemůže být zvolena globální časová souřadnice. Tuto kosmologickou entropii můžeme interpretovat jako odraz pozorovatelovy neznalosti vesmíru za jeho horizontem událostí.

Euklidovská metrika periodická s periodou —

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{teplota} = \dfrac{H}{2\pi} \\ \text{plocha horizontu událostí} = \dfrac{4\pi}{H^2} \\ \text{entropie} = \dfrac{\pi}{H^2} \end{cases}$$

De Sitterův prostor není dobrý model pro vesmír, ve kterém žijeme, jelikož je prázdný a rozpíná se exponenciálně rychle. My pozorujeme, že vesmír obsahuje hmotu, a z reliktního záření a množství lehkých prvků vyvozujeme, že v minulosti musel být mnohem teplejší a hustší. Nejjednodušší model konzistentní s našimi pozorováními se nazývá model horkého velkého třesku (obr. 5.8). Podle tohoto scénáře vesmír započal v singularitě naplněn zářením nekonečné teploty. Jak se rozpínal, záření se ochlazovalo a hustota energie klesala. Nakonec hustota energie záření poklesla pod hustotu nerelativistické hmoty a rozpínání začalo být dominováno látkou. Dodnes však můžeme pozorovat zbytky záření jako reliktní záření o teplotě zhruba 3 K nad absolutní nulou.



Obrázek 5.8 Poloměr a teplota vesmíru jako funkce času v modelu horkého velkého třesku.

Problém modelu horkého velkého třesku je stejný, jako problém jakékoli kosmologie, která nemá teorii počátečních podmínek: nemá žádnou předpovědní sílu. Vzhledem k tomu, že obecná teorie relativity selhává na singularitách, z velkého třesku může vyletět cokoliv. Proč je tedy vesmír tak homogenní a isotropní na velkých měřítkách, a přitom má lokální nepravidelnosti, jako jsou galaxie a hvězdy? Proč je vesmír tak blízko k dělicí čáře mezi vesmírem, který se znovu smrští, a vesmírem, který se bude rozpínat donekonečna? K tomu, abychom byli k této hranici tak blízko, jak dnes jsme, musela být rychlost rozpínání v počáteční fázi zvolena fantasticky přesně. Kdyby byla rychlost rozpínání jednu sekundu po velkém třesku jen o desetimiliardtinu menší, vesmír by zkolaboval po několika miliónech letech. Pokud by byla jen o jednu desetimiliardtinu větší, vesmír by byl po několika miliónech letech v podstatě prázdný. Ani v jednom případě by nebyl dostatek času ke vzniku života. A tak se buď musíme odvolat na antropický princip, nebo nalézt nějaké fyzikální vysvětlení toho, že vesmír je takový, jaký je.

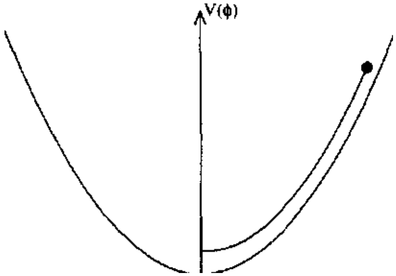
Model horkého velkého třesku nevysvětluje tato fakta:

1. Vesmír je skoro homogenní a isotropní, ale s malými poruchami.
2. Vesmír se rozpíná, a to s rychlostí téměř přesně takovou aby se vyhnul zpětnému kolapsu.

Někteří lidé tvrdí, že tzv. *inflace* nás zbavuje potřeby teorie počátečních podmínek. Úvaha je založena na tom, že by vesmír mohl začít ve velkém třesku skoro v jakémkoli stavu. V těch částech vesmíru, ve kterých by byly vhodné podmínky, by nastalo období exponenciálně rychlého rozpínání, nazývané inflace. Inflace by nejen zvětšila velikost takové oblasti obrovským faktorem 10^{30} či více, ale zanechala by též oblast homogenní a isotropní a rozpínající se přesně kritickou rychlostí, při které se vyhne následném kolapsu. Pak přichází na řadu tvrzení, že inteligentní život by se vyvinul pouze v oblastech, jež prošly fází inflace. Neměli bychom být proto překvapeni, že naše oblast je homogenní a isotropní a rozpíná se přesně kritickou rychlostí.

Inflace sama o sobě však nemůže vysvětlit současný stav vesmíru. To pochopíme, pokud vezmeme libovolný současný stav vesmíru a vyvineme jej zpět v čase. Za předpokladu, že obsahuje dostatek hmoty, věty o singularitách zaručují, že v minulosti musí být přítomna singularita. Nyní můžeme zvolit počáteční podmínky vesmíru při velkém třesku shodné s počátečními podmínkami tohoto modelu. Tímto způsobem můžeme ukázat, že potenciální možnost libovolných počátečních podmínek při velkém třesku vede k realizovatelnosti jakéhokoli stavu v současnosti. Nelze ani argumentovat, že většina počátečních stavů vede ke stavu, jaký dnes pozorujeme: přirozená míra jak počátečních podmínek, které vedou k vesmíru podobnému našemu, tak podmínek, které nevedou, je nekonečná. Nelze tedy tvrdit, že jedna je větší než druhá.

Na druhé straně jsme viděli, že v případě gravitace s kosmologickou konstantou a bez látkových polí vedla hypotéza „bez hranic" k vesmíru předpověditelnému v rámci kvantové teorie. Tento model sice nepopisoval vesmír, ve kterém žijeme, vesmír plný hmoty a s nulovou nebo velmi malou kosmologickou konstantou. Ale vyloučením kosmologické konstanty a zahrnutím látkových polí můžeme dostat realističtější model. Konkrétně se zdá, že je potřeba přidat skalární pole *s* potenciálem $V(\varphi)$. Budu předpokládat, že potenciál V nabývá minimální hodnoty nula pro φ = O. Jednoduchým příkladem je hmotné pole, pro které $V = {}^{\prime}\text{-}\iota\eta^2\varphi^2$ (obr. 5.9).



Obrázek 5.9 Potenciál hmotného skalárního pole.

Tenzor energie-hybnosti skalárního pole

$$T_{ab} = \phi_{,a}\phi_{,b} - \frac{1}{2} g_{ab}\phi_{,c}\phi^{,c} - g_{ab}V(\phi)$$

Z tenzoru energie-hybnosti můžeme vidět, že jestliže je gradient φ malý, tak $Y(\varphi)$ se chová jako efektivní kosmologická konstanta.

Vlnová funkce bude nyní záviset jak na hodnotě $\hat{}_0$ pole φ na ploše Σ, tak na indukované metrice $h,_r$ Rovnice pole lze vyřešit pro malou homogenní třídimenzionální sférickou metriku a velké hodnoty φ_0. Řešení s těmito okrajovými podmínkami je přibližně část čtyřdimenzionální sféry a téměř konstantní pole $\varphi_{\ddot{v}}$. To se podobá de Sitterovu řešení, přičemž potenciál $V(\varphi)$ hraje roli kosmologické konstanty. Podobně, pokud je poloměr a třídimenzionální sféry o trochu větší než poloměr euklidovské čtyřdimenzionální sféry, budou existovat dvě komplexně sdružená řešení. Dohromady dostaneme polovinu euklidovské čtyřdimenzionální sféry napojenou na lorentzovské de Sitterovo řešení se skoro konstantním φ. Hypotéza „bez hranic" tak v tomto modelu, obdobně de Sitterovu případu, předpovídá spontánní vytvoření exponenciálně se rozpínajícího vesmíru.

Nyní budeme zkoumat další vývoj v tomto modelu. Na rozdíl od de Sitterova případu zde nebude trvat exponenciální rozpínání věčně. Skalární pole bude klesat do potenciálové jámy potenciálu V směrem k minimu φ-O. Pokud bude ale počáteční hodnota pole φ větší než planckovská hodnota, rychlost klesání bude malá ve srovnání s trváním rozpínání. Vesmír se tak rozepne skoro exponenciálně na mnohonásobnou velikost. Poté, co skalární pole klesne k hodnotám jednotkového řádu, začne oscilovat kolem $0 = 0$. Pro většinu potenciálů V budou oscilace velmi rychlé ve srovnání s dobou rozpínání. Obvykle se předpokládá, že se energie těchto oscilací přemění na páry jiných částic a ohřeje vesmír. To však závisí na předpokladu o směru času, k němuž se brzy vrátím.

Mnohonásobná exponenciální expanze by zanechala vesmír se skoro přesně kritickou rychlostí rozpínání. Hypotéza „bez hranic" tak může vysvětlit, proč se ještě vesmír rozpíná skoro kritickou rychlostí. Abychom zjistili, co předpovídá pro homogenitu a isotropii vesmíru, musíme zkoumat třídimenzionální metriky H_ψ které jsou perturbací homogenní sférické metriky. Takové metriky lze rozvinout ve sférické harmoniky. Existují tři druhy sférických harmonik: skalární, vektorové a tenzorové harmoniky. Vektorové harmoniky odpovídají pouhé relativní změně souřadnic x, na posloupnosti třídimenzionálních sfér a nehrají žádnou dynamickou roli. Tenzorové harmoniky odpovídají gravitačním vlnám v rozpínajícím se vesmíru, zatímco skalární harmoniky odpovídají částečně souřadnicové svobodě a částečně perturbacím hustoty.

Tenzorové harmoniky - gravitační vlny

Vektorové harmoniky - kalibrace

Skalární harmoniky - perturbace hustoty

Vlnovou funkci Ψ lze napsat jako součin vlnové funkce T_0 homogenní třídimenzionální sférické metriky o poloměru a krát vlnové funkce koeficientů harmonik:

$$\Psi[h_{ij}, \phi_0] = \Psi_0(a, \bar{\phi})\, \Psi_a(a_n)\, \Psi_b(b_n)\, \Psi_c(c_n)\, \Psi_d(d_n).$$

Nyní můžeme rozvinout Wheelerovu-DeWittovu rovnici pro vlnovou funkci do všech řádů v poloměru a a středních hodnotách pole φ, ale jen do prvního řádu v perturbacích. Dostaneme sérii Schródingerových rovnic pro rychlost změn poruchových vlnových funkcí v závislosti na časové souřadnici neperturbované metriky.

Schrodingerovy rovnice

$$i\frac{\partial\Psi(d_n)}{\partial t} = \frac{1}{2a^3}\left(-\frac{\partial^2}{\partial d_n^2} + n^2 d_n^2 a^4\right)\Psi(d_n),\ \text{atd.}$$

Počáteční podmínky pro poruchové vlnové funkce můžeme dostat z podmínky „bez hranic". Je potřeba pouze vyřešit rovnice pole pro malou, ale lehce deformovanou třídimenzionální sféru. Tím dostaneme poruchovou vlnovou funkci ve fázi exponenciálního rozpínání. Tu pak lze dále vyvinout použitím Schrodingerovy rovnice.

Nejsnadněji obdržíme řešení pro tenzorové harmoniky, které odpovídají gravitačním vlnám. Ty neobsahují žádné kalibrační stupně volnosti a neinteragují přímo s perturbacemi hmoty. Pro nalezení počáteční vlnové funkce koeficientů d_n tenzorových harmonik v rozvoji perturbované metriky můžeme použít podmínku „bez hranic". Nalezneme, že se jedná o základní stav vlnové funkce harmonického oscilátoru s frekvencí gravitační vlny.

Základní stav

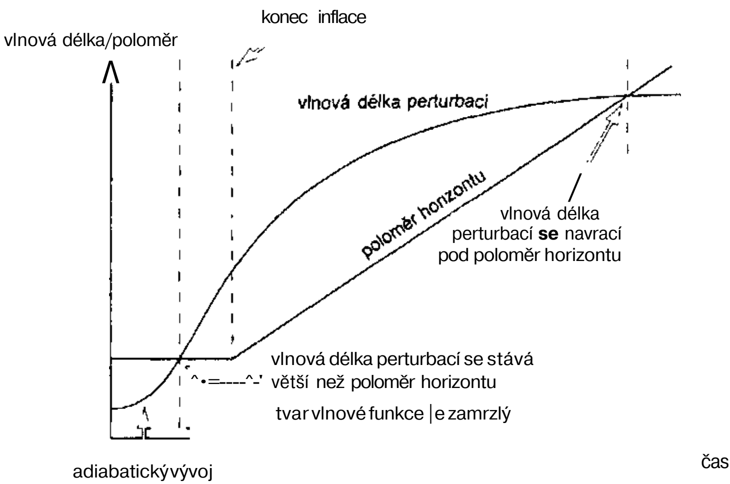
$$\Psi(d_n) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}na^2d_n^2\right) = e^{-\frac{1}{2}\omega x^2},$$

$$\text{kde } x = a^{\frac{3}{2}}d_n \ \text{ a } \ \omega = \frac{n}{a}.$$

Spolu s expanzí vesmíru bude tato frekvence klesat. Dokud bude frekvence větší než rychlost rozpínání, Schródingerova rovnice dovolí adiabatickou relaxaci vlnové funkce a příslušný mód zůstane ve svém základním stavu. V jednu chvíli však frekvence poklesne pod rychlost rozpínání, jež je během exponenciální expanze zhruba konstantní. Když toto nastane, Schródingerova rovnice nebude již schopna měnit vlnovou funkci dostatečně rychle, aby ta i nadále zůstávala při poklesu frekvence ve svém základním stavu. Namísto toho po poklesu frekvence pod rychlost rozpínání tvar vlnové funkce zamrzne.

Po skončení éry exponenciální expanze bude rychlost rozpínání klesat rychleji než frekvence módu. Ekvivalentně můžeme říci, že velikost pozorovatelova horizontu událostí, která je dána převrácenou hodnotou rychlosti rozpínání, roste rychleji než vlnová délka módu. Během inflační periody se tak vlnová délka zvětší nad velikost horizontu a po skončení inflace, v průběhu dalšího vývoje se zmenší zpátky pod horizont (obr. 5.10). Když k tomu dojde, vlnová funkce bude stále stejná jako v okamžiku, kdy její tvar zamrzl. Její frekvence však bude mnohem menší. Vlnová funkce bude proto odpovídat vysoce excitovanému stavu namísto původního základního stavu v okamžiku jejího zamrznutí. Tyto kvantové excitace módů gravitačních vln vyprodukují úhlové fluktuace v reliktním záření, jejichž amplituda je rovna rychlosti expanze (v planckovských jednotkách) v okamžiku zamrznutí vlnové funkce. V experimentu COBE byly pozorovány fluktuace v reliktním záření řádu 10^{-5}, což dává horní omezení na hustotu energie v okamžiku zamrznutí vlnové funkce zhruba $10^{-\pi}$ v planckovských jednotkách. Tato hodnota je dostatečně nízká, aby použité přiblížení bylo přesné.

Tenzorové harmoniky gravitačních vln však dávají pouze horní omezení na hustotu v okamžiku zamrznutí. Ukazuje se totiž, že



Obrázek 510 Vlnová délka a velikost horizontu jako funkce času během období inflace.

skalární harmoniky způsobuji ještě \etsi fluktuace reliktního záreni Třídimenzionální metrika /i,; obsahuje dva skalární stupně volnosti a skalární pole jeden Dva z těchto stupňů volnosti však odpovídají libovůli ve volbě souřadnic Mamě tedy pouze jeden fyzikální skalární stupen volnosti a ten odpovídá perturbacím hustoty

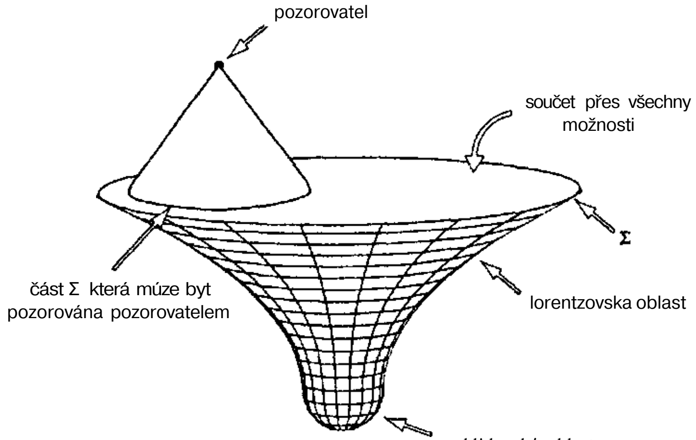
Pokud použijeme jistou speciální volbu souřadnic pro období před zmrazením vlnové funkce a jinou pro období následné, bude analýza skalárních perturbaci velmi podobna analýze tenzorových harmonik Při přechodu z jednoho souřadnicového systému do druhého budou amplitudy vynásobeny faktorem rovným rychlosti expanze dělené průměrnou rychlosti změny φ Tento faktor bude záviset na sklonu potenciálu, ale pro rozumné potenciály bude roven alespoň deseti To znamená, že fluktuace v re liktmm zářeni způsobené perturbaci hustoty budou nejméně desetkrát větši než fluktuace způsobené gravitačními vlnami Proto je horní omezeni pro hustotu energie v okamžiku zamrznuti vlnové funkce pouze 10 ^{12} Planckovy hustoty To je bez problémů v rozsahu platnosti přiblíženi, které jsem zde používal Zda *se* tedy, že nepotřebujeme teorii strun ani pro vysvětleni počátku vesmíru

Spektrum fluktuaci při různých uhlových rozlišeních souhlasí, v rámci přesnosti současných pozorovaní, s předpovědi, že má byt invariantní vůči přeškalovani Velikost perturbaci hustoty je pravě taková, aby vysvětlila tvorbu galaxii a struktur ve vesmíru, včetně malých nehomogenit, jako jsme my samotni

COBE pozorovaní a perturbace způsobené gravitačními vlnami	~~^	horní omezeni na hustotu energie 10 Planckovy hustoty
plus perturbace hustoty	=>	horní omezeni na hustotu energie 10 ^{12} Planckovy hustoty
vlastni gravitační teplota raného vesmíru		10 Planckovy teploty 10 stupňů

Perturbace reliktního zářeni můžeme chápat jako důsledek tepelných fluktuaci skalárního pole φ Inflační fáze, diky tomu, že je přibližně periodická v imaginárním čase, má teplotu rovnou rychlosti rozpínaní dělenou 2π Proto vlastně nepotřebujeme nalézt malou pnmordialm černou díru již pozorujeme vlastni gravitační teplotu okolo 1O^{26} stupňů neboli 10~^{6} Planckovy teploty

A co vlastni gravitační entropie asociovaná s kosmologickým horizontem události[7] Můžeme ji pozorovat[7] Myslím si, ze můžeme Domnívám se, ze je dokumentovaná skutečnosti, ze objekty jako galaxie *a* hvězdy mají klasickou povahu, přestože byly vytvořeny z kvantových fluktuaci Jestliže se díváme na vesmír na prostorupodobne ploše Σ, která protíná vesmír v jednom časovém okamžiku, pak ho popisujeme jedním kvantovým stavem charakterizovaným vlnovou funkci Ψ Avšak my nikdy nemůžeme pozorovat více než polovinu plochy Σ a nevíme absolutně nic o tom, co se děje vně našeho minulého světelného kužele To znamená, že při vypočtu pravděpodobnosti pozorovaní musíme přescitat přes všechny možnosti, které mohou nastat v té časti Σ, již nemůžeme pozorovat (obr 5 11) Důsledkem takovéhoto sčítaní je, že nepopisujeme naši pozorovatelnou část vesmíru jedním kvantovým stavem, ale tzv *smíšeným stavem,* statistickým souborem různých možnosti Tato dekoherence, jak je tento proces nazýván, je potřeba, aby se systém choval klasickým způsobem namísto kvantovým Normálně se považuje za příčinu dekoherence interakce s vnějším systémem (jako např s tepelnou lázni), který není měřen V případě vesmíru nemáme žádny vnější systém Ja se však domnívám, že příčinou pozorovaného klasického chovaní je skutečnost, že můžeme vidět pouze část vesmíru Mohli byste si myslet, že v pozdějších etapách vývoje budeme schopni pozorovat cely vesmír a že horizont události zmizí Ale není tomu tak

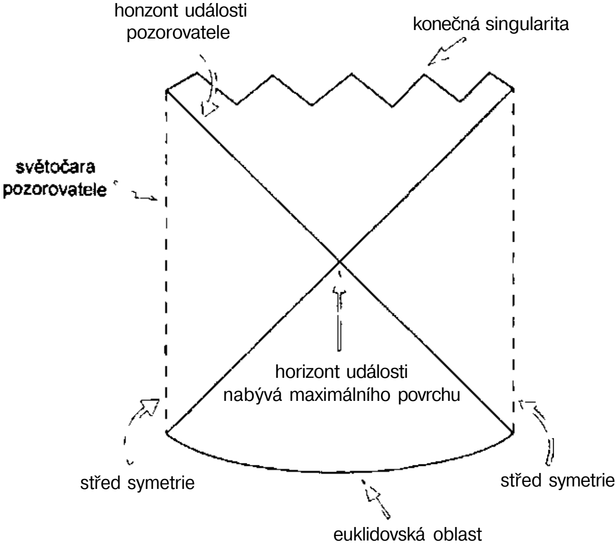


Obrázek 5 11 Pozorovatel muže vidět pouze část kterékoli plochy Σ

Z hypotézy „bez hranic" vyplývá, že vesmír je prostorově uzavřeny Uzavřeny vesmír se však zhroutí dříve, než by ho pozorovatel mohl zahlédnout celý Pokoušel jsem se ukázat, že entropie takovéhoto vesmíru by měla být čtvrtina plochy horizontu v okamžiku největšího rozepnutí (obr 5 12) V tento okamžik se však zda, že dostávám faktor -^- namísto -^- Evidentně jsem se buď vydal špatným směrem, nebo mi něco unika

Ve zbytku své přednášky se budu zabývat tématem, na které mamě s Rogerem velmi odlišné názory - otázkou směru času V naši části vesmíru je jasný rozdíl mezi směrem času do budoucnosti a do minulosti Stačí se podívat na film puštěný pozpátku, abychom si uvědomili tento rozdíl Místo šálků padajících se stolu a tříštících se na tisíce kousků uvidíme střepy spojující se v šálky, které pak vyskočí zpátky na stůl Kéž by tomu tak bylo ve skutečnosti[1]

Lokální zákony, podle kterých se fyzikální pole chovají, jsou časově symetrické, či přesněji CPT symetrické Pozorovaný rozdíl mezi minulostí a budoucností musí proto pocházet z okrajových podmínek vesmíru Předpokládejme, že vesmír je prostorově uzavřeny a že se rozpíná do své maximální velikosti a pak se opět smrští Jak Roger zdůraznil, vesmír se bude velmi lišit na opačných koncích své historie Na konci, který nazýváme počátek ves-

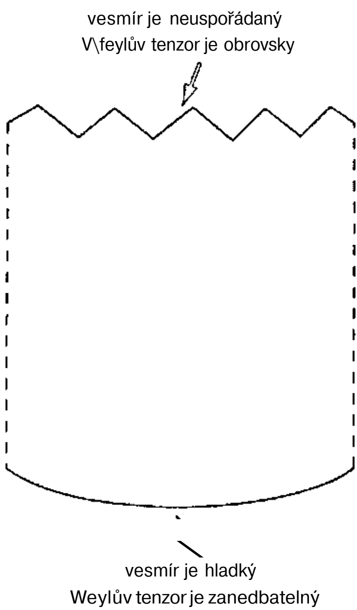


Obrázek 512 Vesmír se zhroutí do své konečné singularity dříve, než by ho pozorovatel mohl uvidět cely

míru, se /.dá hladký a pravidelný Když se ale opět zhroutí, očekáváme, že bude plny chaosu a nepravidelnosti Jelikož je mnohem více neuspořádaných konfigurací než těch uspořádaných, musely byt počáteční podmínky zvoleny s neuvěřitelnou přesnosti

Proto se zda, že oba konce musejí splňovat odlišné okrajové podmínky Roger navrhl, že Weylův tenzor by měl na jednom konci času vymizet a na druhém ne Weylův tenzor je ta část křivosti prostoročasu, která není skrze Einsteinovy rovnice lokálně určena rozložením hmoty Tato křivost by měla být malá v hladkých uspořádaných počátečních fázích, ale obrovská v kolabujícím vesmíru Tato hypotéza by tedy rozlišila oba konce času a mohla by vysvětlit směr časového toku (obr 513)

Mám pocit, že Rogerův návrh je weylovský ve více než jednom smyslu slova. Za prvé, není CPT invariantní Roger to považuje za klad. Já si ale myslím, že bychom neměli opouštět symetrie, dokud pro to nemáme opravdu vážný důvod. Pokusím se odůvodnit, že se nemusíme vzdát CPT symetrie Za druhé, pokud by byl Weylův tenzor v raném vesmíru přesně nulový, vesmír by musel být přesně homogenní a isotropní a musel by takový zůstat navždy. Rogerova hypotéza o Weylove křivosti nemůže vysvětlit ani



Obrázek 5 13 Hypotéza o Weylove tenzoru rozlišující dva opačné konce vesmíru fluktuace v reliktním zářeni, ani perturbace vedoucí k tvorbě galaxii a těles, jako jsme my samotni

Námitky proti hypnóze o Weylově tenzoru

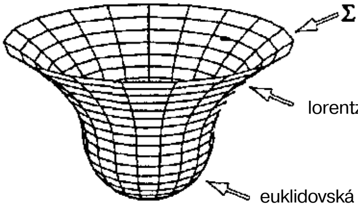
1 Není CPT invariantní
2 Weylův tenzor nemohl byt přesně nulový Nevysvětluje male fluktuace

Navzdory těmto námitkám si myslím, že Roger vyhmátl důležitý rozdíl mezi oběma konci času Ale skutečnost, že Weylův tenzor byl malý na jednom konci, by nemela byt požadovaná jako okrajová podmínka ad hoc, ale měla by byt vyvozena z fundamentálnějšího zákona - hypotézy „bez hranic" Ta má, jak jsme viděli, za následek, že perturbace zhruba poloviny euklidovské čtyrdimenzionalm sféry spojené s polovinou lorentzovskeho de Sitterova řešeni jsou ve svém základním stavu To znamená, že jsou tak male, jak jen mohou byt konzistentně s principem neurčitosti Z toho by pak vyplývala Rogerova podmínka na Weylův tenzor Weylův tenzor by nebyl nulový přesně, ale byl by tak malý, jak jen může byt

Nejdříve jsem si myslel, že argumenty založené na neexcitovanosti stavu perturbaci se mohou uplatnit na obou koncích cyklu expanze - kontrakce Vesmír by vznikl hladký a uspořádaný a během rozpínám by ztrácel svou uspořádanost a pravidelnost Myslel jsem si však, že by se pote, co se opět zmenši, mohl navrátit do hladkého a uspořádaného stavu To by znamenalo, že termodynamicky směr toku času by se během fáze smrštovani obrátil Šálky by se skládaly ze střepů a vyskakovaly na stůl Lide by mládli místo stárli a vesmír by se zmenšoval Nebylo by však k ničemu čekat na smrštovam vesmíru, a opět tak omladnout - trvalo by to příliš dlouho Pokud se ale směr času obraci, když se vesmír smrštuje, mohl by se též obracet uvnitř černých der Nedoporučoval bych ale skok do černé díry jako způsob, jak si prodloužit život

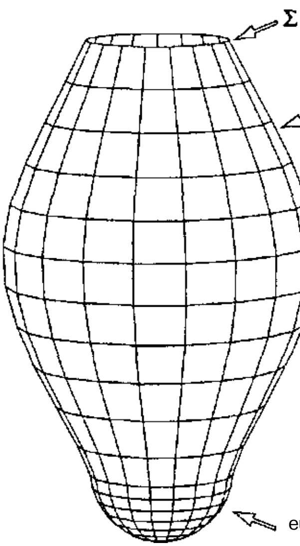
Napsal jsem článek, ve kterém jsem tvrdil, že se směr času obrati ve fázi smrštovam vesmíru Pote jsem však v diskusích s Donem Pagem a Raymondem Laflammem dospěl k názoru, že jsem se zde dopustil své největší chyby, či alespoň své největší chyby ve fyzice vesmír se nenavrátí během kolapsu do hladkého stavu To znamená, že se am směr toku času neobrati Bude směrovat stale stejným směrem jako během expanze

Čím *se* mohou oba konce času lišit[7] Proč by mely byt perturbace na jednom konci male, a na druhem ne[7] Příčinou je, ze existuji dvě možná komplexní řešeni rovnic pole, která mají za hranici malou třídimenzionální sféru Jedno jsem již popsal drive přibližně jedna polovina euklidovské ctyřdímenzionalm sféry spojena s malou časti lorentzovskeho de Sitterova řešeni (obr 514) Druhé



Obrázek 5 14 Polovina euklidovské ctyřdímenzionalm sféry spojena s malou lorentzovskou oblasti

možné řešeni se skládá ze stejné poloviny euklidovské sféry spojené s lorentzovskym řešením, které se rozepne do svého maximálního poloměru a pak smršti zpět na malý poloměr dané hranice (obr 5 15) Evidentně jedno řešeni odpovídá jednomu konci



Obrázek 515 Polovina euklidovské ctyřdímenzionalm sféry spojena s lorentzovskou oblasti která se rozpíná na maximální poloměr a pak znovu smrstuje

času a druhé druhému. Rozdíl mezi oběma konci vyplývá ze skutečnosti, že perturbace ve třídimenzionální metrice h_{ij} jsou silně utlumeny u prvního řešení s krátkým lorentzovským obdobím. Ale v případě řešení, které se rozpíná a opět smršťuje, mohou být perturbace velmi velké bez podstatnějšího utlumení. To vede k odlišnosti obou konců času, na kterou Roger upozornil. Na jednom konci byl vesmír velmi hladký a Weylův tenzor byl velmi malý. Nemohl být ale přesně nulový, protože to by odporovalo principu neurčitosti. Namísto toho existovaly malé fluktuace, z nichž vznikly galaxie a tělesa, jako jsme my. Naopak, vesmír by měl být velmi nepravidelný a chaotický na druhém konci času s typicky velkým Weylovým tenzorem. To by vysvětlovalo pozorovaný směr času a proč šálky padají se stolu a rozbíjejí se místo toho, aby se skládaly ze střepů a vyskakovaly na stůl.

Vzhledem k tomu, že se směr toku času neobrátí - a již přetahuji - měl bych svou přednášku ukončit. Zdůraznil jsem to, co považuji za dva nejpozoruhodnější aspekty prostoru a času, které jsem pochopil při svém výzkumu: (1) gravitace zakřivuje prostoročas tak, že ten má počátek a konec; (2) existuje hluboká spojitost mezi gravitací a termodynamikou, která vzniká díky tomu, že sama gravitace určuje topologii variety, na které působí.

Kladná křivost prostoročasu vytváří singularity, na kterých klasická obecná teorie relativity selhává. Kosmická cenzura nás může ochránit od singularit černých děr, ale singularitu velkého třesku vidíme v její plné nahotě. Klasická obecná teorie relativity nemůže předpovědět, jak vesmír započal. Ale kvantová obecná relativita spolu s hypotézou „bez hranic" předpovídají vesmír takový, jaký pozorujeme, a dokonce se zdá, že předpovídají pozorované spektrum fluktuací v reliktním záření. Avšak přestože kvantová teorie navrací predikční sílu, již klasická teorie ztratila, nedělá tak beze zbytku. Protože díky existenci černých děr a kosmologického horizontu nemůžeme vidět celý vesmír, naše pozorování jsou popsána směsí kvantových stavů namísto jednoho kvantového stavu. To má za následek novou úroveň nepředpověditelnosti, ale může to být i příčinou, proč se vesmír jeví jako klasický. Což by zachránilo Schrodingerovu kočku před osudem být napůl živá a napůl mrtvá.

Je docela úspěch nejdříve fyzice predikční schopnost odejmout a pak jí tuto schopnost opět navrátit, ale jen v omezeném rozsahu. Tím své líčení uzavírám.

KAPITOLA ŠESTÁ

TWISTOROVÝ POHLED NA PROSTOROČAS

R. *Penrose*

Dovolte mi začít několika poznámkami týkajícími se Stephenovy poslední přednášky.

- **Klasická povaha koček.** Stephen argumentoval, že díky nedostupnosti některých oblastí prostoročasu jsme nuceni použít popis pomocí matic hustoty. To však nepostačuje k vysvětlení klasické povahy pozorování v naší oblasti vesmíru. Matice hustoty odpovídající nalezení buď živé kočky (stav (živá)), nebo mrtvé kočky (stav (mrtvá)) je stejná, jako matice hustoty popisující směs dvou superpozic:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(\big|\text{živá}\big\rangle + \big|\text{mrtvá}\big\rangle\Big)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(\big|\text{živá}\big\rangle - \big|\text{mrtvá}\big\rangle\Big).$$

Proto samotná matice hustoty neříká, zda uvidíme živou, nebo mrtvou kočku, či jednu ze dvou superpozic. Jak jsem se pokoušel ukázat na konci své minulé přednášky, my potřebujeme něco lepšího.

Hypotéza nulové počáteční Weylovy křivosti (HWK). Jestli dobře rozumím Stephenovu pohledu, tak si myslím, že v tomto bodu není rozdíl mezi našimi názory příliš velký. Počáteční singularita má přibližně nulovou Weylovu křivost, kdežto konečná singularita ji má obrovskou. Stephen ukázal, že počáteční stav musí mít malé kvantové fluktuace, a upozornil, že požadavek přesného vymizení počáteční Weylovy křivosti není proto přijatelný. Nemyslím si, že by se zde jednalo o rozpor. Tvrzení, že je Weylova křivost na počáteční singularitě nulová, je tvrzení klasické a jistě máme určitou volnost v upřesnění znění hypotézy. Malé poruchy jsou pro mne přijatelné, roz-

hodně v kvantovém režimu. Potřebujeme jen něco, co by křivost omezilo na velmi malé hodnoty. V raném vesmíru lze očekávat i tepelné fluktuace v Ricciho tenzoru (díky vlivu hmoty) a je možné, že ty povedou k vytvoření černých děr o hmotnosti 10^6 M_5 zapříčiněnému Jeansovou nestabilitou. Okolí singularit těchto černých děr by pak mělo velkou Weylovu křivost; zde však jde spíše o singularity konečného typu namísto počátečních singularit, a je to tudíž v souhlasu s HWK.
Souhlasím se Stephenem, že HWK je „botanická", tj. fenomenologická, a ne vysvětlující. Potřebuje hlubší teorii, která by ji vysvětlila. Možná je Hartleho a Hawkingova hypotéza „bez hranic" (HBH) dobrým kandidátem pro charakteristiku struktury *počátečního* stavu. Ale mně se zdá, že potřebujeme něco zásadně jiného, pokud se potýkáme s *koncovým* stavem. Konkrétně, teorie vysvětlující strukturu singularit bude muset porušit T, PT, CT a CPT symetrie, aby mohla vést k něčemu jako HWK. Porušení časové symetrie by mohlo být velmi delikátní; mělo by být implicitně obsaženo v zákonech teorie, které současnou kvantovou teorii přesahují. Stephen argumentoval, že na základě dobře známé věty KTP bychom měli očekávat, že teorie bude CPT invariantní. Důkaz této věty však závisí na použití obvyklých pravidel KTP a pracuje s plochým prostoročasem. Myslím, že se Stephenem se shodneme, že druhý předpoklad neplatí. A já navíc věřím, že není splněn ani první.

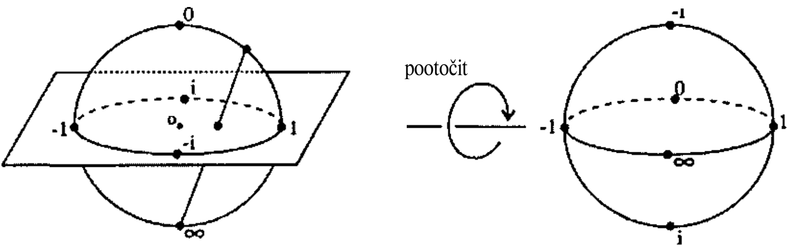
Navíc se mi zdá, že Stephenův přístup k HBH nevysvětluje neexistenci bílých děr. Jestli rozumím Stephenovi správně, tak z HBH plyne, že existují v podstatě dvě řešení: (A) v jednom perturbace rostou při vzdalování se od singularity a (B) v druhém vymizí. (A) odpovídá v podstatě velkému třesku, kdežto (B) popisuje singularity černých děr a velkého krachu. Směr toku času určený druhým zákonem termodynamiky běží od řešení (A) k řešení (B). Nevidím však, jak tato interpretace HBH vylučuje bílé díry typu (B).

Nezávisle na tom mám pochyby o „euklidizační proceduře". Stephenovy argumenty jsou založeny na skutečnosti, že můžeme slepit dohromady euklidovské a lorentzovské řešení. Existuje však jen velmi málo prostorů, ve kterých toto můžeme provést. Tato procedura totiž vyžaduje, aby oba prostory měly jak euklidovský, tak lorentzovský řez. Typický prostor má k tomu velmi daleko.

Co je skutečným základem metody euklidizace v KTP? KTP požaduje rozštěpení polních veličin na jejich pozitivně a negativně frekvenční části. První z nich se vyvíjejí dopředu v čase a druhé dozadu. Abychom obdrželi propagátory dané teorie, potřebujeme způsob, jak vybrat pozitivně frekvenční (tj. pozitivně energetickou) část. (Odlišný) formalismus sloužící k tomuto rozštěpení je twistorová teorie - skutečně, rozštěpení na, pozitivní a negativní frekvence bylo jednou z původních motivací twistorů (viz Penrose 1986).

Abychom si tuto problematiku objasnili podrobněji, zkoumejme nejprve komplexní čísla, jež jsou esenciální pro kvantovou teorii a jejichž struktura, jak uvidíme, leží též v základech struktury prostoročasu. Jedná se o čísla tvaru $z = \chi + iy$, kde x, y jsou reálná a i splňuje $i^2 = $ -l. Množinu komplexních čísel označujeme C. Tato čísla můžeme znázornit v rovině (komplexní rovině) nebo, jestliže přidáme bod v nekonečnu, na sféře - na tzv. Riemannově sféře. Riemannova sféra je velmi užitečný nástroj v mnoha oblastech matematiky, jako např. v analýze a geometrii, ale také ve fyzice. Sféru lze projektovat na rovinu (spolu s bodem v nekonečnu). Vezměme rovinu procházející rovníkem sféry a spojme každý bod na sféře s jižním pólem. Bod, ve kterém tato přímka protne rovinu, je odpovídající bod na rovině. Poznamenejme, že v tomto zobrazení se severní pól promítá do počátku, jižní pól do nekonečna a reálná osa je zobrazena na vertikální kružnici procházející severním a jižním pólem. Sférou můžeme pootočit tak, že reálná čísla odpovídají rovníku. Na okamžik přijmeme tuto konvenci (viz obr. 6.1).

Předpokládejme, že je dána funkce /Ct) reálné proměnné χ nabývající komplexních hodnot. Jak bylo řečeno výše, můžeme ji



Obrázek 6.1 Riemannova sféra reprezentující komplexní čísla spolu s ∞.

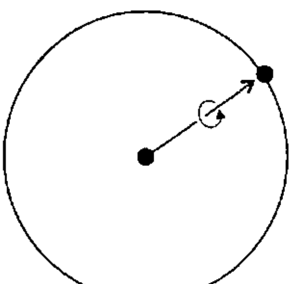
chápat jako funkci definovanou na rovníku. Výhoda tohoto pohledu spočívá v tom, že existuje přirozené kritérium, které říká, zda je *f* složena z pozitivních či negativních frekvencí: *f(x) se* skládá z pozitivních frekvencí, jestliže může být prodloužena do holomorfní (komplexně analytické) funkce na severní polokouli, a obdobně *f(x)* je složena z negativních frekvencí, jestliže může být podobným způsobem prodloužena na jižní polokouli. Obecná funkce může být rozštěpena na svoji pozitivně a negativně frekvenční část. Myšlenka twistorové teorie spočívá v globálním použití tohoto nástroje na samotný prostoročas. Pro dané pole na Minkowského prostoročase chceme obdobně nalézt jeho rozštěpení na části skládající se z pozitivních a negativních frekvencí. Jako nástroj k uchopení tohoto rozštěpení si vybudujeme twistorový prostor. (Více informací o twistorech naleznete v pracích Penrose a Rindlera 1986 a Huggetta a Toda 1985.)

Než se pustíme do detailů, zmiňme se o dvou důležitých rolích Riemannovy sféry ve fyzice.

1 . Vlnová funkce částice o spinu — - může být v lineární superpozici stavů „nahoru" a „dolů":

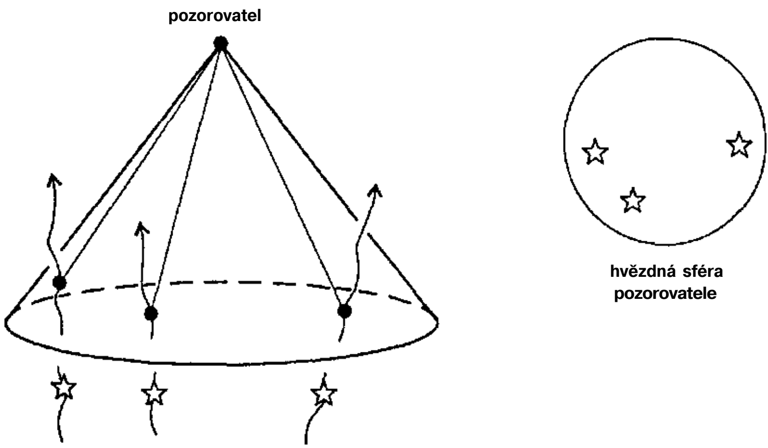
$$w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle.$$

Tento stav může být reprezentován bodem *z/w* na Riemannově sféře odpovídající bodu, kde osa spinu směřující z počátku kladným směrem protíná sféru. (Pro vyšší spiny existuje komplikovanější konstrukce nalezená původně Majoranou, využívající též Riemannovu sféru - Majorána 1932, viz též Penrose 1994.) To spojuje komplexní amplitudy kvantové mechaniky s prostoročasovou strukturou (obr. 6.2).



Obrázek 6.2 Prostor směrů spinu pro částici spinu 1/2 je Ricmannova sféra poměrů amplitud *w* (spin nahoru) a z (spin dolů).

2. Představme si pozorovatele nacházejícího se v bodě prostoročasu někde mimo Zemi, a pozorujícího hvězdy. Pokud by nyní druhý pozorovatel prolétal stejným bodem ve stejný okamžik, ale s nenulovou relativní rychlostí vzhledem k prvnímu, pak by díky aberaci zobrazil hvězdy na odlišná místa na sféře. Je pozoruhodné, že tato odlišná umístění bodů na sféře jsou spojena speciální transformací zvanou *Mobiova transformace*. Tyto transformace tvoří přesně grupu transformací zachovávajících komplexní strukturu Riemannovy sféry. Proto prostor světelných paprsků procházejících prostoročasovým bodem je přirozeným způsobem ekvivalentní Riemannově sféře. Zdá se mi navíc velice krásné, že nejzákladnější grupa symetrií ve fyzice spojující pozorovatele s různými rychlostmi, vlastní Lorentzova grupa, může být realizována jako grupa automorfismů nejjednodušší (komplexně) jednodimenzionální variety, Riemannovy sféry (viz obr. 6.3 a Penrose a Rindler 1984).



Obrázek 6.3 Nebeská sféra pozorovatele je v relativistické teorii přirozeně reprezentovaná Riemannovou sférou.

Základním myšlenkou twistorové teorie je využití souvilosti mezi kvantovou mechanikou a prostoročasovou strukturou - jak je zachycena v Riemannově sféře - rozšířením naznačeného postupu na celý prostoročas. Měli bychom se pokusit považovat celé paprsky světla za stavební kameny dokonce fundamentálnější, než prostoročasové body. V tomto smyslu chápeme prostoročas jako odvozený pojem a považujeme twistorový prostor - prozatím prostor světelných paprsků - za prostor základní. Tyto dva prostory jsou spojeny korespondencí, která reprezentuje světelné paprsky v prostoročase jako body v twistorovém prostoru. Bod v prostoročase je pak reprezentován množinou světelných paprsků jím procházejících. Bod prostoročasu se tak stává Riemannovou sférou v twistorovém prostoru. Twistorový prostor bychom měli považovat za prostor, v jehož řeči chceme formulovat fyziku (obr. 6.4).

Obrázek 6.4 V základní korespondenci twistorové a prostoročasové struktury jsou světelné paprsky v (Minkowského) prostoročase reprezentovány jako body (projektivního) twistorového prostoru a prostoročasové body jako Riemannovy sféry.

Prozatím jsem popsal twistorový prostor jako (reálné) pětidimenzionální, a proto se nejedná o komplexní prostor, jelikož komplexní prostory jsou vždy (reálně) sudě dimenzionální. Pokud chápeme světelné paprsky jako historie fotonů, musíme vzít v úvahu také energii fotonů a jejich helicitu, která může být pravotočivá a levotočivá. Jedná se sice o objekty trochu složitější než pouhé světelné paprsky, ale díky tomu dostáváme komplexní projektivní třídimenzionální prostor (šest reálných dimenzí) CP_3. Toto je *projektivní twistorový prostor* (PT). Ten má pětidimenzionální podprostor PN, který rozštěpuje prostor PT na dvě části, levotočivou a pravotočivou polovinu PT~ a PT^+.

Body v prostoročase jsou dány čtyřmi reálnými čísly a projektivní twistorový prostor může být popsán poměry čtyř komplexních čísel. Jestliže světelný paprsek reprezentovaný v twistorovém prostoru čtveřicí *(*Z_0, Z_1, Z_2, Z_3) prochází skrze prostoročasový bod *ďo,* ^{r}\, ^{y}·*λ,* ^)/ pak je splněna incidenční pomínka

$$\begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

Incidenční podmínka (6.1) tvoří základ korespondence prostoročasové a twistorové struktury.

V dalším budu potřebovat zavést trochu dvou-spinorového značení. To je obvykle bod, kde se lidé začínají ztrácet. Ale pro jakýkoli detailní výpočet je spinorové značení velmi užitečné. Ke každému čtyřvektoru r^a přiřadíme veličinu $r^{AA'}$, *jejíž* maticové komponenty jsou

$$r^{AA'} = \begin{pmatrix} r^{00'} & r^{01'} \\ r^{10'} & r^{11'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix}.$$

Podmínka, že r je *reálný*, je ekvivalentní tomu, že veličina $r^{AA'}$ je *hermitovská*. Bod v twistorovém prostoru je definován dvěma spinory se souřadnicemi

$$\omega^A = \begin{pmatrix} \omega^0 \\ \omega^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix}, \quad \pi_{A'} = \begin{pmatrix} \pi_{0'} \\ \pi_{1'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix}.$$

Incidenční podmínka (6.1) tak dostává tvar

$$\omega = ir\pi$$

Povšimněme si, že při posunu počátku, při kterém se r změní na

$$r^a \mapsto r^a - Q^a,$$

dostaneme

$$\omega^A \mapsto \omega^A - iQ^{AA'}\pi_{A'},$$

zatímco $\pi_{A'}$ zůstává nezměněno:

$$\pi_{A'} \mapsto \pi_{A'}.$$

Twistor reprezentuje čtyři komponenty hybnosti p_a (z nichž tři jsou nezávislé) a šest komponent momentu hybnosti (z nichž jsou čtyři nezávislé) částice nulové hmoty. Výrazy pro ně mají tvar:

$$p_{AA'} = i\bar{\pi}_A \pi_{A'}, \quad M^{AA'BB'} = i\omega^{(A}\bar{\pi}^{B)}\varepsilon^{A'B'} - i\varepsilon^{AB}\bar{\omega}^{(A'}\pi^{B')},$$

kde závorky znamenají symetrizaci a ε^{AB} a $\varepsilon^{A'B'}$ jsou antisymetrické Levi-Civitovy symboly. Tyto vztahy zahrnují skutečost, že čtyřhybnost p_a je nulový do budoucnosti orientovaný vektor a že Pauliho–Lubanskiho spinový vektor je dán čtyřhybností násobenou helicitou s. Tyto veličiny určují twistorové proměnné

$(\omega^A, \pi_{A'})$ až na celkový fázový faktor twistoru. Helicita může být vyjádřena jako

$$s = \frac{1}{2} Z^\alpha \overline{Z}_\alpha ,$$

kde komplexní sdružení twistoru Z" = $(\omega^A, \pi_{A'})$ je duální twistor Z" = $(KA, \acute{\omega}^A)$. (Povšimněte si, že komplexní sdružení prohazuje čárkované a nečárkované spinorové indexy a zaměňuje twistory za jejich duály.) s > O odpovídá pravotočivým částicím a jde tedy o již zmíněnou horní polovinu twistorového prostoru PT^+. s < O obdobně odpovídá levotočivým částicím, tj. dolní polovině PT~. V případě S = O dostáváme skutečné světelné paprsky. (Rovnice určující prostor PN, prostor světelných paprsků, je tedy $Z''\check{Z}_a$ = O, tj. $(\mathring{u}^A \check{n}_A + \pi_A' \acute{\omega}^{A'} = 0.)$

KVANTOVANÉ TWISTORY

Rádi bychom zformulovali kvantovou teorii twistorů, a proto potřebujeme definovat twistorovou vlnovou funkci, komplexní funkci /(Z") na twistorovém prostoru. Ne každá funkce /(Z") je a priori vlnovou funkcí, jelikož twistor Z" obsahuje jak informace o poloze, tak o hybnosti a oba tyto údaje nemohou zároveň vystupovat jako argumenty vlnové funkce. Poloha a hybnost jsou nekomutující proměnné. Komutační relace v twistorovém prostoru mají tvar

$$[Z^\alpha, \overline{Z}_\beta] = \hbar \delta^\alpha_\beta , \quad [Z^\alpha, Z^\beta] = 0, \quad [\overline{Z}_a, \overline{Z}_\beta] = 0.$$

Z" a Z„ jsou tak kanonicky sdružené proměnné a vlnová funkce musí být funkcí pouze jedné z nich. Neboli, vlnová funkce musí být holomorfní (nebo antiholomorfní) funkce twistorů Z".

Musíme nyní zkontrolovat, jak výše uvedené vztahy závisí na operátorovém uspořádání. Ukazuje se, že *výrazy* pro hybnost a pro moment hybnosti jsou na uspořádání operátorů nezávislé, a jsou tedy kanonicky určené. Oproti tomu výraz pro helicitu závisí na uspořádání a my musíme vybrat správnou definici. Ta je dána symetrickou formou součinu, tj.

$$s = \frac{1}{4} (Z^\alpha \overline{Z}_\alpha + \overline{Z}_\alpha Z^\alpha),$$

což v holomorfní reprezentaci vlnové funkce může být přepsáno ve tvaru

$$s = \frac{\hbar}{2}\left(-2 - Z^\alpha \frac{\partial}{\partial Z^\alpha}\right) =$$

$$= \frac{\hbar}{2}\left(-2 - \text{stupeň homogenity v } Z^\alpha\right).$$

Vlnovou funkci můžeme rozložit do vlastních stavů operátoru helicity s. Těmi jsou vlnové funkce s přesně definovaným stupněm homogenity. Např. bezespinová částice s nulovou helicitou má twistorovou vlnovou funkci se stupněm homogenity -2. Levotočivá částice spinu ^- má helicitu s = |, a proto má twistorová vlnová funkce stupeň homogenity -l, zatímco pravotočivá verze této částice bude mít vlnovou funkci se stupněm homogenity -3. Pro spin 2 právo- a levotočivé twistorové vlnové funkce mají stupeň homogenity -6 a +2.

To může, vzhledem k tomu, že celá OTR je levo-pravo symetrická, vypadat trochu podezřele. Ale nesymetrie nemusí být zas tak zlá, vždyť sama příroda není levo-pravo symetrická. Navíc Ashtekarovy „nové proměnné", jež jsou silným nástrojem OTR, jsou též levo-pravo nesymetrické. Je zajímavé, že levo-pravou asymetrii takto dostáváme zcela odlišnými způsoby.

Mohli byste si myslet, že symetrii lze obnovit záměnou Z" <-> Z_a, převrácením tabulky stupňů homogenity a použitím Z" pro jednu helicitu a Z„ pro druhou. Ale stejně jako nemůžeme v běžné kvantové mechanice volně směšovat polohovou a hybnostní reprezentaci, nemůžeme kombinovat ani holomorfní a antiholomorfní reprezentaci (tj. Z" a Z_0 reprezentaci). Musíme zvolit jednu z nich. Která z nich je prvotní, teprve uvidíme.

Nyní bychom rádi dostali prostoročasový popis vlnové funkce /(Z). Ten je dán křivkovým integrálem

$$\left\{\begin{matrix} \phi_{A'\cdots G'}(r) \\ \text{nebo} \\ \phi_{A\cdots G}(r) \end{matrix}\right\} = \int_{\omega = ir\pi} \left\{\begin{matrix} \pi_{A'} \cdots \pi_{G'} \\ \text{nebo} \\ \dfrac{\partial}{\partial \omega^A} \cdots \dfrac{\partial}{\partial \omega^G} \end{matrix}\right\} f(Z^\alpha)\, \pi_{E'}\, d\, r$$

Zde integrování probíhá přes cestu zahrnující twistory Z° splňující spolu s *r* incidenční podmínku (6.1) (připomeňme si, že Z se skládá ze dvou částí, *ω a π) a* počet členů *π* či $^d/_{dia}$ závisí na spinu (a helicitě) pole. Tato rovnice definuje prostoročasové pole *φ (r),* které automaticky splňuje rovnice pole částice nulové hmoty. Podmínka holomorfnosti vlnové funkce je tedy ekvivalentní všem nepřehledným rovnicím pole pro částici s nulovou hmotou; přesněji řečeno pro lineární pole v plochém prostoru či limitu malých energií Einsteinova gravitačního pole.

Geometricky tvoří prostoročasový bod r CP,-přímku (která je Riemannovou sférou) v twistorovém prostoru. Tato přímka musí protnout oblast, kde je funkce /(Z) definována. /(Z) není v obecnosti definovaná všude a má singulární body (tyto singulární oblasti obíhala cesta integrování v integrálu výše). Matematicky přesně řečeno, twistorová vlnová funkce je prvek *kohomologie.* To lépe pochopíme, uvážíme-li systém otevřených okolí oblasti twistorového prostoru, která nás zajímá. Twistorová funkce pak musí být definována na *průnicích* dvojic těchto otevřených množin. To znamená, že je prvkem první sheafové kohomologie. Nepůjdu nyní do větších detailů, ale „sheafová kohomologie" je to správné heslo dne.

Vzpomeňme si nyní, že v analogii s KTP chceme nalézt způsob, jak rozštěpit amplitudy pole do pozitivně a negativně frekvenčních částí. Pokud lze twistorovou funkci definovanou na PN prodloužit (jako prvek první kohomologie) na horní polovinu twistorového prostoru PT^+, pak se jedná o funkci složenou z pozitivních frekvencí. Pokud ji lze prodloužit na spodní polovinu PT~, skládá se z negativních frekvencí. Twistorový prostor tak zachycuje pojem pozitivních a negativních frekvencí.

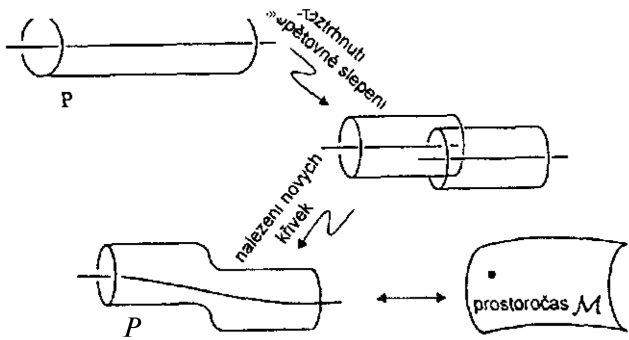
Toto rozštěpení nám umožňuje zformulovat kvantovou fyziku v twistorovém prostoru. Andrew Hodges (1982,1985,1990) rozvinul přístup ke KTP používající twistorové diagramy podobné Feynmanovým diagramům v prostoročase. Jejich použitím nalezl několik nových způsobů regularizace KTP. Jde o metody, které by asi nenapadly člověka, jež se drží normálního prostoročasového náhledu, které jsou však přirozené v twistorovém přístupu. Tento nový úhel pohledu, založený původně na myšlence Michaela Singera (Hodges, Penrose a Singer 1989), byl též motivován konformní teorií pole. Stephen ve své první přednášce pronesl několik znevažujících poznámek o teorii strun, já se však domnívám, že konformní teorie pole - což je teorie pole na světoploše struny v rámci teorie strun - je velmi krásná (i když zcela nefyzikální) teorie. Je formulována na libovolné Riemannově ploše (Riemannova sféra je nejjednodušší příklad Riemannových ploch, které dále zahrnují všechny komplexně jednodimenziální variety, jako jsou torus či „preclík"). V případě twistorů potřebujeme zobecnit konformní teorii pole na variety se třemi komplexními dimenzemi, jejichž hranice jsou kopie prostoru PN (tj. prostoru světelných paprsků v prostoročase). Práce v této oblasti nadále pokračuje, nedospěla však ještě příliš daleko.

TWISTORY V ZAKŘIVENÉM PROSTORU

Vše, o čemž jsme doposud mluvili, se vztahovalo k plochému prostoročasu. My však víme, že prostoročas je zakřivený; potřebujeme proto teorii twistorů přizpůsobenou křivému prostoru, která nějakým přirozeným způsobem povede k Einsteinovým rovnicím.

Jelikož twistorová teorie je od základů konformně invariantní, není žádný problém popsat prostoročas pomocí twistorů v případě, že prostoročasová varieta je konformně plochá (jinými slovy, pokud je její Weylův tenzor nulový). Existují též twistorové teorie, které fungují pro různé konformně neploché prostoročasy, jako je například definice kvazilokální hmoty (Penrose 1982; srovnej s Tod 1990) a Woodhoseho-Masonova konstrukce (Woodhouse a Mason 1988; viz též Fletcher a Woodhouse 1990) pro stacionární osově symetrická vakua (založená na Wardově konstrukci pro antiselfduální Yangova-Millsova pole v plochém prostoročase; viz Ward 1977 a Ward 1983), která je součástí obecnějšího twistorového přístupu k integrabilním systémům (viz Mason a Woodhouse 1996).

My bychom ale měli být schopni si poradit i s obecnějšími prostoročasy. Pro komplexifikovaný (či „euklidizovaný") prostoročas 5Vfs antiselfduálním Weylovým tenzorem (tj. se selfduální polovinou Weylova tenzoru nulovou) existuje konstrukce - tzv. nelineární gravitační konstrukce - která plně řeší tento problém (Penrose 1976). Abychom porozuměli tomu, jak funguje, vezměme část twistorového prostoru obsahující trubicové okolí přímky či něčeho podobného (řekněme horní poloviny nebo pozitivně frekvenční části PT^+) a rozdělme ji na dva či více kusů. Poté ji opět slepme, ale s jednotlivými kusy vůči sobě posunutými. Přímky v původním prostoru P budou v novém prostoru iPpřerušované. My však můžeme nalézt jiné holomorfní křivky, jimiž nahradíme (nyní přerušované) přímky a tak dostaneme hladce navazující křivky. Za předpokladu, že deformace Φprostoru P není příliš velká, tvoří holomorfní křivky obdržené popsaným způsobem - patřící do stejné topologické třídy jako původní přímky - čtyřdímenzionalní kongruenci Prostor, jehož body jsou reprezentovány těmito holomorfmmi křivkami, je náš antiselfdualní (komplexní) „prostoročas" *9A-* (obr 6.5) Nyní můžeme zadat Einsteinovy vakuové rovnice (tj vymizení Ricciho tenzoru) naložením podmínky, že prostor !Pje holomorfní fibrace nad projektivní přímkou CPi (spolu s několika dalšími slabšími podmínkami) To vše lze dosáhnout vyjádřením deformace íPprostoru P pomocí *volných* holomorfních funkcí. Všechny informace o křivém prostoročase *íM* pak jsou v principu obsaženy v těchto funkcích (ačkoli nalezení požadovaných holomorfních funkcí v íPmůže být velmi obtížné).



Obrázek 6 5 Nelineární gravitonova konstrukce

Ve skutečnosti však chceme vyřešit *plné* Einsteinovy rovnice (konstrukce popsaná výše řeší pouze zúžený problém, kdy polovina Weylova tenzoru je nulová) Tento problém je ale očividně velmi obtížný a během posledních dvaceti let odolal náporu mnoha pokusů o řešení. V posledních několika letech se pokouším nalézt řešeni novým způsobem (Penrose 1992) Přestože ještě nemám žádné řešení, zdá se, že jsem na prozatím nejslibnější cestě k výsledku Vskutku se ukazuje, že mezi twistory a Einsteinovými rovnicemi je hluboká souvislost, což naznačuji dva následující postřehy

1 Vakuové Einsteinovy rovnice R_{ah} = O jsou také podmínkami konzistence pro nehmotné pole s hehcitou *s* - ^- (pokud je toto pole dáno pomocí potenciálů)
2. V plochém prostoročase M je prostor nábojů pole s helicitou *s*= — pravě twistorový prostor

Program, který se musí naplnit, je zhruba následující pro daný prostoročas splňující vakuové Einsteinovy rovnice (tj $R_{ab} = O$) je nutno nalézt prostor nábojů pro pole helicity s = ^- (což není jednoduchý úkol) To pak bude twistorovy prostor vakuového prostoročasu Druhým krokem je nalezení konstrukce takového twistorového prostoru pomoci volných holomorfnich funkcí a konečně zrekonstruování původní prostoročasové variety z twistorového prostoru v každém jednotlivém případě

Nelze očekávat, že by tento twistorovy prostor byl lineární Vždyť musí při rekonstrukci prostoročasu vést k zakřivené struktuře Jeho konstrukce musí být též hluboce nelokální, a to velmi jemným způsobem - jak náboj, tak potenciál pole s helicitou s = |- jsou nelokální To by mohlo pomoci při vysvětlení nelokální fyziky, jako byly např. EPR experimenty diskutované v mé předchozí přednášce (kapitola 4) - tyto experimenty naznačují, že objekty ve vzdálených oblastech prostoročasu mohou být spolu navzájem jistým způsobem „propletené"

TWISTOROVA KOSMOLOGIE

Rád bych skončil několika poznámkami o kosmologii a twistorech - ačkoliv budou převážně pouze předběžné Řekl jsem, že blízko minulé singularity musí byt Weylova křivost nulová a že je tam prostoročas v podstatě konformně plochý To znamená, že počáteční stav má velmi jednoduchý twistorovy popis Jak čas běží, tento popis se stava složitější, komplikovaný narůstající Weylovou křivostí Takové chovaní je v souhlase s pozorovanou asymetrií geometrie vesmíru.

Z hlediska komplexně holomorfm ideologie twistorového přístupu je preferován velký třesk s $k < O$ vedoucí k otevřenému vesmíru (Stephen upřednostňuje uzavřený vesmír) Důvodem je, že pouze ve vesmíru s $k < O$ je grupa symetrií počáteční singularity holomorfní grupa, konkrétně pravě Mobiova grupa holomorfních automorfismů Riemannovy sféry CP_1 (tj vlastní Lorentzovy grupy) To je stejná grupa jako ta, se kterou jsme původně začali budovat twistorovou teorii - a tak z twistorově ideologických důvodů upřednostňuji $k < O$ Jelikož je však tento argument založen pouze na ideologu, mohu od něj samozřejmě v budoucnosti ustoupit, pokud se ukáže, že se mýlím a že vesmír je uzavřený

Otázka Jaký je fyzikální vyznám stavu s hehcitou ?

Odpověd Pole spinu - v tomto přístupu není skutečné fyzikální pole, ale spíše pomocné pole sloužící pro definici twistorů Nepředstavuji si ho jako pole nějaké částíce, která by se mohla objevit Na druhé straně, z hlediska supersymetne by se jednalo o superpartnera gravitonu

Otázka Kde se v twistorovem přístupu objevuje časově nesymetricky proces redukce (R-proces), o kterém jste mluvil posledně?

Odpověd Musíte si uvědomit, že twistorova teorie je velmi konzervativní a že o teto otázce prozatím nic neříká Velmi rad bych v ni nalezl nějakou časovou nesymetrn, ale v současnosti nemam představu, kde by se mohla objevit Pokud se však cely program podaří završit, jistě by se měla někde vynořit Možná zhruba podobným způsobem jako levo-prava asymetrie Též přistup Andrew Hodgese k regulanzaci zavadí technicky časovou nesymetrn To je však ještě příliš novy postřeh

Otázka Která nelineární KTP by mohla byt nejvstřícnější pro twistorovou teorii?

Odpověd Prozatím byl analyzován hlavně standardní model (v kontextu twistorovych diagramů)

Otázka Teorie strun explicitně předpovídá spektra častíc Kde se něco podobného objevuje ve vaši teorii?

Odpověd Nevím, kde se čashcove spektrum nakonec vynoří, i když se již na toto téma objevilo několik nápadů Jsem však každopádně potěšen informaci, že teorie strun „explicitně předpovídá spektra častíc" Můj názor je, že jelikož hmotnosti jsou svázaný s OTR, tak dokud neporozumíme OTR v twistorovem formalismu, nebudeme schopni vyřešit problém časticovych spekter V jistem smyslu je toto pravda i z hlediska teorie strun

Otázka Jaký názor má twistorovy přistup na otázku spojitosti a nespojitosti?

Odpoved Další z raných motivaci twistorove teorie byla teorie spmovych mříži V m se pokoušíme vybudovat prostor pomoci diskrétních kombinatorických kvantových pravidel Twistorovou teorii se lze též pokusit zkonstruovat na diskrétním zaklade Během let se však vývoj posunul spíše k holomorfmm metodám namísto kombinatorických To ale neznamená, že by diskrétní pohled byl podružný Možná existuje hluboká souvislost mezi diskrétními a holomorfnimi pojmy, ta se však prozatím ještě zřetelně neobjevila

KAPITOLA SEDMA

DISKUSE

S. W. *Hawking a R. Penrose*

STEPHEN HAWKING

Tyto přednášky ukázaly jasně rozdíly mezi mnou a Rogerem. Roger je platonik a já jsem pozitivista. Roger si dělá starosti, že Schrodingerova kočka je ve stavu, ve kterém je napůl živá a napůl mrtvá. Má pocit, že to nemůže odpovídat realitě. To mě ale netrápí. Já nepožaduji, aby teorie odpovídala realitě, protože já nevím, co to realita je. Realita není kvalita, kterou můžete testovat lakmusovým papírkem. Jediné, co požaduji, je, že by teorie měla umět předpovídat výsledky experimentů. Kvantová teorie to umí velmi úspěšně. Co se týče kočky, předpovídá, že bude vždy buď živá, nebo mrtvá. Podobně jako nemůžete být jen částečně těhotní: buď jste, nebo nejste.

Příčinou, proč lidé jako Roger (a to nechávám stranou ochránce zvířat) mají námitky proti Schrodingerově kočce, je, že se jím zdá absurdní kočku popisovat pomocí stavu J-^(kočka$_{\text{žlva}}$ + kočka$_{\text{mrtvil}}$). Proč ne třeba -^(kočka$_{\text{zlva}}$ - kočka$_{\text{mrlva}}$)? Jinými slovy, nezdá se, že by byla nějaká interference mezi stavy kočka$_{\text{ziva}}$ a kočka$_{\text{mrtva}}$. Pro částice prolétající různými štěrbinami můžete dostat interferenci, jelikož je lze dostatečně dobře oďizolovat od okolního neměřeného prostředí. Něco tak velkého jako kočka však nelze odizolovat od běžné mezimolekulární interakce zprostředkovávané elektromagnetickým polem. K vysvětlení Schrodingerovy kočky či fungování mozku není potřeba kvantová gravitace. To je zavádějící stopa.

Netvrdil jsem vážně, že kosmologický horizont událostí je příčinou toho, že se Schrodingerova kočka jeví jako klasický tvor, který je buď mrtvý, nebo živý, ale nikdy kombinací obojího. Jak jsem řekl, je dostatečně obtížné izolovat kočku od zbytku místnosti, a tak se nemusíme starat o vzdálené konce vesmíru. Chtěl jsem pouze říci, že i kdybychom byli schopni měřit fluktuace reliktního záření s velkou přesností, měly by stále klasické statisticke rozložení. Nemohli bychom naměřit žádné kvantové vlastnosti jako interferenci či korelací mezi fluktuacemi v různých módech. Když mluvíme o celém vesmíru, nemáme sice vnější prostředí, jako jsme měli v případě Schródingerovy kočky. Přesto ale také dostáváme dekoherenci a klasické chování, tentokrát proto, že nemůžeme vidět celý vesmír.

Roger zpochybnil mnou použité euklidovské metody. Konkrétně měl námitky proti obrázkům, ve kterých jsem spojil euklidovskou geometrii s lorentzovskou. Jak správně řekl, to je možné udělat jen ve velmi speciálních případech: obecně lorentzovský prostoročas nebude mít řez komplexifikované variety, na kterém by byla metrika reálná a pozitivně definitní, tj. euklidovská. To je však neporozumění kvantování pomocí euklidovského dráhového integrálu, a to již i pro negravitační pole. Vezměme si dobře známý příklad Yangových-Millsových polí. Zde se *začíná* s dráhovým integrálem z výrazu e^{akce} přes všechny Yangovy-Millsovy konexe v Minkowského prostoru. Tento integrál osciluje a nekonverguje. Abychom obdrželi lépe se chovající integrál, provedeme Wickovu rotaci do euklidovského prostoru zavedením imaginární časové souřadnice $\tau - -it$. Integrand se tak změní na $e\sim^{\mathrm{euklidovíkaakce}}$ a integruje se přes všechny reálné konexe v euklidovském prostoru. Konexe, která je reálná v euklidovském prostoru, nemusí být v obecnosti též reálná v Minkowského prostoru. Ale na tom nezáleží. Podstatné je, že dráhový integrál přes reálné konexe v euklidovském prostoru je ekvivalentní ve smyslu křivkových integrálů dráhovému integrálu přes všechny reálné konexe v Minkowského prostoru. Stejně jako v případě kvantové gravitace lze vypočítat dráhový integrál pro Yangovo-Millsovo pole pomocí metody sedlového bodu. Sedlové body jsou v tomto případě Yangovy-Millsovy instantony, které byly do značné míry klasifikovány právě Rogerem v rámci jeho twistorového programu. Yangovy-Millsovy instantony jsou v euklidovském prostoru reálné. V Minkowského prostoru jsou však komplexní. Na tom však opět nezáleží. I tak dávají předpovědi pro fyzikální procesy, jako např. pro elektroslabou tvorbu baryonů.

Situace je podobná i pro gravitaci. Zde můžeme použít dráhový integrál přes pozitivně definitní euklidovské metriky místo integrálu přes metriky lorentzovské. Dokonce to musíme udělat, pokud chceme připustit gravitační pole s různými topologiemi. Lorentzovské metriky lze mít pouze na varietách s nulovým Eulerovým číslem. Ale jak jsme viděli, zajímavé gravitační efekty, jako vlastní gravitační entropie, jsou spojené právě s prostoročasovými varietami s nenulovým Eulerovým číslem, které nepřipouštějí lorentzovské metriky. Objevuje se však problém spojený s tím, že euklidovská akce pro gravitaci není omezená zdola, a dráhový integrál se tak zdá nekonvergentní. To lze ale vyřešit integrací konformního faktoru po komplexní cestě integrace. To je samozřejmě úhybný manévr, domnívám se ale, že zmíněné patologické chování souvisí s kalibrační volností a zmizí, až budeme vědět, jak správně provádět dráhové integrování. Tento problém vzniká z fyzikálních důvodů: jelikož je gravitace přitažlivá, její potenciální energie je záporná. Musí se tedy objevit v nějaké podobě v libovolné teorii gravitace. Nalezne se i v teorii strun, pokud se někdy dostane tak daleko. Prozatím je její úspěšnost dosti patetická: teorie strun neumí popsat ani strukturu Slunce, nemluvě o černých dírách.

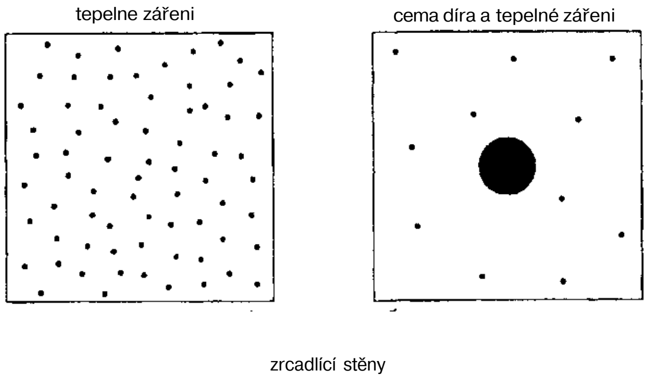
Vraťme se po této krátké odbočce k teorii strun k euklidovskému přístupu a hypotéze „bez hranic". Ačkoli v dráhovém integrálu integrujeme přes pozitivně definitní reálné metriky, sedlový bod může být komplexní metrika. To nastává v kosmologii, pokud je třídimenzionální plocha Σ větší než určitá velmi malá velikost. Přestože jsem dříve metriku popsal jako polovinu euklidovské čtyřdimenzionální sféry spojenou s lorentzovskou metrikou, jednalo se pouze o přiblížení. Skutečný sedlový bod bude komplexní. To může rozladit platoniky, jako je Roger, ale je to v pořádku pro pozitivisty, jako jsem já. Nikdo nebude pozorovat metriku odpovídající sedlovému bodu. Jediné, co můžeme pozorovat, je na základě této metriky spočtená vlnová funkce, a ta odpovídá reálné lorentzovské metrice. Jsem trochu překvapen, že Roger vznesl námitky proti tomu, že jsem použil euklidovských a komplexních prostoročasů. Vždyť on sám používá komplexní prostoročasy ve svém twistorovém programu. A byla to právě Rogerova poznámka, že pozitivně frekvenční části jsou holomorfní, která mě vedla k rozvinutí programu euklidovské kvantové gravitace. Tvrdím, že tento program provedl dvě předpovědi testovatelné pozorováním. Kolik předpovědí provedla teorie strun nebo twistorový program?

Roger má pocit, že pozorování či měření skrze R-proces, tj. kolaps vlnové funkce, vnáší do fyziky CPT narušení. Toto narušení vidí alespoň ve dvou situacích: v kosmologii a v případě černých děr. Souhlasím, že můžeme zavést časovou nesymetrii ve způsobu kladení otázek ohledně našich pozorování. Ale zcela odmítám myšlenku, že existuje nějaký fyzikální proces, který odpovídá redukci vlnové funkce, nebo že by redukce měla cokoli společného s kvantovou gravitací či vědomím. To mi zní jako čirá magie, a ne věda.

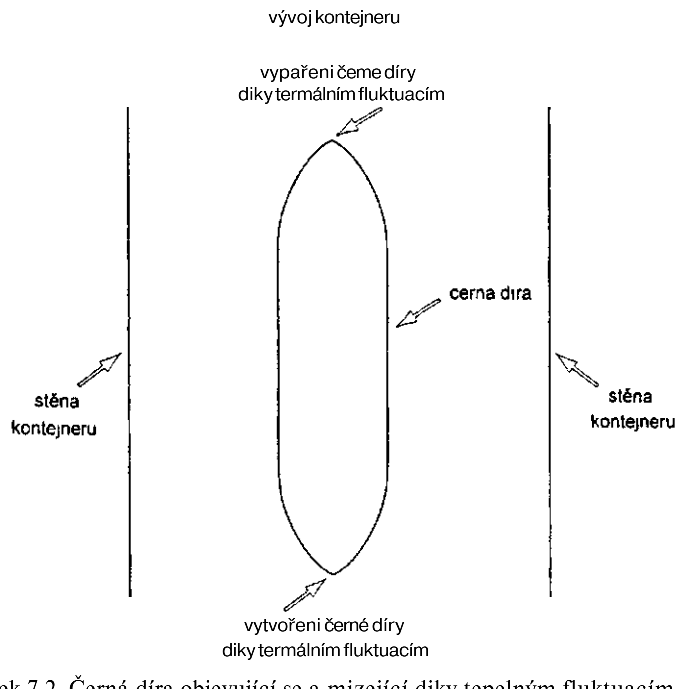
Již jsem ve své přednášce vysvětlil, proč se domnívám, že hypotéza „bez hranic" může objasnit pozorovaný směr toku času v kosmologických situacích bez narušení CPT symetrie. Nyní vysvětlím, proč si na rozdíl od Rogera nemyslím, že by s nějakou časovou nesymetrií byly spojeny černé díry. V klasické obecné teorii relativity jsou černé díry definované jako oblasti, do kterých mohou objekty padat, ale ze kterých se nic nemůže dostat. Nyní bychom se mohli ptát, proč neexistují také bílé díry, oblasti, ze kterých mohou objekty vylétat, do kterých však nic nemůže spadnout. Má odpověď spočívá v tom, že ačkoli černé a bílé díry jsou velmi odlišné v klasické teorii, v kvantové teorii jsou totéž. Kvantová teorie smazává rozdíl mezi černými a bílými dírami: černé díry mohou zářit a předpokládám, že bílé díry mohou absorbovat. Naznačuji, že inkriminovanou oblast nazýváme černou dírou, dokud je velká, klasická a příliš nezáří. Na druhé straně chování malé díry vyzařující velké množství kvantového záření je přesně takové, jaké bychom očekávali od bílé díry.

Pokusím se ilustrovat, v jakém smyslu jsou černé a bílé díry totéž v myšlenkovém experimentu, o kterém se již zmínil Roger. Umístěme jisté množství energie do velmi velkého kontejneru s ideálně zrcadlícími stěnami. Tato energie se může rozmístit mnoha způsoby odpovídajícími různým stavům v kontejneru. Drtivé většině stavů odpovídají dvě možné situace. Jedná se o kontejner vyplněný tepelným zářením a kontejner obsahující černou díru v rovnováze s tepelným zářením. Která z těchto situací odpovídá více mikroskopickým stavům, to závisí na velikosti kontejneru a množství energie v něm obsaženém. Parametry však můžeme navolit tak, aby obě situace odpovídaly zhruba stejnému počtu mikroskopických stavů. Pak bychom měli očekávat, že systém v kontejneru bude oscilovat mezi těmito dvěma situacemi. V jednu chvíli bude kontejner obsahovat pouze tepelné záření. V určitý okamžik způsobí tepelné fluktuace záření seskupení velkého množství částic v malé oblasti a vytvoří se černá díra (obr. 7.1). Ještě později způsobí fluktuace zvýšení vyzařování či snížení absorpce černé díry a černá díra se vypaří a zmizí. Systém tak bude ergodicky bloudit po fázovém prostoru: v jednu chvíli bude černá díra přítomna, v jinou nebude (obr. 7.2).

Na tomto chovaní systému se s Rogerem shodneme Ale nebudeme spolu souhlasit ve dvou bodech Za prve Roger věří, že se během tohoto cyklu objevovaní se a mizeni černé díry ztratí část objemu fázového prostoru a určitá informace Za druhé věří, že proces nebu-

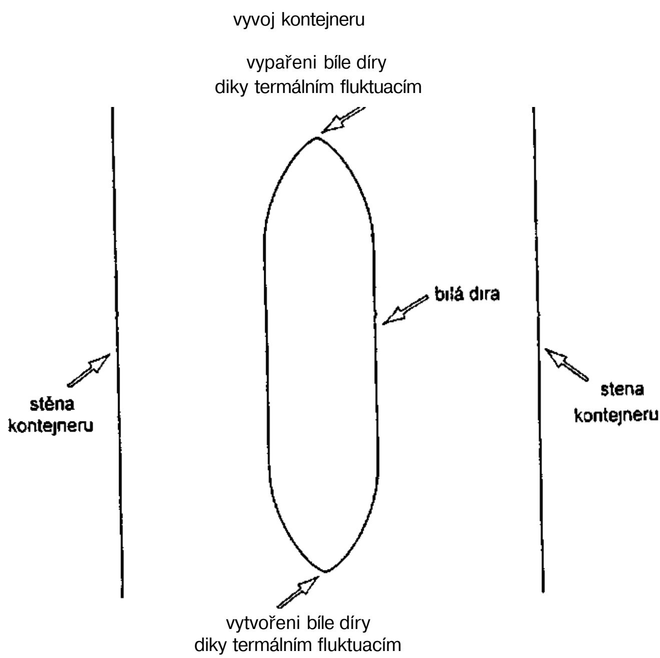


Obrázek 7 1 Kontejner s danou energii uvnitř bude obsahovat bud pouze tepelné zářeni, nebo černou díru v rovnováze s tepelným zářením



Obrázek 7 2 Černá díra objevující se a mizející diky tepelným fluktuacím de časově symetricky Co se tyče prvního bodu, podle všeho se Roger domnívá, ze z „věty o tom, ze černá díra nemá vlasy" vyplývá mizeni fázového objemu - mnoho různých konfiguraci kolabujících častíc vytvoří jednu a tu samou černou díru Dále naznačuje, že proces redukce, kolaps vlnové funkce, zajištuje přírůstek fázového objemu kompenzující tuto ztrátu Mně není však jasné, kde se zmíněna redukce, onen R-proces, v systému vezme V kontejneru nejsou žádni pozorovatele a já nesympatizuji s myšlenkou, že se jedna o spontánní proces, alespoň dokud nebude navržen způsob jeho odvozeni Bez toho se jedna o pouhou mágu Navíc nesouhlasím ani se ztrátou fázového objemu Pokud řeknete, že černá díra má počet stavů $e^{\sim A}$, nedojde k žádné ztrátě fázového objemu Dále, v systému, jako je kontejner, který může byt v libovolném stavu, nemůže byt skryta žádna informace Nedochází tedy ani ke ztrátě informace

Přejděme k našemu druhému rozporu Věřím, že objevovaní se a mizeni černé díry bude časově symetrické Tj pokud nafilmujete proces v kontejneru a promítnete film pozpátku, bude vypadat stejně Při jednom směru toku času uvidíme objevující se a mizejici černé díry Při opačném směru toku času (obr 7 3) uvidíme ob-



Obrázek 7 3 Bila díra objevující se a mizející díky tepelným fluktuacím jevující se a mizející bílé díry - časově obrácené černé díry. Oba pohledy mohou být shodné, pouze pokud bílé díry jsou to samé jako černé díry. Proto kvůli chování tohoto systému nepotřebujeme zavádět nějaké narušení CPT symetrie.

Původně tento můj návrh o časové symetrii vzniku a vypařování černých děr v kontejneru odmítl jak Roger, tak Don Page. Don však postupně svůj názor změnil a nyní se mnou souhlasí. Očekávám, že Roger udělá totéž.

ODPOVĚDI ROGERA PENROSE

Chtěl bych nejdříve poznamenat, že věřím, že spolu více souhlasíme než nesouhlasíme. Jsou však jisté (fundamentální) body, na kterých se spolu neshodneme, a právě na ně bych se chtěl v dalším zaměřit.

Kočky a spol.

Ať již je „realita" cokoli, je nutno vysvětlit, jaké je naše vnímání světa. Kvantová mechanika (KM) to neumí, a proto je nutno do ní přidat něco dodatečného - něco, co není obsaženo ve standardních pravidlech KM. Mám pocit, že Stephen plně nedocenil mé poznámky o problémech s kočkou. Problém nespočívá v tom, že ze ztráty informace vyplývá nutnost popisu systému pomocí matice hustoty, ale v tom, že např. následující dvě matice hustoty

$$D = \frac{1}{4}\Big(\big|\text{živá}\big\rangle + \big|\text{mrtvá}\big\rangle\Big)\Big(\big\langle\text{živá}\big| + \big\langle\text{mrtvá}\big|\Big) + \\ + \frac{1}{4}\Big(\big|\text{živá}\big\rangle - \big|\text{mrtvá}\big\rangle\Big)\Big(\big\langle\text{živá}\big| - \big\langle\text{mrtvá}\big|\Big) \tag{7.1}$$

a

$$D = \frac{1}{2}\big|\text{živá}\big\rangle\big\langle\text{živá}\big| + \big|\text{mrtvá}\big\rangle\big\langle\text{mrtvá}\big| \tag{7.2}$$

si jsou rovny. Musíme proto vyřešit problém, proč vždy vnímáme buď živou, nebo mrtvou kočku, a nikdy ne superpozici. Domnívám se, že filosofie je v těchto otázkách důležitá, ale tuto otázku nedokáže sama zodpovědět.

Zdá se mi, že pro vysvětlení našeho vnímání světa v rámci formalismu KM budeme potřebovat jednu (nebo obě) z následujících teorií:

(A) Teorii naší zkušenosti.

(B) Teorii skutečného fyzikálního chování.

Skutečně po zapojení pozorovatele do hry by odpovídající stavové vektory (v případě 7.1 výše) měly tvar

$$\frac{1}{2}\Big(\big|\text{živá}\big\rangle \pm \big|\text{mrtvá}\big\rangle\Big)\left(\left|\begin{matrix}\text{pozorovatel vidí}\\ \text{živou kočku}\end{matrix}\right\rangle \pm \left|\begin{matrix}\text{pozorovatel vidí}\\ \text{mrtvou kočku}\end{matrix}\right\rangle\right). \quad (7.3)$$

První alternativa (A) by pak vyloučila možnost superpozice v druhém členu, jelikož takový stav vědomí by nebyl dovolen. Požadavky alternativy (B) by na druhou stranu vyloučily superpozici v prvním členu. Podle mého pohledu na věc jsou takovéto superpozice na velkých škálách nestabilní a rychle se (spontánně) rozpadají do jednoho ze stabilních stavů $|\text{živá}\rangle$ a $|\text{mrtvá}\rangle$. Myslím si, že Stephen musí být přívrženec alternativy (A) [SWH: Ne], jelikož není zastánce alternativy (B). Já sám se jednoznačně kloním k alternativě (B). Věřím totiž, že (A) je velmi nebezpečný náhled na věc vedoucí k mnoha potížím. Konkrétně, zastánce možnosti (A) potřebuje teorii mysli nebo mozku či něčeho takového. Jsem překvapen, že, jak se zdá, Stephen není přívrženec ani (A), ani (B), a těším se na jeho komentář k tomuto tématu.

Wickova rotace

Wickova rotace je velmi užitečný nástroj v KTP. Jedná se o rotaci časové osy v komplexní rovině, při níž se souřadnice ř nahradí *it*. Ta převede Minkowského prostor na prostor euklidovský. Její užitečnost pramení ze skutečnosti, že některé výrazy (jako dráhový integrál) jsou lépe definované v euklidovské teorii. Wickova rotace je dobře kontrolovatelný nástroj v KTP, alespoň pokud je používán v plochém (nebo stacionárním) prostoročase.

Stephenova myšlenka použít „Wickovu rotaci" na prostor lorentzovských metrik (a obdržet prostor euklidovských metrik) je jistě velmi zajímavá a originální, je to ale metoda velmi odlišná od Wickovy rotace v KTP. Jedná se ve skutečnosti o „Wickovu rotaci" na zcela jiné úrovni.

Hypotéza „bez hranic" je velmi pěkná myšlenka, která jistě bude nějak souviset s hypotézou o Weylově křivosti. Z mého hlediska však má hypotéza „bez hranic" velmi daleko k vysvětlení skutečnosti, že počáteční singularity mají malou Weylovu křivost, zatímco budoucí singularity ji mají velkou. To pozorujeme v našem vesmíru a na tom se, jak věřím, se Stephenem shodneme.

Ztráta fázového objemu

Myslím si, že se Stephenem se shodneme na ztrátě informace v černé díře, ale nesouhlasíme spolu v otázce ztráty fázového objemu. Stephen vyhlásil, že proces redukce je pouhá magie, a ne fyzika. Samozřejmě s tím nesouhlasím; domnívám se, že jsem ve své druhé přednášce vysvětlil, proč je smysluplné uvažovat o tomto procesu, a předložil jsem jasnou předpověď pro frekvenci, se kterou by k redukci stavu mělo docházet, konkrétně to byl čas

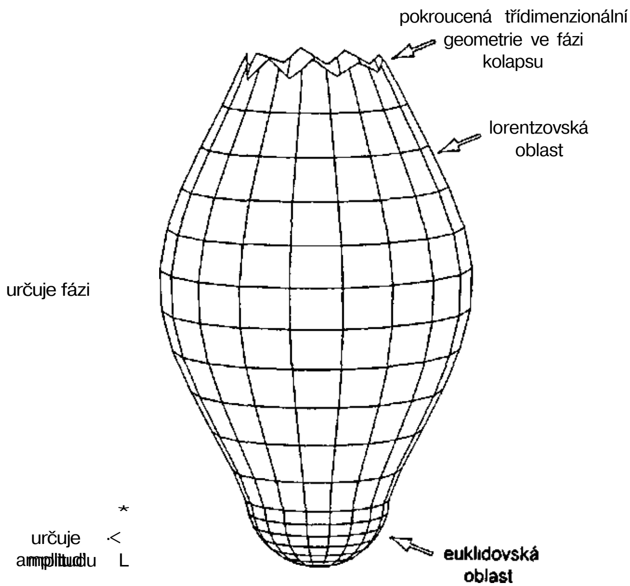
$$T \sim \frac{\hbar}{E} \qquad (7.4)$$

Myslím si též, že Stephenův diagram černé díry je velmi zavádějící. Měl by nakreslit Carterův diagram, který není jasně časově symetrický. Každopádně jsme zajedno, že se informace ztrácí, já však navíc věřím, že mizí i fázový objem. Navíc, kdyby celá situace byla časově symetrická, měl by být povolen výskyt bílých děr, tedy oblastí, ze kterých může vylétat spousta věcí, což by bylo v nesouhlasu s hypotézou malé počáteční Weylovy křivosti, s druhým zákonem termodynamiky a podle všeho též s pozorováním. Tato otázka úzce souvisí s tím, jaké singularity povolí „kvantová gravitace". Podle mne je nutné, aby tato teorie byla ve svých důsledcích časově nesymetrická.

STEPHEN HAWKING

Roger má starosti s chudáčkem Schrodingerovou kočkou. Takovýto myšlenkový experiment by dnes nebyl ani politicky korektní. Roger se cítí zahnán do kouta, protože matice hustoty obsahující stavy kočka$_{\text{živá}}$ a kočka$_{\text{mrtvá}}$ se stejnou pravděpodobností obsahuje také stavy kočka$_{\text{živá}}$ + kočka$_{\text{mrtvá}}$ a kočka$_{\text{živá}}$ - kočka$_{\text{mrtvá}}$. Proč tedy pozorujeme buď stav kočka$_{\text{živi}}$, nebo stav kočka$_{\text{mrtvá}}$? Proč nepozorujeme žádný ze stavů kočka$_{\text{živá}}$ + kočka$_{\text{mrtvá}}$ a kočka$_{\text{žlvá}}$ — kočka$_{\text{mrtvá}}$? Co vybírá pro naše pozorování osy *živá* a *mrtvá* namísto os *živá+mrtvá* a *živá-mrtvá.* Nejprve bych chtěl poznamenat, že takovouto libovůli ve vlastních stavech matice hustoty dostáváme pouze tehdy, pokud si jsou vlastní hodnoty přesně rovny. Pokud by pravděpodobnosti, že kočka je *živá,* nebo *mrtvá,* byly jen trochu odlišné, neměli bychom žádnou nejednoznačnost ve vlastních stavech. Volbou vlastních vektorů matice hustoty by byla vydělena právě jedna báze. A proč příroda vybírá matici hustoty diagonální v bázi *živá/mrtvá,* a ne v bázi *živá+mrtvá/živá-mrtvá*[7]. Odpověď zní, že stavy kočka$_{\text{živá}}$ a kočka$_{\text{mrtvá}}$ se liší na makroskopické úrovni např. polohou kulky nebo zraněním kočky. Pokud vysčítáte přes stupně volnosti, které nepozorujete, jako jsou třeba pohyby molekul vzduchu, pak maticový element libovolné pozorovatelné mezi stavy kočka$_{\text{živá}}$ a kočka$_{\text{mrtvá}}$ se zprůměrováním stane nulový Proto pozorujeme kočku buď živou, *nebo* mrtvou, a ne lineární kombinaci obou možností. Použili jsme přitom pouhou obyčejnou kvantovou mechaniku. Nepotřebujeme novou teorii měření a zcela určitě nepotřebujeme kvantovou gravitaci.

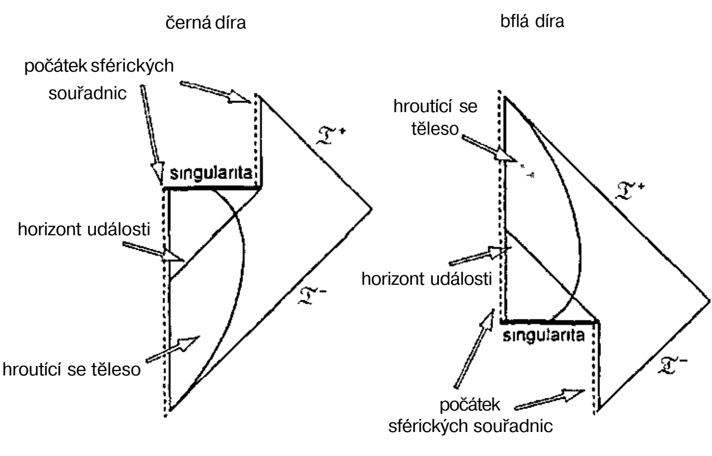
Vraťme se ale ke kvantové gravitaci. Zdá se, že Roger připouští, že hypotéza „bez hranic" může vysvětlit malý Weylův tenzor v raném vesmíru. Zpochybňuje ale, zda může vysvětlit velkou Weylovu křivost očekávanou během závěru gravitačního kolapsu v černých dírách a během kolapsu celého vesmíru. Domnívám se, že se zde jedná opět o neporozumění hypotéze „bez hranic". Roger by asi souhlasil, že existují lorentzovská řešení, která začínají v raném vesmíru jako hladká a během gravitačního kolapsu se vyvinou ve velmi nepravidelné metriky. Tyto lorentzovské metriky můžeme v raných fázích vývoje spojit s polovinou euklidovské čtyřdimenzionální sféry. Tím dostaneme dobré přiblížení k metrice odpovíďající sedlovému bodu pro vlnovou funkci vypočtenou pro velmi nepravidelnou třídimenzionální geometrii v průběhu kolapsu (obr. 7.4). Samozřejmě, jak jsem se zmínil dříve, metrika odpovídající přesně sedlovému bodu bude komplexní a nebude ani euklidovská, ani lorentzovská. Přesto ji lze v dostatečně dobré aproximaci rozložit na oblasti popsané výše: skoro euklidovskou a skoro lorentzovskou. Euklidovská oblast se bude jen nepatrně lišit od poloviny homogenní čtyřdimenzionální sféry. Proto bude její akce jen mírně vyšší než akce poloviny homogenní sféry, která odpovídá homogennímu isotropnímu vesmíru. Lorentzovská část řešení se bude odlišovat od homogenního a isotropního řešení velmi výrazně. Akce lorentzovské části však mění pouze fázi vlnové funkce a neovlivňuje její amplitudu. Ta je dána akcí euklidovské části a bude skoro nezávislá na nepravidelnostech třídimenzionální geometrie v argumentu vlnové funkce. Všechny třídimenzionální geometrie jsou proto během gravitačního kolapsu stejně pravděpodobné a typicky budeme očekávat velmi nepravidelnou metriku s velkou Weylovou křivostí. Doufám, že toto přesvědčí Rogera, a konec konců kohokoli jiného, že hypotéza „bez hranic" může vysvětlit, proč byl raný vesmír hladký, i to proč bude gravitační kolaps nehomogenní a chaotický.



Obrázek 7.4 Při procesu tunelování do zkolabované třídimenzionální geometrie euklidovská část určuje amplitudu vlnové funkce pro danou geometru, zatímco lorentzovská část určuje její fázi

Nakonec se vrátím k myšlenkovému experimentu s černou dírou v kontejneru. Zdá se, že Roger nadále tvrdí, že ke ztrátě fázového objemu dochází z důvodu, že mnoho různých konfigurací může zhroucením vytvořit jednu a tu samou černou díru. Ale účelem celé termodynamiky černých děr byla právě snaha se této ztrátě fázového objemu vyhnout. Entropii asociujeme s černými dírami právě proto, že mohou být vytvořeny e^S způsoby. Pokud se vypaří časově symetrickým způsobem, vyzáří záření právě e^S způsoby. Nedochází tedy k žádné ztrátě fázového objemu a nepotřebujeme se obracet k procesu redukce stavu pro kompenzaci. Jinak řečeno: věřím na gravitační kolaps, ale ne na kolaps vlnové funkce.

Poslední bod, o kterém bych se chtěl zmínit, je tvrzení, že černé a bílé díry jsou totéž. Roger namítl, že jejich Carterovy-Penroseovy diagramy jsou velmi odlišné (obr. 7.5). Souhlasím, že jsou velmi odlišné, ale připomněl bych, že postihují pouze klasický pohled. V kvantové teorii tvrdím, že černé a bílé díry jsou pro vnějšího pozorovatele shodné. Roger by ale mohl namítnout: Co se bude dít s někým, kdo spadne do černé díry? Neuvidí takový pozorovatel(ka) Carterův-Penroseův diagram odpovídající černé díře? Domnívám se, že tento argument chybuje v předpokladu, že v prostoročase existuje pouze jedna metrika, jak tomu je v klasické fyzice. V kvantové teorii však naproti tomu musíme počítat dráhový integrál přes všechny možné metriky. A pro různé otázky budeme muset použít metriky odpovídající různým sedlovým bodům. Konkrétně, sedlový bod použitý pro otázky položené vnějším pozorovatelem bude jiný než sedlový bod použitý pozorovatelem padajícím dovnitř černé díry. Lze si též představit, že by černá díra mohla emitovat pozorovatele. Pravděpodobnost takového jevu je mizivá, ale nenulová. Carterův-Penroseův diagram metriky odpovídající sedlovému bodu takovéhoto pozorovatele by nejspíše odpovídal bílé díře. V tomto smyslu mé tvrzení, že černé a bílé díry jsou totéž, je konzistentní. Jedná se o jediný přirozený způsob, jak zformulovat kvantovou gravitaci CPT invariantní.



Obrázek 7.5 Carterovy-Penroseovy diagramy pro černé a bílé díry.

Rád bych se vrátil k Stephnově poznámce týkající se problému kočky. Nedávno bylo ukázáno (Hughston a spol. 1993), že pro každou matici hustoty (dokonce i se zcela různými vlastními hodnotami) a pro každý z mnoha různých způsobů, jak tato matice může být zapsána pomocí statistické směsi (ne nutně ortogonálních) stavů, existuje měření, které můžeme alespoň v principu provést na „neznámé části stavového vektoru", které interpretuje matici hustoty „známé části" právě pomocí této konkrétní statistické směsi. Navíc, co se týče vlivu prostředí, je nutno poznamenat, že ačkoli nediagonální členy mohou být malé, jejich vliv na vlastní vektory může být obrovský. Dále Stephen také zmínil roli kulek atd. To však neřeší náš problém, protože pro systém „kočka+kulka" dostáváme stejný problém, jako jsme měli pro samotnou „kočku". Domnívám se, že na tuto otázku „reality" máme se Stephenem fundamentálně odlišné názory. S tím pak souvisí i náš pohled na jiné problémy - jako je např. otázka, zda jsou bílé a černé díry totožné. Všechno se točí kolem faktu, že na makroskopické úrovni vnímáme pouze jeden prostoročas. Proto, alespoň mně se zdá, je nutno se rozhodnout mezi (A) a (B) - a nemám pocit, že by Stephen dostatečně čelil této otázce.

Černé a bílé díry mohou být velmi podobné v případě malých děr. Malá černá díra by emitovala velké množství *záření,* a tak by mohla vypadat jako bílá díra. Dá se také předpokládat, že malá bílá díra by mohla absorbovat velké množství záření. Ale na makroskopické úrovni se mi takovéto ztotožnění nezdá příliš vhodné; jsem přesvědčen, že zde je nutno přijít s něčím jiným.

Kvantová mechanika je známá zhruba sedmdesát let. To není příliš dlouho, pokud srovnáváme například s Newtonovou teorií gravitace. Proto by mě nepřekvapilo, kdybychom museli KM modifikovat pro makroskopické objekty.

Na začátku naší debaty Stephen prohlásil, že si myslí, že on je pozitivista a já platonik. Klidně souhlasím, že on je pozitivista, ale klíčovým momentem zde spíše je, že já jsem realista. Pokud bychom přirovnali naši debatu ke slavné diskusi Bohra a Einsteina, probíhající před asi sedmdesáti lety, Stephen by hrál roli Bohra, zatímco já bych představoval Einsteina! Jelikož i Einstein argumentoval, že by mělo existovat něco jako skutečný reálný svět, ne nutně reprezentovaný vlnovou funkcí, zatímco Bohr zdůrazňoval, že vlnová funkce nepopisuje „reálný" mikrosvět, ale pouze „znalosti" užitečné pro naši schopnost předpovídat.

Bohr byl vnímán jako vítěz této debaty. Skutečně, podle současného Paisova životopisu Einsteina (Pais 1994), po roce 1925 mohl Einstein klidně skončit s fyzikou. Opravdu je tomu tak, že již nepřišel se žádným významným krokem kupředu, i když jeho bystrá kritika byla často velmi prospěšná. Domnívám se, že Einstein nepřišel s dalším významným příspěvkem do kvantové teorie proto, že v kvantové teorii chyběla její klíčová složka. Touto chybějící součástí bylo Stephenem o padesát let později objevené záření černých děr. Je to právě ztráta informace spojená s vyzařováním černých děr, která způsobuje zásadně nový obrat.

OTÁZKY A ODPOVĚDI

Gary Horowitz (poznámka): Padlo tady několik pohrdavých poznámek o teorii strun. Přesto, že byly pohrdavé, jejich velké množství alespoň naznačuje, že teorie strun je dosti důležitá! Některé z těchto poznámek byly zavádějící a některé prostě špatné. Za prvé, teorie strun se redukuje na OTR v limitě slabých polí, a tak z ní plyne vše, co plyne z OTR. Mohla by také poskytnout lepší porozumění dějům v singularitách a vskutku se zdá, že některé nekontrolovatelné divergence byly v rámci teorie strun vyřešeny. Netvrdím, že teorie strun překonala všechny tyto problémy, ale rozhodně se jeví jako slibná cesta k jejich vyřešení.

Otázka: Zmatená otázka opět na téma kočky.

Odpověď: Roger Penrose znovu vysvětluje problém kočky.

Otázka: Mohl by se Roger Penrose dotknout otázky dekoherentních historií? Bylo ukázáno, že existuje velmi dobrá dekoherence způsobená vnějším prostředím; nerozumíme však (prozatím) dost dobře, jaký je vnitřní mechanizmus dekoherence. Může to souviset se skutečností, že by dekoherence mohla být spojena s vlastnostmi prostoročasu?

Odpověď (Penrose): V programu založeném na dekoherentních historiích je součástí formalismu něco ekvivalentního procesu redukce (R-operaci). Jedná se tak o program odlišný od kvantové mechaniky, odlišný však také od mého přístupu. Nicméně velmi zajímavé je zjištění, že by i zde mohlo být spojení se strukturou prostoročasu. Myslím, že můj přístup je bližší zmíněnému programu než Stephenově přístupu, alespoň co se týče otázky časové asymetrie.

Otázka: Chtěl bych se zeptat na entropii v myšlenkovém experimentu černé díry v kontejneru. Neporušila by časově obrácená situace druhý zákon termodynamiky?

Odpověď (Hawking): Kontejner je ve stavu s maximální entropií. Systém se pohybuje ergodicky přes všechny možné stavy, a tak se zde nejedná o žádné porušení druhého zákona.

Otázka: Bude moci být mechanizmus kvantového měření experimentálně testován?

Odpověď (Penrose): Mělo by být možné (alespoň v principu) jej experimentálně testovat. Možná bychom se měli pokusit o něco typu Leggetova experimentu se superpozicemi na velkých měřítkách. Problém takových experimentů však spočívá v tom, že vliv dekoherence způsobené okolním prostředím je obvykle mnohem větší než efekty, které bychom chtěli měřit. Proto je nutno vskutku velmi dobře izolovat zkoumaný systém. Pokud vím, tak se ještě neobjevil detailní návrh, jak konkrétně otestovat tyto myšlenky, ale bylo by to jistě velmi zajímavé.

Otázka: V inflačním modelu musí být hmota ve vesmíru velmi přesně blízká mezní hodnotě mezi rozpínajícím se a smršťujícím se vesmírem. Prozatím bylo pozorováno pouze 10 % této hmoty a hledání zbývající části mi připomíná hledání „éteru" na přelomu století. Mohli byste to komentovat?

Odpověď (Penrose): Docela mi vyhovuje současná hodnota Hubblovy konstanty a jsem spokojen s 10 % kritické hmoty ve vesmíru. Nikdy jsem ani nebyl nijak uchvácen inflačními modely. Domnívám se však, že Stephen touží po uzavřeném vesmíru zapadajícím do jeho hypotézy „bez hranic". [SWH: Ano!]

Odpověď (Hawking): Hubblova konstanta může být menší, než se tvrdí. Během posledních padesáti let klesla desetkrát a nevidím důvod, proč by neměla klesnout ještě na polovinu. To by zmenšilo množství hmoty, kterou ještě potřebujeme nalézt.

LITERATURA

Aharonov, *Y.,* Bergmann, P. a Lebowitz, J. L. 1964. Time symmetry in quantum process of measurement. V *Quantum Theory and Measurement,* ed. J. A. Wheeler a W. H. Zurek. Princeton University Press, Princeton, 1983. Původně v *Phys. Rév.* 134B, 1410-16.

Bekenstein, J. 1973. Black holes and entropy. *Phys. Rév. 'O7,* 2333-46.

Carter, B. 1971. Axisymmetric black hole has only two degrees of freedom. *Phys. Rév. Letí.* 26, 331-333.

Diósi, L. 1989. Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations. *Phys. Rév.* A40,1165-74.

Fletcher, J. a Woodhouse, N. M. J. 1990. Twistor characterization of stationary axisymmetric solutions of Einstein's equations. V *Twistor in Mathematics and Physícs,* ed. T. N. Bailey a R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Gell-Mann, M. a Hartle, J. B. 1990. V *Complexity, Entropy, and the Physics of Information.* SFI Studies in the Science of Complexity, díl 8, ed. W. Zurek. Addison-Wesley, Reading, Mass.

Geroch, R. 1970. Domain of dependence. */. Math. Phys.* 11, 437-449.

Geroch, R., Kronheimer, E. H. a Penrose, R. 1972. Ideál points in spacetime. *Proč. Roy. Soč. London* A347, 545-567.

Ghirardi, G. C., Grassi, R. a Rimini, A. 1990. Continuous-spontaneous-reduction model involving gravity. *Phys. Rév.* A42,1057-64.

Gibbons, G. W. 1972. The time-symmetric initial value problém for black holes. *Comm. Math. Phys.* 27, 87-102.

Griffiths, R. 1984. Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics. */. Stát. Phys.* 36, 219-272.

Hartle, J. B. a Hawking, S. W. 1983. Wave function of the universe. *Phys. Rév.* D28, 2960-2975.

Hawking, S. W. 1965. Occurence of singularities in open universes. *Phys. Rév. Letí.* 15, 689-690.

Hawking, S. W. 1972. Black holes in generál relativity. *Comm. Math. Phys.* 25,152-166.

Hawking, S. W. 1975. Particle creation by black holes. *Comm. Math. Phys.* 43,199-220.

Hawking, S. W. a Penrose, R. 1970. The singularities of gravitational colapse and cosmology. *Proč. Roy. Soč. London* A314, 529-48.

Hodges, A. P. 1982. Twistor diagrams. *Physica* 114A, 157-75.

Hodges, A. P. 1985. A twistor approach to the regularization of divergences *Proč Roy Soč London* A397,341-74 Též Mass eigenstates m twistor theory, ibid, 375-96

Hodges, A P 1990 Twistor diagrams and Feynman diagrams V *Twistor m Mathematics and Physics,* ed T N Bailey a R J Baston LMS Lecture Notes Senes 156 Cambridge University Press, Cambridge, U K

Hodges, A P, Pnerose, R a Singer, M A 1989 A twistor conformal field theory for four space-time dimensions *Phys Lett* B216, 48-52

Hugget, S A a Tod, K P 1985 *An Introduction to Twistor Theory* London Math Soč student texts LMS publication, Cambridge University Press, New York

Hughston, L P,Jozsa, R a Wooters, W K 1993 A complete classification of quantum ensembles havmg a given density matrix *Phys Lett* A183, 14-18

Israel, W 1967 Event horizon m static vacuum space-times *Phys Rév* 164,1776-1779

Majorána, E 1932 Atomi onentati in campo magnetico vanabile *Nuovo Cimento* 9, 49-50

Mason, L J a Woodhouse, N M J 1996 *Integrable Systems and Twistor Theory* Oxford University Press, Oxford

Newman, R P A C 1993 On the structure of conformal singulanties m classical generál relativity *Proč Roy Soč London* A443, 473-92, II, Evolution equations and a conjecture of K P Tod, ibid , 493-515

Omneš, R 1992 Consistent interpretations of quantum mechanics *Rév Mód Phys* 64,339-82

Oppenheimer, J R a Snyder, H 1929 On continued gravitational contraction *Phys Rév* 56,455-59

Pais, A 1994 Einstein Livéd Here Oxford University Press, Oxford

Penrose, R 1965 Gravitational collapse and spáče-tíme singulanties *Phys Rév Lett* 14, 57-59

Penrose, R 1973 Naked singulanties *Ann N Y Acad Sa* 224, 152-134

Penrose, R 1976 Non-Lmear gravitons and curved twistor theory *Gen Rév Grav 7,* 31-52

Penrose, R 1978 Singulanties of space-time V *Theoretical Pnnciples m Astrophysics and Relativity,* ed N R Liebowitz, W H Reid a P O Vandervoort University of Chicago Press, Chicago

Penrose, R 1979 Singularities and tíme-asymmetry V *General Relativity An Einstein Centenary,* ed S W Hawking a W Israel Cambridge University Press, Cambridge, U K

Penrose, R 1982 Quasi-local mass and angular momentům m generál relativity *Proč Roy Soč London* A381, 53-63

Penrose, R 1986 On the origms of twistor theory V *Gravitatwn and Geometry* (I Robinson Festchnft volume), ed W Rmdler a A Trautman Bibliopolis, Naples

Penrose, R 1992 Twistor as spin 3/2 charges V *Gravttation and Modem Cosmology* (P G BergmamYs 75th Birthday volume), ed A Zichichi, N de Sabbata a N Sanchez Plenům Press, New York

Penrose, R 1993 Gravity and quantum mechamcs *V General Relativity and Gravitation 1992* Sborník Třinácte mezinárodni konference o obecné relativitě a gravitaci konané v Cordobě v Argentině od 28 června do 4 července 1992, část l, plenární přednáška, ed R J Gleiser, C N Kozameh a O M Moreschi Institute of Physics Publication, Bristol a Philadelphia

Penrose, R 1994 *Shadows of the Mmd Approach to the Missing Science of Consciousness* Oxford University Press, Oxford

Penrose, R a Rindler, W 1984 *Spmors and Space-Time,* díl 1 *Tivo-Spmor Calculus and Relativistic Fields* Cambridge University Press, Cambridge

Penrose, R a Rindler, W 1986 *Spmors and Space-Time,* díl 2 *Spinor and Twistor Methods m Space-Time Geometry* Cambridge University Press, Cambridge

Rindler, W 1977 *Essential Relativity* Springer-Verlag, New York

Robinson, D C 1975 Umqueness of the Kerr black hole *Phys Rév Lett* 34,905-906

Seifert, H -J 1971 The causal boundary of space-times / *Gen ReI and Grav l,* 247-259

Tod, K P 1990 Penrose's quasi-local mass V *Twistor m Mathematics and Physics,* ed T N Bailey a R J Baston LMS Lecture Notes Senes 156 Cambridge University Press, Cambridge, U K

Ward, R S 1977 On self-dual gauge fields *Phys Lett* 61A, 81-82

Ward, R S 1983 Stationary and axi-symmetric spacetimes *Gen ReI Grav* 15,105-9

Woodhouse, N M J a Mason, L J 1988 The Geroch group and non-Hausdorff twistor spaces *Nonhneanty* l, 73-114

Stephen Hawking a Roger Penrose

POVAHA PROSTORU A ČASU

Z anglického originálu The nátuře of spáče and time, vydaného nakladatelstvím Princeton University Press v roce 1996, přeložil Mgr. Pavel Krtouš, Ph.D.

Vydala Academia,
nakladatelství Akademie věd České republiky
Legerova 61,120 OO Praha 2

Předmluva k českému vydání napsal prof. RNDr. Jiří Bičák, DrSc.
Obálku navrhl Rudolf Šmíd
Redaktorka publikace Jitka Zykánová
Technická redaktorka Lenka Salačová

Vydání !.,Praha 2000
Ed. číslo 1555

Sazba a tisk ŠERIFA®, s. r. o., Jinonická 80, Praha 5

ISBN 80-200-0745-8