

Fyzika jádra, elementárních částic a fundamentálních interakcí

Obsah

1	Historický úvod	3
2	Struktura a vlastnosti jader	4
2.1	Označování a klasifikace jader	4
2.2	Stabilita jader	5
2.3	Vazebná energie jader	5
2.4	Základní stavební kameny jader: proton a neutron	5
2.4.1	Proton (jádro atomu H)	5
2.4.2	Neutron	6
2.5	Měření hmotností jader - hmotnostní spektroskopie	8
2.6	Separace a obohacování izotopů	8
2.7	Spin jader	10
2.8	Jaderná magnetická rezonance (NMR)	10
2.9	Měření magnetického momentu jader	11
2.10	Rozměry jader	12
3	Jaderné modely	13
3.1	Kapkový model	13
3.2	Slupkový model	14
3.3	Vibrace a rotace jader	15
3.3.1	Vibrace jader	15
3.3.2	Rotace jader	15
4	Radioaktivita	16
4.1	α -rozpad	16
4.2	β -rozpad	17
4.2.1	Problém elektronového neutrina	17
4.3	γ -rozpad	18
4.4	Vnitřní (elektronová) konverze	18
4.5	Aplikace radioaktivity	19
5	Jaderné reakce	21
5.1	Účinný průřez σ	21
5.1.1	Statistický charakter interakce dopadajících částic s terčíkovými jádry	22
5.2	Klasifikace jaderných reakcí	22
5.3	Mechanismy jaderných reakcí	24
5.4	Aplikace jaderných reakcí	24
5.4.1	Jaderné analytické metody	24
5.4.2	Objevy transuranů	25
5.4.3	Vznik prvků ve vesmíru (nukleosyntéza)	25

5.5	Zdroje energie	28
5.5.1	Jaderné reaktory	28
5.5.2	Termojaderná fúze	28
6	Fyzika elementárních částic a fundamentálních interakcí	29
6.1	Přehled elementárních částic	29
6.2	Teoretické představy o interakcích elementárních částic	29
6.2.1	Kvantová chromodynamika (QCD) – teorie silné interakce	30
6.2.2	Kvantová elektrodynamika (QED) – teorie elektromagnetické interakce	30
6.2.3	Standardní model – jednotná teorie elektromagnetické a slabé interakce	30
6.2.4	Narušení základních symetrií ve slabých interakcích	31
6.2.5	Teorie velkého sjednocení (GUT – Grand unification theories)	31
6.2.6	Supersymetrické teorie	32
6.2.7	Asymetrie baryonů ve vesmíru	32
6.2.8	Srovnání síly interakcí kvarků v protonu	32
6.2.9	Gravitační interakce	32
6.2.10	Kosmologie	34
7	Urychlovače a detektory	35
7.1	Lineární urychlovače	35
7.2	Kruhové urychlovače	35
7.3	Collidery	35
7.4	Detektory v jaderné fyzice a fyzice elementárních částic	36

1 Historický úvod

- **1896** Francouzský fyzik Henri Becquerel si odložil na krabici s fotografickými papíry kus smolince (uranin UO_2). Po vyvolání zjistil, že papíry zčernaly. Objevil tak doposud neznámé záření vycházející z atomového jádra U.
- **1898** Manželé Curieovi nazvali toto záření radioaktivním. V témže roce separovali několik setin gramu nového prvku, jenž vyzařoval částice α , a nazvali jej polonium.
- **1900** Ernst Rutherford zjistil, že existují 3 složky radioaktivního záření α , β , γ (podrobně se jim budeme věnovat v kapitole Radioaktivita).
- **1903** J.J. Thomson navrhl první model atomu: V celém objemu atomu je spojitě rozložený kladný náboj, ve kterém plavají elektrony. Elektrostatické síly mezi kladným nábojem a elektrony jsou vykompenzovány. Pro tento model je ujal název pudinkový.
- **1905** Albert Einstein publikoval článek O elektrodynamice pohybujících se těles - první článek o speciální teorii relativity. Předpovědi speciální teorie relativity byly potvrzeny při měření dob života elementárních částic, při studiu jejich interakcí i jaderných reakcí.
- **1911** E. Rutherford pozoroval, že se α částice na zlaté fólii rozptylují i na úhly větší než 90° . V Thomsonově modelu atomu je rozptyl na velké úhly velmi málo pravděpodobný. Rutherford navrhl nový model atomu: Kladně nabitě jádro je asi 10^{-5} krát menší než klasický poloměr atomu. Náboj jádra a počet elektronů, které kolem něj obíhají, je roven Z .
- **1916** A. Einstein publikuje práci Základy obecné teorie relativity - teorii gravitace, která dominuje v makroskopickém měřítku ve vesmíru.
- **1922** A. Fridman navrhl model rozpínajícího se vesmíru. Poprvé použil obecnou teorii relativity na celý vesmír jako fyzikální objekt. Položil tak základy současné kosmologie.
- **1925** Werner Heisenberg publikoval článek o kvantové mechanice. Nepoužívá pojem vlnová funkce, ale pracuje s maticemi (operátory), jejich vlastními vektory a vlastními čísly. Proto se Heisenbergova kvantová mechanika nazývá maticová. Kvantová mechanika je podstatná pro správný popis mikrosvěta.
- **1925** Erwin Schrodinger publikoval alternativní kvantovou mechaniku s diferenciálními rovnicemi a vlnovými funkcemi. Ukázal také, že jeho teorie je identická s Heisenbergovou.
- **1928** Paul A.M. Dirac formuluje relativistickou kvantovou mechaniku pro elektron. Z této teorie přirozeně dostáváme spin elektronu.
- **1930** Lawrence navrhl princip cyklotronu, prvního kruhového urychlovače nabitých částic.
- **1932** C. D. Anderson objevil v kosmickém záření první antičástici - pozitron.
- **1932** Chadwick objevil neutron, jeden ze dvou základních kamenů atomových jader.
- **1932** Urey objevil těžký vodík.
- **1934** Enrico Fermi zjistil, že při bombardování uranu neutrony vznikají nové radioaktivní prvky. Pro vyvolání reakce byly zvlášť vhodné pomalé neutrony.
- **1935** H. Yukawa předpověděl existenci nových částic s krátkou dobou života, mezonů, které zprostředkovávají interakci protonů a neutronů v atomovém jádře.
- **1936** J.I. Frenkel navrhl kapkový model jádra, později propracovaný Nielsem Bohrem.
- **1938** O. Hahn, L. Meitnerová, F. Strassmann objevili štěpení uranu neutrony.
- **1940** K.A. Petržak a G. N. Flerov objevil spontánní štěpení uranu.
- **1942** (2. prosince) Pod vedením E. Fermiho se na univerzitě v Chicagu uskutečnila první řízená jaderná řetězová reakce v jaderném reaktoru.
- **1945** 16. července proběhl pokusný výbuch první jaderné bomby v Alamogordo v Novém Mexiku, následovaly uranová bomba nad Hirošimou (6. srpna) a plutoniová bomba nad Nagasaki (9.8.).
- **1948** M. Goepfertová-Mayerová a H. Jensen navrhli slupkový model atomového jádra. Ukázali na důležitou roli spin-orbitální interakce v jádře
- **1949** R. P. Feynman, J. Schwinger a Tomonaga vytvořili kvantovou teorii elektromagnetického pole.

- **1951** Byl I.J. Tammem navržen první TOKAMAK - zařízení na uchování horké plazmy, ve které by mělo docházet k řízené termonukleární reakci, slučování deuteria a tritia spojené s uvolněním značného množství energie.
- **1952** A. Bohr a B. Mottelson popsali ve svém modelu rotace a vibrace atomových jader.
- **1961** M. Gell-Mannovi se podařila klasifikace elementárních částic, jejichž počet se velice rozrostl (1932: 3, 1947: 14, 1955: 30, 1969 asi 200). Vedla k objevu ještě elementárnějších částic - kvarků.
- **1964** Arno A. Penzias a Robert W. Wilson objevili reliktové záření, které předpovídá současná teorie vzniku vesmíru, teorie velkého třesku.
- **1967** S. Weinberg, A. Salam a S. Glashow vytvořili první teorii sjednocující dvě základní interakce elementárních částic, elektromagnetickou a slabou (tzv. standardní model).
- **1982** C. Rubbia objevil na urychlovači (collideru) v CERNu částice zprostředkující elektroslabou interakci, W a Z bosony.
- **1986** Došlo k výbuchu v jaderné elektrárně v Černobylu.
- **1991** V anglickém Abingdonu se podařilo získat 2 MW z termojaderné fúze trvající asi 2 s.
- **1995** Na collideru ve Fermilabu u Chicaga byl objeven poslední (šestý) chybějící kvark t . Tím bylo zaplněno poslední chybějící místo v současném klasifikačním schématu elementárních částic.
- **1995** V CERNu bylo připraveno několik atomů antivodíku.

2 Struktura a vlastnosti jader

Původní představa (20. léta 20. stol.) o složení atomových jader vycházela z tehdy známých elementárních částic: protonu P a elektronu e^- . Podle ní se jádra skládají pouze z protonů a elektronů, např. ${}^4\text{He}$ by se mělo skládat ze 4 protonů a 2 elektronů, čímž je vysvětlen náboj jádra i jeho hmotnost přibližně rovná hmotnosti 4 protonů (hmotnost elektronů můžeme zanedbat). Tato představa byla podporována i pozorováním β -rozpadu některých jader, při kterém jsou emitovány elektrony.

Uvedeme si dva argumenty proti této představě:

1. Pokud by byl deutron (těžký vodík – ${}^2\text{H}$ nebo D – s přibližně dvojnásobnou hmotností než ${}^1\text{H}$) složen ze 2 protonů a 1 elektronu (proton i elektron mají spin $\frac{1}{2}$), částice složená z jejich lichého počtu musí mít polocíselný spin, experiment ale dává hodnotu spinu deutronu 1.
2. Magnetický moment protonu μ_p je asi 15% magnetického momentu elektronu μ_{e^-} . Pokud by uvedený model platil, byl by magnetický moment jader srovnatelný s magnetickým momentem elektronu. Experiment ale ukazuje, že magnetické momenty jader jsou srovnatelné s magnetickým momentem protonu.

Tyto rozpory vedly Heisenberga (1932) k formulaci hypotézy, podle které jsou jádra složena z kladně nabitých protonů a přibližně stejně těžkých neutrálních částic – neutronů n . Tato hypotéza byla plně experimentálně potvrzena.

2.1 Označování a klasifikace jader

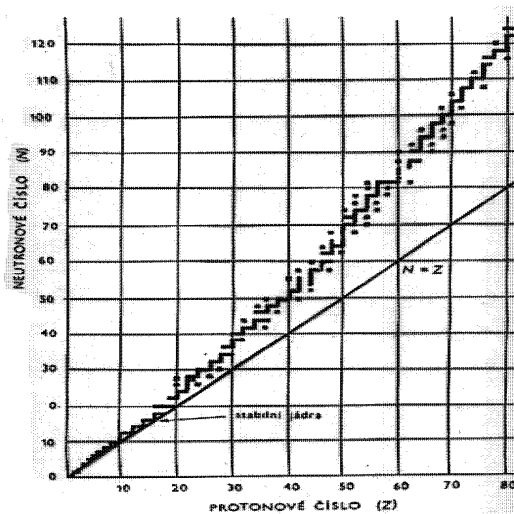
Jádra označujeme symbolem ${}^A_Z\text{X}_N$, kde X je symbol pro prvek z Mendělejevovy tabulky, A hmotnostní číslo (počet nukleonů), Z atomové (protonové) číslo (počet protonů), N neutronové číslo (počet neutronů), $A = Z + N$.

Podle Z , A , N rozlišujeme **izotopy** (stejně Z), **izobary** (stejně A) a **izotony** (stejně N). Zrcadlová jádra mají stejné A a vzájemně prohozené hodnoty N a Z .

Izoméry jsou jádra, která mohou existovat ve vzbuzeném stavu delší dobu (ms a déle).

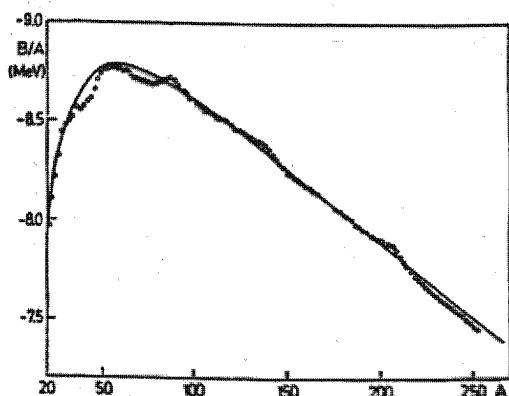
Dále jádra rozdělujeme na stabilní a nestabilní, sudo-sudá (Z i N sudé), lichá (buď Z nebo N liché) a licho-lichá (Z i N liché), sférická a deformovaná.

2.2 Stabilita jader



Obr. 1: Neutron-protonový diagram pro stabilní nuklidy.

2.3 Vazebná energie jader



Obr. 2: Vazebná energie na nukleon, B/A jako funkce počtu A nukleonů.

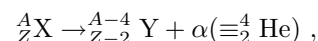
Na obr. 2 vidíme graf závislosti vazebné energie na nukleon $B(Z, N)/A$ na počtu nukleonů A . Tato závislost není konstantní. Důsledkem je možnost získávat energii štěpením těžkých jader (jaderné elektrárny) nebo fúzí lehkých jader (ve stadiu výzkumu).

2.4 Základní stavební kameny jader: proton a neutron

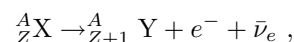
2.4.1 Proton (jádro atomu H)

- hmotnost protonu $m_p = (938.27231 \pm 0.00028) \text{ MeV}/c^2$
- náboj protonu $q_p = (1.60217733 \pm 0.00000049)10^{-19} \text{ C}$
- spin protonu $s_p = \frac{1}{2}\hbar$

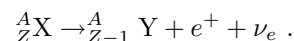
Na obr. 1 máme zachycena stabilní jádra (nuklidy). Oblast stabilních jader se nazývá údolí stability. Posun údolí oproti $N = Z$ do oblasti $N > Z$ je důsledkem elektrostatického odpuzování protonů. Neexistují stabilní nuklidy se $Z = 43, 61, N = 19, 35, 39, 45, 61, 89, 115, 126$ nebo s $A = Z + N = 5$ nebo 8 . Všechny nuklidy se $Z > 83, N > 126$ a $A > 209$ jsou nestabilní. Rozpadají se α -rozpadem:



β^- -rozpadem:



a β^+ -rozpadem:



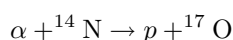
Pro hmotnost jader $M(Z, N)$ platí:

$$M(Z, N) = Zm_p + Nm_n - B(Z, N)/c^2,$$

kde $B(Z, N)$ je vazebná energie jádra, m_p hmotnost protonu a m_n hmotnost neutronu. Z experimentu vyplývá, že $B(Z, N)$ je přímo úměrná celkovému počtu nukleonů A , $B(Z, N)/A \approx 8 \text{ MeV}$. Z toho plyne, že jaderné síly, které působí mezi nukleony mají krátký dosah. Pokud by měly dlouhý dosah, byla by jejich vzájemná interakce úměrná počtu interagujících nukleonů:

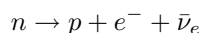
$$\binom{A}{2} = \frac{A(A-1)}{2}.$$

- parita protonu $\pi = +1$ (definuje se)
- magnetický moment protonu $\mu_p = (2.79284739 \pm 0.00000006)\mu_N$, kde jaderný magneton $\mu_N = (3.15245166 \pm 0.00000028) \text{ MeV T}^{-1}$ je jaderný magneton. K měření magnetického momentu protonu lze použít např. Rabiho metodu molekulových svazků, kdy jsou vykompenzovány orbitální a spinové magnetické momenty elektronů (pro měření se tedy používá H_2).
- Proton je stabilní. Existují teorie, které předpovídají jeho rozpad (zmíníme se o nich později). Současná experimentální mez pro střední dobu života protonu je 10^{25} let a pro určité typy rozpadů dokonce 10^{32} let.
- objev protonu:
 1. Při vylučování H^+ na elektrodě se změřilo množství H^+ a celkový prošlý náboj. Zjistilo se, že náboj H^+ je stejně velký jako náboj elektronu, ale opačný.
 2. V katodové trubici s elektrickým a magnetickým polem bylo možno určit podíl q_p/m_p .
 3. Při jaderných reakcích se z jader uvolňovaly částice se stejnou hodnotou q_p/m_p (možno zjistit v magnetickém poli - viz princip hmotnostního spektrometru), např.:



2.4.2 Neutron

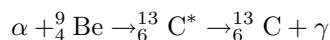
- hmotnost neutronu $m_n = (939.56563 \pm 0.00028) \text{ MeV}$
- náboj neutronu $q_n = (-0.4 \pm 1.1)10^{-21} \text{ e}$, tj. neutron je neutrální
- spin neutronu $s_n = \frac{1}{2}\hbar$
- parita neutronu $\pi_n = +1$ (definuje se)
- magnetický moment neutronu $\mu_n = (-1.9130427 \pm 0.0000005)\mu_N$
- střední doba života neutronu $\tau_n = (889.1 \pm 2.1) \text{ s}$ (poločas rozpadu asi 12 min), rozpadá se na:



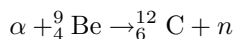
což lze, protože $m_n > m_p + m_{e^-}$.

- objev neutronu (Chadwick, 1932):

Chadwick musel ukázat, že hypotetická částice neutron je odlišná od doposud jediné známé neutrální částice – fotonu. Pozoroval vznik neutrálních částic v následující interakci:



(pokud to vznikaly fotony) nebo



(pokud to vznikaly dosud neznámé neutrální částice – neutrony). Neutrální částice se pak rozptylovaly na náplni mlžné komory (protonech nebo jádrech dusíku).

Příklad 1:

Foton se zpětně odrazil na protonu, který je v klidu. Rychlost odraženého protonu $v'_p = 3.2 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$. Určete energii E_γ fotonu před srážkou. Předpokládejte pružnou srážku.

Řešení:

Vyjdeme ze zákonů zachování energie a hybnosti:

$$E_\gamma = E'_\gamma + E_{k_p} = E'_\gamma + \frac{1}{2} m_p v_p'^2 ,$$

$$p_\gamma = -p'_\gamma + p'_p ,$$

což lze přepsat:

$$E_\gamma = -E'_\gamma + p'_p c = -E'_\gamma + m_p v'_p c .$$

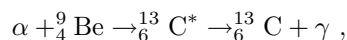
E'_γ je energie fotonu po srážce, p'_p hybnost protonu po srážce. Po úpravě dostáváme:

$$E_\gamma = \frac{1}{2} m_p v'_p \left(\frac{1}{2} v'_p + c \right) = 53 \text{ MeV} .$$

Dostáváme tedy, že energie fotonu před srážkou je 53 MeV.

Příklad 2:

Předpokládejte vznik fotonu v následující interakci



kde α -částice a ${}^9_4\text{Be}$ se srážejí v klidu. Spočítejte energii E_γ .

Řešení:

Ze zákona zachování energie plyne:

$$E_\gamma = (m_\alpha + m_{{}^9_4\text{Be}} - m_{{}^{13}_6\text{C}}) c^2 = 11 \text{ MeV} .$$

Energie fotonu E_γ nám vyšla mnohem menší než jakou by měl mít na základě Př. 1. Hypotéza o vzniku fotonu v interakci je tedy vyvrácena. Musíme přijít s novou hypotézou: V interakci vzniká doposud neznámá neutrální částice, neutron, přibližně stejně těžká jako proton. Tento závěr souhlasí s experimentálními pozorováními rozptylu neutronů na protonem a jádrech dusíku ${}^{14}_7\text{N}$.

Příklad 3:

Určení hmotnosti neutronu. Předpokládejme pružnou srážku neutronu s protonem nebo jádrem dusíku ${}^{14}_7\text{N}$, které jsou v klidu. Srážka probíhá v přímce. Na základě známých hmotností jádra dusíku m_N a protonu m_p , známých rychlostí jader dusíku v'_N a protonu v'_p po srážce s neutronem, určete hmotnost neutronu m_n .

Řešení:

Zákon zachování kinetické energie:

$$m_n v_n^2 = m_n v_n'^2 + m_X v_X'^2 \quad \rightarrow \quad m_n (v_n^2 - v_n'^2) = m_X v_X'^2 ,$$

zákon zachování hybnosti:

$$m_n v_n = m_n v_n' + m_X v_X' \quad \rightarrow \quad m_n (v_n - v_n') = m_X v_X'$$

($X = p$ nebo N , v_n je počáteční rychlost neutronu). Rovnice podělíme a dostaneme:

$$v_X' = v_n + v_n' .$$

Nakonec:

$$2m_n v_n = (m_n + m_p) v'_p ,$$

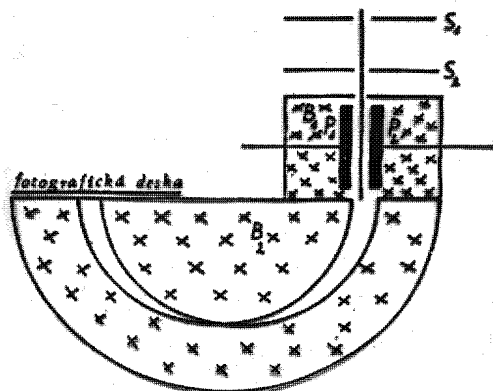
$$2m_n v_n = (m_n + m_N) v'_N = (m_n + m_p) v'_p .$$

Můžeme tedy vyjádřit m_n :

$$m_n = \frac{m_N v'_N - m_p v'_p}{v'_p - v'_N}$$

2.5 Měření hmotností jader - hmotnostní spektroskopie

Na obr. 3 máme schematicky znázorněn Bainbridgeův spektrograf. Do spektrografu vstupují jádra, tedy kladně nabití ionty, na které působí síla v elektrickém a magnetickém poli (viz Fyzika II).



Obr. 3: Bainbridgeův spektrograf.

Skládá se z rychlostního filtru (navzájem kolmá homogenní pole elektrické s intenzitou E a magnetické s indukcí B_1 , které vybírají ze svazku ionty s určitou rychlostí $v = E/B_1$, která je kolmá na E i B . Ionty pak vstupují do homogenního magnetického pole o indukcí B_2 s touto rychlostí. V něm se pohybují po kruhových drahách o různém poloměru R , ze kterého můžeme určit jejich hmotnost m podle vztahu:

$$m = \frac{ZeRB_2}{v} = \frac{ZeRB_1B_2}{E} ,$$

Ze je náboj iontů, poloměr R určíme z místa dopadu na fotografickou desku.

Hmotnostní spektrograf lze rovněž využít k určování izotopového složení prvků. Vzhledem k různým hmotnostem jsou dráhy jednotlivých izotopů a tím i místa jejich dopadu na fotografickou desku prostorově odděleny. Procentní zastoupení izotopu stanovíme na základě intenzity zčernání fotografické desky místě dopadu. Moderní spektrografy nevyužívají fotografické emulze, ale polohově citlivé detektory, které přímo počítají dopadající izotopy. Pro zvýšení citlivosti je třeba používat mnohem složitější spektrografy s komplikovanějšími poli E a B .

2.6 Separace a obohacování izotopů

V přírodě existuje asi 270 stabilních izotopů, z toho 20 monoizotopických prvků. 60 % jader je sudo-sudých, 38 % lichých a 1.5 % licho-lichých (${}^2_1\text{H}$, ${}^3_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{14}_7\text{N}$, ${}^{40}_{19}\text{K}$, ${}^{170}_{69}\text{Tm}$, ${}^{176}_{71}\text{Lu}$, ${}^{180}_{73}\text{Ta}$). Všechny monoizotopické prvky jsou licho-sudé (s výjimkou ${}^9_4\text{Be}$). Izotopické poměry kolísají mezi 0.0001:99.9998 pro ${}^3_2\text{He}$: ${}^4_2\text{He}$ a 49.5:50.5 pro ${}^{81}_{35}\text{Br}$: ${}^{79}_{35}\text{Br}$. Tyto poměry zůstávají v přírodě konstantní se dvěma výjimkami:

1. Zastoupení nestabilních izotopů se mění díky jejich rozpadu.
2. Ve vodě jsou zastoupeny i izotopy D (${}^2_1\text{H}$) a ${}^{18}_8\text{O}$, jejichž zastoupení v jednotlivých fázích (voda, pára, sníh, led) se mění díky fázovým přechodům (např. ${}^1_1\text{H}$ se rychleji odpařuje, protože je lehčí).

Uvažme plynnou směs H_2 a D_2 při určité teplotě. H_2 i D_2 mají tedy stejnou střední kinetickou energii:

$$\frac{1}{2} m_H \overline{v_H^2} = \frac{1}{2} m_D \overline{v_D^2} ,$$

a tedy vzhledem k různým hmotnostem i různé střední kvadratické rychlosti.

Izotopy, atomy či molekuly stejné chemické sloučeniny s odlišným izotopickým složením se liší svou hmotností. To má za následek různé chování při difúzi, různou tepelnou vodivost, viskozitu, adsorpci, tlak nasycených par a hustotu, rovnovážné a rychlostní konstanty chemických reakcí, odlišné chování v gravitačním, elektrickém a magnetickém poli, index lomu, izotopický posuv v elektronových spektrech atomů či odlišná vibrační molekulová spektra. V následující tabulce máme uvedeny pro srovnání některé fyzikální veličiny pro normální (H_2O) a těžkou (D_2O) vodu:

Tabulka 1: Srovnání H_2O a D_2O .

Parametr	H_2O	D_2O
hustota [kg m^{-3}] při 20°C	998.2	1105
bod mrazu [$^\circ\text{C}$]	0.000	3.82
bod varu [$^\circ\text{C}$]	100	101.42
maximální hustota při teplotě [$^\circ\text{C}$]	3.98	11.6
index lomu	1.333	1.328

Těchto odlišných vlastností můžeme využít při separaci izotopů. Uvedeme přehled základních metod separace:

1. *elektromagnetická* – v hmotnostním spektrometru, výhodou je vysoká izotopová čistota, nevýhodou malá výtěžnost ($10^{-11} \text{ kg h}^{-1} \div 10^{-6} \text{ kg h}^{-1}$) a velké ztráty.
2. *difúzní* – do levé poloviny nádoby rozdělené pórovitou (difúzní) přepážkou vstříkujeme izotopovou směs k separaci. Lehčí molekuly mají vyšší střední kvadratickou rychlost, častěji narážejí na přepážku, a tedy i častěji procházejí. V pravé polovině nádoby tak dostáváme obohacenou směs o lehčí izotop a v levé polovině nádoby naopak o těžší izotop. Obohacení závisí na poměru hmotností izotopů a je velmi malé. K výraznému obohacení je nutný dlouhý řetězec obohacovacích nádob (článků). Tato metoda se používá při průmyslové separaci ${}_{92}^{235}\text{U}$, který slouží jako palivo v jaderných elektrárnách. V přírodním uranu je 99.3% ${}_{92}^{238}\text{U}$ a jen 0.7% ${}_{92}^{235}\text{U}$. K separaci se používá plynný UF_6 , k obohacení o 0.2 % je třeba 2160 difúzních článků. Pro palivo do jaderných elektráren je třeba obohacení obvykle na 10%.
3. *termodifúze* – horní stěna nádoby je udržována na vyšší teplotě než dolní, lehčí molekuly stoupají vzhůru do míst s vyšší teplotou, těžší molekuly klesají dolů do míst s nižší teplotou.
4. *frakční destilace* – využívá různého tlaku nasycených par, plyn se obohacuje o lehčí složku, kapalina o těžší.
5. *elektrolýza* – pohyblivost iontů je přímo úměrná jejich hmotnosti, na katodě se vylučují snáze lehčí ionty, v elektrolytu zůstávají těžší ionty.
6. *odpařování* – snáze se odpařuje lehčí složka.
7. *reakční rychlost* – závisí na hmotnosti.
8. *mechanické odstředování* – využívá rozdíl hmotností. Odstředivá síla působící na těžší složku je vyšší, v odstředivce tedy těžší složka převažuje ve větších vzdálenostech od osy otáčení. V praxi bývá tato metoda kombinována s termodifúzí.
9. *laser* – jde o novou perspektivní metodu, o které se předpokládá, že se bude v příštím století využívat k obohacování uranu. Využívá různé vibrační frekvence ${}^{235}\text{UF}_6$ a ${}^{238}\text{UF}_6$. Plynný UF_6 je ochlazen, takže zkapalní, poté osvětlen laserovým paprskem s energií přesně nastavenou tak, aby disociovala pouze ${}^{235}\text{UF}_6$ na ${}^{235}\text{UF}_5$, což je prášek, který je možno odfiltrovat.

2.7 Spin jader

Známý sodíkový dublet (světlo pouličních zářivek) je příkladem jemné struktury spektrálních čar atomů. Díky spin-orbitální interakci¹ se hladina $3P_{3/2}$ v sodíku rozštěpí podle celkového momentu hybnosti elektronu $j = l \pm 1/2$ ($l = 1$) na $3P_{1/2}$ a $3P_{3/2}$. Při přechodu elektronu ze stavu $3P_{1/2}$ do stavu $3S_{1/2}$ se emituje foton o vlnové délce 589.5930 nm (čára D_1) a při přechodu ze stavu $3P_{3/2}$ do stavu $3S_{1/2}$ foton o vlnové délce 588.9963 nm (čára D_2).

V roce 1928 pozorovali Terenin a Dobrecov rozštěpení sodíkových čar D_1 a D_2 . D_1 byla rozštěpena o 0.0023 nm a D_2 o 0.0021 nm. Toto rozštěpení je způsobeno spinem jádra a nazývá se hyperjemná struktura spektrálních čar atomů. V případě sodíku dominuje rozštěpení hladiny $3S_{1/2}$ (rozštěpení $3P_{1/2}$ a $3P_{3/2}$ je 10 krát menší a lze je zanedbat). Výsledný moment hybnosti J (spin) atomu dostaneme složením momentu hybnosti elektronu v příslušném stavu ($3S_{1/2}$) a spinu I jádra: $J = I \pm 1/2$. Rozštěpení způsobuje spin-spinová interakce mezi momentem hybnosti (spinem) elektronu a spinem jádra. Jazykem klasické fyziky bychom řekli, že je způsobeno interakcí momentu hybnosti s magnetickým polem jádra (pole proudové smyčky).

Spin jádra ^{23}Na (sodík je monoizotopický prvek) určíme z poměru intenzit přechodů z jednoho stavu do stavů se spinu $J = I + 1/2$ a $J = I - 1/2$. Stav se spinem $J = I + 1/2$ je degenerován podle projekce spinu do osy z , stejnou energii má $2J + 1 = 2I + 2$ a v př. $J = I - 1/2$ $2J + 1 = 2I$ stavů. Poměr intenzit i je pak dán

$$i = \frac{2I + 2}{2I} = 1 + \frac{1}{I}.$$

Experiment dává $i = 1.7$, tedy $I = 3/2$ (v jednotkách \hbar).

2.8 Jaderná magnetická rezonance (NMR)

(NMR = Nuclear Magnetic Resonance)

S její pomocí určujeme hustotu určitých jader (především protonů) v látce. Zde se pouze stručně seznámíme se základním principem NMR.

Uvažme proton v homogenním magnetickém poli B_0 . Proton má spin $1/2 \hbar$, a tedy i magnetický moment

$$\mu = g \frac{e}{2m} s = g \frac{e}{2m_p} \cdot \frac{1}{2} \hbar = \frac{1}{2} g \mu_N,$$

kde g je gyromagnetický poměr (pro proton $g = 5.5856948$). Projekce magnetického momentu μ_z do směru pole může nabývat dvou hodnot:

$$\mu_z = \pm \frac{1}{2} g \mu_N.$$

Potenciální energie E_p magnetického momentu $\vec{\mu}$ v magnetickém poli \vec{B}_0 je

$$E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0 = -\mu_z B_0.$$

Dojde tedy k rozštěpení energetických hladin protonu podle hodnot projekce spinu do směru pole B_0 :

$$E_{+1/2} = -\frac{1}{2} g \mu_N B_0, \quad E_{-1/2} = +\frac{1}{2} g \mu_N B_0,$$

¹Spin-orbitální interakce je interakcí mezi orbitálním momentem hybnosti \vec{l} a spinovým momentem hybnosti \vec{s} elektronu. Spin-orbitální interakci dostaneme přirozeným způsobem, započteme-li relativistické efekty (např. pro atom vodíku řešíme tzv. Diracovu rovnici). Spin-orbitální interakce je úměrná $\vec{l} \cdot \vec{s} = [(\vec{l} + \vec{s})^2 - l^2 - s^2]/2 = [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]/2$, kde $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ je celkový moment hybnosti elektronu. Jelikož spinový moment hybnosti (spin) elektronu je roven $1/2$, podle kvantových pravidel skládání momentu hybnosti ($|l - 1/2| \leq j \leq l + 1/2$) nabývá j dvou hodnot $l - 1/2$ a $l + 1/2$. Pro spektroskopické označování elektronových hladin v atomech používáme následující konvenci: Nl_j , kde N je hlavní kvantové číslo.

$$\Delta E = E_{-1/2} - E_{+1/2} = g\mu_N B_0 ,$$

kde ΔE je energie přechodu mezi hladinami.

Nechť na dolní hladině se nachází $N_{+1/2}$ protonů, pak je podle kinetické teorie na horní hladině při teplotě T $N_{-1/2} = N_{+1/2} \exp(-\Delta E/kT)$ protonů. Jsou tedy nestejně obsazeny. Přechody mezi hladinami můžeme indukovat vysokofrekvenčním magnetickým polem B_1 kolmým k poli B_0 . Podmínka rezonance (nejvíce přechodů) je:

$$\hbar\omega_L = g\mu_N B_0 ,$$

frekvence ω_L se nazývá Larmorovská.

Výše uvedené platí jen pro volné protony. Ve skutečnosti jsou protony v atomech vodíku a pole B_0 je stíněno elektronovým obalem. V podmínce pro rezonanci je třeba B_0 nahradit efektivním polem $B_{ef} = B_0(1 - \sigma)$, kde σ je stínění (vliv atomárních elektronů, chemické vazby, okolí). V př. atomu H je $\sigma = 10^{-5}$. Pomocí NMR můžeme tedy také studovat různé chemické vazby, tj. různou chemickou strukturu, která se projevuje v posunu rezonance.

2.9 Měření magnetického momentu jader

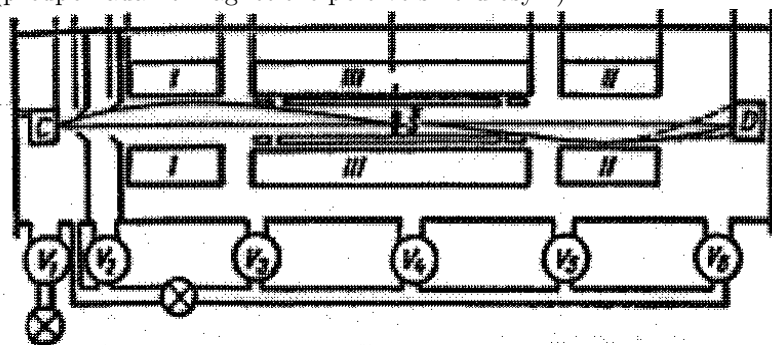
K měření se využívá Rabiho metoda molekulárních svazků. Jde o molekuly v základním (s -)stavu s vykompenzovanými magnetickými momenty elektronových obalů. Tehdy se mohou projevit magnetické momenty jader. Potenciální energie E_p magnetického momentu $\vec{\mu}$ v magnetickém poli \vec{B} je dána vztahem:

$$E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} .$$

Je-li magnetické pole nehomogenní, působí na magnetický moment síla ve směru gradientu magnetické indukce:

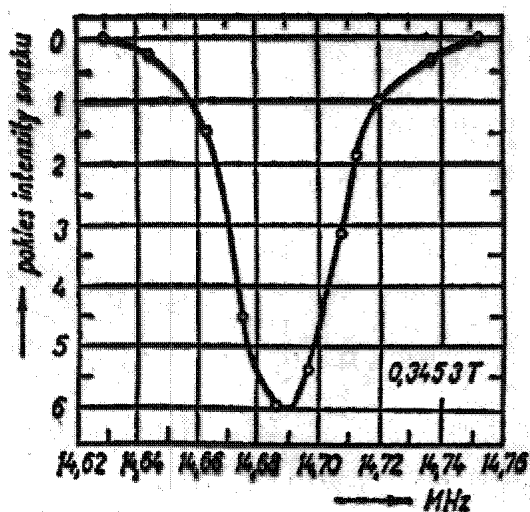
$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z}$$

(předpokládáme magnetické pole ve směru osy z).



Obr. 4: Schéma Rabiho metody měření magnetického momentu jader.

Na obr. 4 máme experimentální uspořádání k měření magnetického momentu jader Rabiho metodou. V oblasti I má B směr nahoru a $\partial B/\partial z$ směr dolů, v oblasti II B i $\partial B/\partial z$ mají směr nahoru. Pole i gradienty v oblastech I a II mají stejnou velikost.



Obr. 5: Rezonanční křivka pro svazek KOH.

Pokud tedy v oblasti III nedojde ke změně magnetického momentu, do detektoru D dopadají všechny molekuly. V oblasti III je silné homogenní magnetické pole B_0 , které roztrhne vazbu mezi magnetickými momenty jader a elektronových obalů, a slabé kolmé vysokofrekvenční magnetické pole B_1 , které indukuje přechody do stavů s odlišným magnetickým momentem, což má za následek změnu trajektorie v oblasti II, a tyto molekuly se do detektoru D nedostanou. V detektoru tedy zaznameneáme pokles intenzity svazku molekul pro Larmorovskou rezonanční frekvenci ω_L (viz obr. 5). Na obr. 5 máme rezonanci pro svazek KOH, z níž je možno určit magnetický moment protonu.

2.10 Rozměry jader

Příklad 4:

Rutherford bombardoval α -částicemi s maximální energií $E_k = 7.7$ MeV tenkou zlatou fólií a pozoroval rozptýlené α -částice. Na jakou nejmenší vzdálenost r_{min} k jádru Au se α -částice přiblížily?

Řešení:

α -částice s nábojem $Q_\alpha = 2e$ a jádro Au s nábojem $Q_{Au} = 79e$ na sebe působí odpudivou elektrostatickou silou. Ze zákona zachování energie dostaneme:

$$E_k = E_p = k \frac{Q_\alpha Q_{Au}}{r_{min}} .$$

Tedy

$$r_{min} = \frac{kQ_\alpha Q_{Au}}{E_k} = 3 \cdot 10^{-14} \text{ m} .$$

Jelikož Rutherford nepozoroval odchylky od elektrostatického rozptylu na bodovém jádře zlata, musí být poloměr jádra zlata menší než r_{min} .

Později byly α -částice urychleny na energie vyšší než 7.7 MeV a pronikly do vzdálenosti od středu jádra Au menší, než je jeho poloměr. Zde nad elektrostatickou interakcí dominuje silná jaderná interakce mezi nukleony α -částice a jádra Au. Při rozptylu α -částic pozorujeme odchylky od elektrostatického (Rutherfordova) rozptylu. Tak bylo možno určit rozměr jádra.

Další metody určování rozměrů jader:

- rozptyl neutronů na jádrech,
- rozptyl elektronů na jádrech ($E_k = 1$ GeV, de Broglieho vlnová délka $\lambda = h/p = 1.2$ fm),
- spektra mionových atomů (elektron je nahrazen mionem, částic se stejnými vlastnostmi jako e^- ale větší hmotností: $m_{\mu^-} = 207m_{e^-}$. Pro olovo ($Z = 82$) je poloměr 1. Bohrovy dráhy $r = \hbar^2/mkZe^2$ $6.5 \cdot 10^{-13}$ m pro elektron a 3 fm pro mion, což je uvnitř objemu jádra, kde je elektrostatická potenciální energie soustavy mion – jádro Pb jiná než vně.

Poznámka: e^- i μ^- neinteragují silně ale pouze elektrostaticky (elektro-slabě, příp. gravitačně – zanedbatelné).

Výsledky měření poloměru R jader:

$$R = r_0 A^{1/3},$$

kde A je počet nukleonů, $r_0 \approx 1.1$ fm z rozptylu elektronů, 1.3 fm z rozptylu α -částic a neutronů. Obvykle se používá střední hodnota $r_0 = 1.2$ fm.

Za předpokladu kulového tvaru jader, můžeme spočítat hustotu ρ jader:

$$\rho = \frac{m}{V} \approx \frac{Au}{\frac{4}{3}\pi(r_0 A^{1/3})^3} = \frac{3u}{4\pi r_0^3}.$$

Vidíme, že jaderná hustota ρ je pro všechna známá jádra konstantní a nezávisí na počtu nukleonů. Můžeme říci, že jaderná hmota se chová jako nestlačitelná kapalina.

3 Jaderné modely

3.1 Kapkový model

Kapkový model je založen na analogii mezi kapkou a jádrem: Energie potřebná k odpaření kapky je úměrná počtu molekul v kapce. Rovněž vazebná energie jádra $B(Z, N)$ je úměrná počtu nukleonů A . Hustota kapaliny nezávisí na objemu, kapaliny jsou nestlačitelné. Rovněž jádra mají konstantní hustotu. V tabulce jsou srovnány některé charakteristické veličiny pro kapku a jádro:

Tabulka 2: Srovnání jádra a kapky.

veličina	jádro	kapka
vazebná energie na částici	$8 \div 9$ MeV	0.1 eV
vlnová délka částic $\lambda = h/p$	10^{-15} m	10^{-11} m
rozměr objektu	$10^{-15} \div 10^{-14}$ m	10^{-6} m

Jelikož rozměr kapky je mnohem větší než de Broglieho vlnová délka molekul kapky, lze kapku popisovat klasicky. V případě jader jsou ale vlnové délky nukleonů srovnatelné s rozměry jader. K jejich popisu je tedy nutná kvantová mechanika.

Kapkový model nám dává pro vazebnou energii jader následující vztah (Bethe–Weizsäckerova formule):

$$B(Z, N) = a_v A + a_s A^{2/3} + a_c Z^2 A^{-1/3} + a_i \frac{(N - Z)^2}{A} - \delta(A),$$

kde první tři členy jsou klasické (objemová, povrchová a elektrostatická energie) a poslední dva členy kvantové (symetrizační a párová energie), $a_v = -15.68$ MeV, $a_s = 18.56$ MeV, $a_c = 0.717$ MeV, $a_i = 28.1$ MeV a

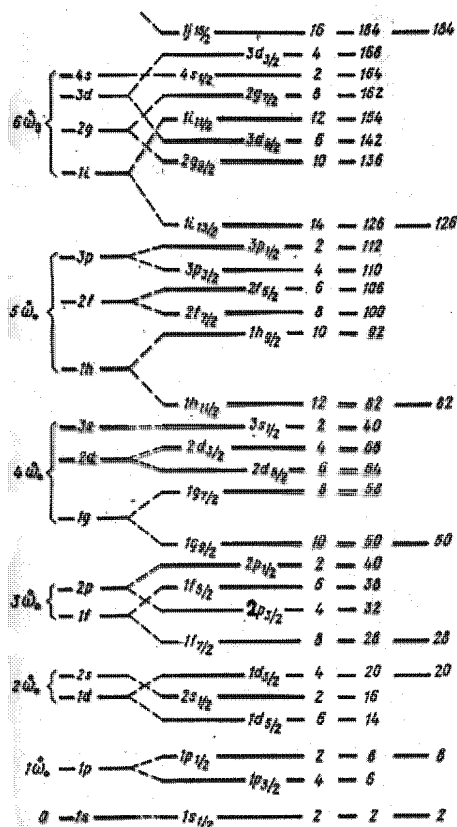
$$\delta(A) = \begin{cases} 34A^{-3/4} \text{ MeV} & \text{sudo-sudé jádro} \\ 0 \text{ MeV} & \text{liché jádro} \\ -34A^{-3/4} \text{ MeV} & \text{lichó-liché jádro} \end{cases}.$$

Symetrizační energie je důsledkem Pauliho vylučovacího principu. Z hlediska elektrostatické interakce by byla nejvýhodnější jádra složená čistě z neutronů. Neutrony (a také protony) mají ale spin $1/2 \hbar$ jako elektrony. Jsou tedy fermiony (částice s poločíselným spinem) a platí pro ně Pauliho vylučovací princip: v jednom kvantovém stavu může být nejvýše jeden neutron (a jeden proton). Proto je výhodnější obsazovat hladiny v jaderné potenciálové jámě (hluboké asi 40 MeV) neutrony i protony.

Experimentálně se zjistilo, že sudo-sudá jádra jsou více vázána než sousední lichá jádra a ta více než sousední lichó-lichá jádra. Vysvětluje se to párovou interakcí mezi protony a neutrony, která

váží 2 protony či 2 neutrony do stavu s výsledným spinem 0. Tyto objekty mají tedy celočíselný spin, jsou tedy bosony a neplatí pro ně Pauliho vylučovací princip. Mohou všechny obsazovat stejný kvantový stav. V jaderné hmotě se pohybují bez odporu. Jaderná hmota sudo-sudých jader v základním stavu se tedy chová jako supratekutá kapalina (s nulovou viskozitou).

3.2 Slupkový model



Obr. 6: Spektrum sférického harmonického oscilátoru.

($\hbar\omega_0 \approx 41A^{-1/3}$ MeV) nebo Nilssonův hamiltonián (pro kvadrupólově deformovaná jádra)

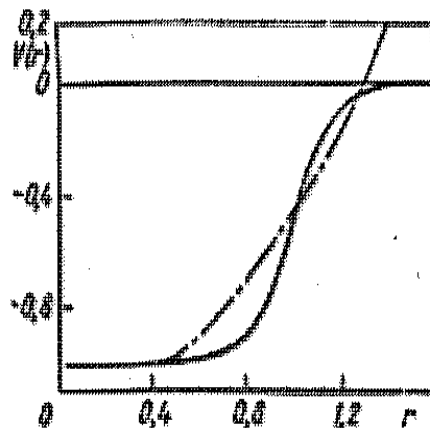
$$\hat{H}_{Nil} = \frac{1}{2m} \hat{P}^2 + \frac{1}{2} m\omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2) + \frac{1}{2} m\omega_z^2 z^2 - V_0,$$

případě Saxon-Woodsův hamiltonián

$$\hat{H}_{SW} = \frac{1}{2m} \hat{P}^2 - \frac{V_0}{1 + \exp[\alpha(r - R_0)]},$$

který kopíruje průběh jaderné hustoty. Na obr. 7 máme srovnán průběh potenciální energie sférického harmonického oscilátoru a Saxon-Woodsova hamiltoniánu v závislosti na vzdálenosti r od středu jádra.

Spektrum sférického harmonického oscilátoru je ekvidistantní (viz Fyzika II, obr. 6), na 1. hladině mohou být 2 nukleony daného typu (protony či neutrony), na 2. hladině 6, atd. Těmto číslům (2, 2 + 6 = 8, 20, 40, 70, 112, ...) by měla odpovídat jádra, která jsou silněji vázána a mají vyšší separační energie protonů a neutronů. Experimenty nám ale dávají tato tzv. magická čísla jiná:



Obr. 7: Srovnání potenciální energie sférického harmonického oscilátoru (čerchované) a Saxon-Woodsova hamiltoniánu.

Slupkový model je založen na představě středního pole (od ostatních nukleonů), ve kterém se jednotlivé nukleony pohybují. Každý nukleon se pohybuje ve středním poli, které vytvářejí ostatní nukleony. Za hamiltonián středního pole se obvykle volí sférický harmonický oscilátor (pro kulatá jádra)

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Tato čísla se podařilo vysvětlit přidáním spin-orbitální interakce V_{ls} do hamiltoniánu harmonického oscilátoru:

$$V_{ls} \approx -20\vec{l} \cdot \vec{s} A^{-2/3} \text{MeV} .$$

Spektrum sférického harmonického oscilátoru je pak:

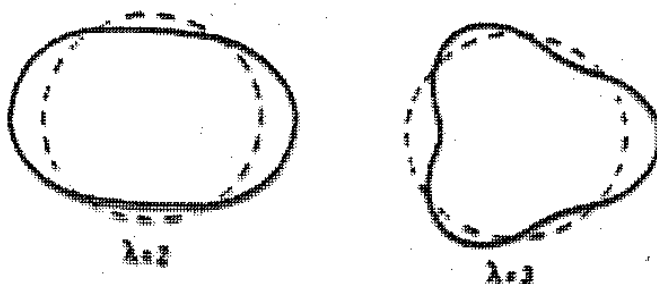
$$E = \left(N + \frac{3}{2} \right) \hbar\omega_0 - V_0 - 20A^{-2/3} \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] ,$$

N je hlavní kvantové číslo, j velikost celkového momentu hybnosti, l velikost orbitálního momentu hybnosti a s velikost spinového momentu hybnosti nukleonu.

3.3 Vibrace a rotace jader

Vibrace a rotace jader jsou příkladem kolektivních pohybů více nukleonů v jádře.

3.3.1 Vibrace jader



Obr. 8: Kvadrupólové ($\lambda = 2$) a oktapólové ($\lambda = 3$).

Vibrace sférických jader, se kterými se běžně setkáváme, můžeme rozdělit na kvadrupólové a oktapólové. Povrch jádra v čase vibruje kolem sférického tvaru, jak je ukázáno na obr. 8. Vibrační spektrum lze dobře popsat spektrem harmonického oscilátoru:

$$E = \left(N_\lambda + \lambda + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_\lambda .$$

Vibrační kvanta (jejich počet udává N_λ) se nazývají fonony, kvadrupólové fonony mají spin $2\hbar$ a paritu $+1$, oktapólové fonony mají spin $3\hbar$ a paritu -1 .

Deformovaná jádra (v oblasti $150 < A < 190$, $A > 226$) mají tvar protáhlého rotačního elipsoidu. Kromě oktapólových vibrací se u deformovaných jader setkáváme se dvěma typy kvadrupólových vibrací: β -vibracemi (vibrující jádro má tvar rotačního elipsoidu – elipsoid zůstává symetrický kolem jedné osy) a γ -vibracemi (vibrující jádro má tvar trojosého elipsoidu).

3.3.2 Rotace jader

Rotovat nemohou sférická jádra, deformovaná jádra mohou rotovat pouze kolem osy kolmé na osu symetrie. Je to důsledek kvantové mechaniky, podle níž tělesa nemohou rotovat kolem osy symetrie. Takové rotace totiž nevedou ke změně vlnové funkce, která má stejnou osu symetrie, a tedy ani ke změně stavu.

Rotační hamiltonián deformovaných sudo-sudých jader dostaneme z klasické formule pro kinetickou energii rotačního pohybu:

$$\hat{H}_{rot} = \frac{\hat{b}^2}{2J} = \frac{\hbar^2}{2J} \hat{I}^2 ,$$

kde $I\hbar$ je spin stavu a J moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení (kolmá na osu symetrie). Spektrum rotačního hamiltoniánu je pak:

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1) . \quad (1)$$

Základní stav sudo-sudých jader má díky párové interakci vždy spin 0 a kladnou paritu. Nad tímto základním stavem pozorujeme u deformovaných jader rotační pás s energiemi podle (1), ale pouze se sudými hodnotami spinů ($I = 2, 4, 6 \dots$). To je důsledkem symetrie tvaru jádra vzhledem k rovině kolmé na osu symetrie.

4 Radioaktivita

Nestabilní jádra se rozpadají, obvykle některým z výše uvedených rozpadů – α , β či γ . Rozpad je statistická záležitost. Rozpadový zákon, který platí pro střední hodnoty veličin, byl formulován na základě experimentálních výsledků Rutherfordem a Soddyem v diferenciálním tvaru:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

($-dN/dt$ je úbytek počtu jader, N počet jader v určitém čase a λ rozpadová konstanta typická pro počáteční stav daného jádra a typ rozpadu; je nezávislá na teplotě, tlaku či jiných charakteristikách okolního prostředí) a v integrálním tvaru:

$$N = N_0 \exp(-\lambda t) ,$$

kde N_0 je počet jader v čase $t = 0$ s.

Můžeme definovat **poločas rozpadu** $t_{1/2}$ jako dobu, za kterou se rozpadne polovina jader:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \exp(-\lambda t_{1/2}) , \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

a **střední dobu života** τ vztahem:

$$\tau = \int_{t=0}^{\infty} t dP(t) = \lambda \int_0^{\infty} t \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda} ,$$

kde $dP(t) = [N(t) - N(t + dt)]/N_0$ je pravděpodobnost rozpadu v intervalu $(t, t + dt)$.

Rozpadový zákon v integrálním tvaru nám udává počet mateřských jader, množství dceřiných jader N_R spočteme (tj. počet rozpadů mateřských jader):

$$N_R = N_0 - N = N_0 (1 - \exp(-\lambda t)) .$$

Analogickým postupem jako v kap. 5.1 dostáváme, že fluktuace (rozptyl) počtu rozpadů je dán

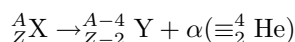
$$\langle \Delta N_R \rangle \approx \sqrt{N_R} .$$

Aktivita A je definována jako počet rozpadů za jednotku času a z rozpadového zákona v diferenciálním tvaru pro ni dostáváme:

$$A = \lambda N .$$

Jednotkou aktivity je 1 becquerel, 1 Bq = 1 rozpad za 1 s. Starší jednotkou je 1 curie, 1 Ci = 37 GBq.

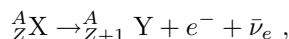
4.1 α -rozpad



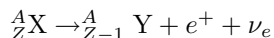
Je za něj zodpovědná silná (jaderná) interakce, setkáme se s ním u aktinidů, v okolí ${}^{208}\text{Pb}$ a u vzácných zemin. Vyletující α -částice jsou monoenergetické (energie dány zákonem zachování hybnosti a energie). Poločasy rozpadu se pohybují mezi 10^{-20} s a 10^{18} let.

4.2 β -rozpad

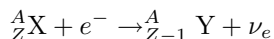
Je za něj zodpovědná slabá interakce. Rozlišujeme β^- -rozpad:



β^+ -rozpad:



se spojitým spektrem elektronů (pozitronů) – až do určité maximální energie dané zákonem zachování energie, a **elektronový záchyt**:

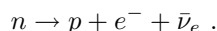


s monoenergetickým spektrem vyletujících částic. Elektronový záchyt převažuje nad β^+ -rozpadem u těžších jader, kdy jsou vnitřní atomové elektrony dostatečně blízko jádru a mohou jím být zachyceny.

β -rozpady jsou spojeny se vznikem elektronových neutrín ν_e či antineutrín $\bar{\nu}_e$.

4.2.1 Problém elektronového neutrína

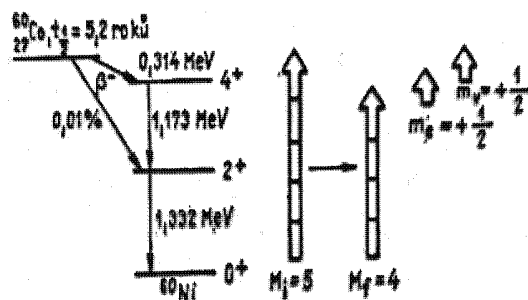
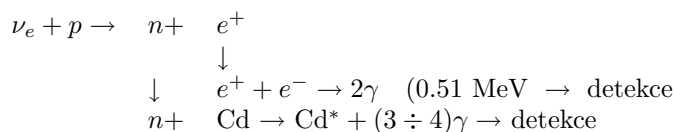
Uvedli jsme, že neutron se rozpadá:



Neutrína jako neutrální částice nemůžeme přímo detekovat, detekovat je můžeme pouze pomocí jejich interakcí, kterých se účastní nabitě částice, které ionizují náplň detektorů. Ve 20. letech se zjistilo, že se při β -rozpadech (neutrína nebyla známa) nezachovává energie ani hybnost ani spin (neutron má spin $1/2 \hbar$, stejně jako proton a elektron). Tento problém vyřešil roku 1930 Pauli postulováním nové neutrální částice s nulovou klidovou hmotností (tj. pohybující se rychlostí světla) a spinem $1/2 \hbar$, kterou nazval neutrinem.

Podle současných měření je

- hmotnost elektronového neutrína $m_{\nu_e} < 7 \text{ eV}/c^2$,
 - náboj elektronového neutrína $q_{\nu_e} = 0$,
 - spin elektronového neutrína $s_{\nu_e} = \frac{1}{2} \hbar$,
 - magnetický moment elektronového neutrína $\mu_{\nu_e} < 1.08 \cdot 10^{-9} \mu_B$.
- Neutrino je stabilní a velice slabě interaguje. Střední volná dráha neutrína v železe je asi 100 světelných let. Proto trvalo velice dlouho, než byla existence neutrín (resp. antineutrín) roku 1953 Reinesem a Cowanem prokázána. Jako zdroj antineutrín použili reaktor, který bylo možno zapnout a vypnout. Při zapnutém reaktoru pozorovali interakci antineutrín ve vodě s Cd:



Obr. 9: Rozpad ${}^{60}\text{Co}$.

Roku 1957 paní Wu zjistila, že se při β -rozpadu



nezachovává parita. V experimentu s β -rozpadem jader ${}^{60}\text{Co}$ se spiny orientovanými silným magnetickým polem vyletovalo více elektronů ve směru opačném, než byla orientace magnetického pole a spinů jader ${}^{60}\text{Co}$. Příroda tedy rozlišuje směry nahoru a dolů, resp. doprava a doleva. Na obr. 9 vidíme schéma rozpadů a orientaci spinů.

V klasické mechanice zavádíme helicitu h jako projekci úhlové rychlosti $\vec{\omega}$ střely do směru pohybu (rychlosti \vec{v}):

$$h = \frac{\vec{v} \cdot \vec{\omega}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{\omega}|} = \pm 1 .$$

Pohybuje-li se rotující střela jako pravotočivý šroub, má helicitu kladnou, pohybuje-li se jako šroub levotočivý, má helicitu zápornou. V zrcadle se ale z pravotočivého rotačního pohybu stane levotočivý. Totéž se stane, přejdeme-li z pravotočivého do levotočivého souřadnicového systému, tj. provedeme operaci parity. V kvantové mechanice můžeme analogicky zavést helicitu jako projekci spinu \vec{s} do směru pohybu:

$$h = \frac{2\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \pm 1 .$$

Helicita neutrina byla určena z následujícího rozpadu:

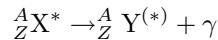
$${}^{152}\text{Eu}^m(0, \text{klid}) + e_K^- (+\frac{1}{2}, \text{klid}) \rightarrow {}^{152}\text{Sm}^*(+1, \downarrow) + \nu_e(-\frac{1}{2}, \uparrow) ,$$

$${}^{152}\text{Sm}^*(+1, \downarrow) \rightarrow {}^{152}\text{Sm}(0, \text{klid}) + \gamma(+1, \downarrow) .$$

V závorkách jsou uvedeny projekce spinu na osu z a šipkami je označen směr pohybu - \uparrow ve směru osy z , \downarrow proti směru osy z). Jádra ${}^{152}\text{Eu}^m$ a ${}^{152}\text{Sm}$ mají nulový spin. ${}^{152}\text{Eu}^m$ se rozpadá z klidu elektronovým záchytem (atomový K-elektron vnaší zanedbatelnou hybnost), vznikne ${}^{152}\text{Sm}^*$ v excitovaném stavu se spinem 1, které se ihned rozpadá emisí fotonu. Za určitých podmínek platí pro hybnosti: $p_\gamma \approx p_{\text{Sm}} = p_{\nu_e}$. Aby platil zákon zachování hybnosti, musí ν_e a γ vyletět opačným směrem. Z experimentu plyne, že směrem dolů vyletují levotočivě polarizovaná γ -kvanta, tj. se spinem proti směru pohybu (vzhůru). To znamená, že neutrino musí vyletět směrem vzhůru se spinem směrem dolů, tj. proti směru pohybu. Tedy neutrino má helicitu -1 . Díváme-li se na neutrino v zrcadle, vidíme, že má helicitu $+1$. Ale takové neutrino v přírodě neexistuje. Tedy to, co se děje v zrcadle, se nemusí dít v přírodě. Ve slabých rozpadech a interakcích se nezachovává parita.

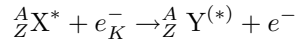
Antineutrino má helicitu $+1$. Antineutrino jsou antičástice k neutrinům. Liší se od sebe pouze helicitou. Odlišná helicita neutrina a antineutrino je spojena s jejich nulovou klidovou hmotností, tedy s tím, že se ve všech inerciálních soustavách pohybují stejně jako fotony rychlostí světla, a tedy neexistuje pro ně klidový systém. Pokud by totiž neutrino měla nenulovou klidovou hmotnost (pohybovala by se rychlostí menší než rychlost světla), v systému, který by se pohyboval ve směru jejich pohybu rychlostí větší, než je jejich rychlost, by měla helicitu opačnou.

4.3 γ -rozpad



Pro γ -rozpady (deexcitace jádra emisí fotonu) je charakteristické monoenergetické spektrum, je za ně zodpovědná elektromagnetická interakce.

4.4 Vnitřní (elektronová) konverze

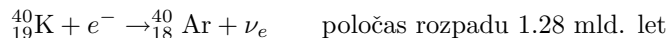


Deexcitace jádra se probíhá emisí elektronu z atomového obalu. Pravděpodobnější je u těžších jader, kdy se vnitřní atomární elektrony s dostatečně velkou pravděpodobností nacházejí v objemu jádra. Charakteristické je pro ni monoenergetické spektrum vyletujících elektronů (tím lze odlišit od β -rozpadu).

4.5 Aplikace radioaktivity

Datování hornin (určení stáří Země): V hornině uvažované jako uzavřená soustava s časem klesá obsah mateřského izotopu a roste obsah dceřiného izotopu.

- *K-Ar metoda:*



Je založena na tom, že v minerálech bohatých na K, není přítomen až na výjimky (horniny mladší než 10 mil. let) Ar. Můžeme tedy předpokládat, že $N_0({}_{18}^{40}\text{Ar}) = 0$ a ${}_{18}^{40}\text{Ar}$ vzniká pouze rozpadem od okamžiku ztuhnutí horniny:

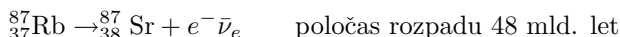
$$\begin{aligned} N({}_{19}^{40}\text{K}) &= N_0({}_{19}^{40}\text{K}) \exp(-\lambda t) , \\ N({}_{18}^{40}\text{Ar}) &= N_0({}_{19}^{40}\text{K}) (1 - \exp(-\lambda t)) . \end{aligned}$$

A z rovnice

$$\frac{N({}_{19}^{40}\text{K})}{N({}_{18}^{40}\text{Ar})} = \frac{\exp(-\lambda t)}{1 - \exp(-\lambda t)}$$

můžeme určit stáří horniny.

- *Rb-Sr metoda* využívá rozpadu:



Platí:

$$N({}_{38}^{87}\text{Sr}) - N_0({}_{38}^{87}\text{Sr}) = N_0({}_{37}^{87}\text{Rb}) (1 - \exp(-\lambda t)) , \quad N_0({}_{37}^{87}\text{Rb}) = N({}_{37}^{87}\text{Rb}) \exp(\lambda t)$$

Tedy:

$$N({}_{38}^{87}\text{Sr}) - N_0({}_{38}^{87}\text{Sr}) = N({}_{37}^{87}\text{Rb}) (\exp(\lambda t) - 1)$$

a

$$\frac{N({}_{38}^{87}\text{Sr})}{N({}_{38}^{86}\text{Sr})} = \frac{N_0({}_{38}^{87}\text{Sr})}{N_0({}_{38}^{86}\text{Sr})} + \frac{N({}_{37}^{87}\text{Rb})}{N({}_{38}^{86}\text{Sr})} (\exp(\lambda t) - 1) .$$

${}_{38}^{86}\text{Sr}$ není radioaktivní. Stáří určíme srovnáním dvou vzorků horniny s odlišným $N_0({}_{38}^{87}\text{Sr})$ a $N_0({}_{38}^{86}\text{Sr})$.

- *U-Th-Pb metoda:* Využívá rozpadové řady ${}^{238}\text{U} \rightarrow {}^{206}\text{Pb}$, ${}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{207}\text{Pb}$ a ${}^{238}\text{Th} \rightarrow {}^{208}\text{Pb}$, které končí izotopy olova. K určení stáří se užívají poměry

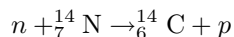
$$\frac{N({}^{238}\text{U})}{N({}^{206}\text{Pb})} , \quad \frac{N({}^{235}\text{U})}{N({}^{207}\text{Pb})} , \quad \frac{N({}^{232}\text{Th})}{N({}^{208}\text{Pb})} , \quad \frac{N({}^{206}\text{Pb})}{N({}^{207}\text{Pb})} ,$$

$N({}^{204}\text{Pb})$ (${}^{204}\text{Pb}$ nevzniká žádným rozpadem) slouží ke kontrole obohacování vzorku olovem v průběhu historie.

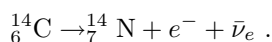
Nejstarším vzorkem je železný meteorit Canyon Diablo starý 4.5 miliardy let.

Radiouhlíková metoda:

Používá izotop ${}^{14}\text{C}$, který vzniká na Zemi díky kosmickému záření v interakci:



a rozpadá se β -rozpadem s poločasem 5570 let:



Metoda je založena na tom, že $^{14}\text{CO}_2$ je přijímán rostlinami během jejich života a prostřednictvím rostlinné potravy se dostává i do živočichů. Po odumření organismů se ^{14}C již nedoplňuje a probíhá jeho rozpad. Stáří lze určit z

$$\frac{N(^{14}\text{C})}{N_0(^{14}\text{C})} = \exp(-\lambda t)$$

(za předpokladu, že $N_0(^{14}\text{C})$ je stejné jako ve stejném množství současného vzorku). Lze ale provést i korekce na lidskou činnost (spalování fosilních paliv v 19. stol. s menším obsahem ^{14}C , výbuchy vodíkových bomb v atmosféře v 50. letech 20. stol, které zvýšily množství ^{14}C v atmosféře o 100 %) a korekce na variace kosmického záření (11 letý sluneční cyklus).

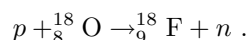
Touto metodou lze datovat vzorky do stáří 40 tis. let.

Značení atomů a molekul radioaktivními izotopy:

Využívá se ke studiu jejich pohybu a chemických reakcí.

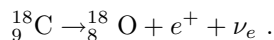
Pozitronová emisní tomografie (PET):

1. V jaderné reakci vyvolané protony urychlenými cyklotronem se vyrobí pozitronový zářič ^{18}F :

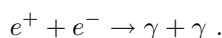


2. Pomocí ^{18}F se označí vhodné molekuly (např. glukóza), které se nitrožilně nebo inhalací aplikují.

3. Rozpad ^{18}F (poločas 110 min):



4. Následuje anihilace pozitronu v klidu jen několik mm od místa rozpadu ^{18}F :



5. Anihilační fotony se detekují prstencem detektorů, počítačem se určí místo anihilace a z více anihilací i prostorové rozložení molekul označených ^{18}F .

Výhody PET:

1. velké prostorové rozlišení,
2. vysoká selektivita (stačí pikomolární koncentrace, které lze bez nebezpečí vstříknout zdravým lidem),
3. lze studovat i časový průběh metabolismu (činnost mozku).

Základní PET izotopy a nosiče jsou uvedeny v následující tabulce:

Tabulka 3: Základní PET izotopy a nosiče.

izotop	poločas rozpadu	nosiče
^{11}C	20 min	mastné kyseliny, aminokyseliny
^{11}N	10 min	čpavek
^{15}O	2 min	voda
^{18}F	110 min	cukry, aminokyseliny

5 Jaderné reakce

5.1 Účinný průřez σ

Tato veličina se používá v jaderné fyzice a ve fyzice elementárních částic jako charakteristika síly interakce mezi částicemi. Čím je účinný průřez σ větší, tím je větší pravděpodobnost interakce.

Nechť na terčik s jednou vrstvou jader, ve které je N_j jader, dopadá kolmo N částic za 1 s. Svazek dopadajících částic má průřez S , který je roven ploše terčiku. Z N dopadajících částic za 1 s jich za 1 s N_R interaguje s jádry terčiku. Pak pravděpodobnost interakce P můžeme vyjádřit vztahem:

$$P = \frac{N_R}{N} = \frac{N_j \sigma}{S} . \quad (2)$$

$N_j \sigma$ má význam efektivní plochy, kterou nastavuje N_j jader terčiku dopadajícím částicím, σ má význam efektivní plochy, kterou nastavuje jedno jádro terčiku dopadajícím částicím. Tato efektivní plocha (účinný průřez) nemusí odpovídat geometrické ploše jádra a závisí na typu interakce mezi částicí svazku a terčíkovým jádrem. Pro účinný průřez se v jaderné fyzice používají speciální jednotky, barny: 1 barn = 10^{-28} m².

Vztah (2) platí i pro terčik s více vrstvami, musí ale $N_R \ll N$. Pak N_j má význam celkového počtu jader v terčiku. Takovému terčiku říkáme tenký. Obecně je třeba terčik tloušťky d rozdělit na velké množství tenkých terčiků tloušťky dx , pro které platí:

$$-\frac{dN}{N} = \frac{N_j \sigma}{S d} dx = n_0 \sigma dx ,$$

kde n_0 je počet terčíkových jader v jednotce objemu (v 1 m³), $-dN = N(x) - N(x + dx)$ úbytek počtu dopadajících částic ve vrstvě tloušťky dx díky interakci. Po integraci dostáváme:

$$N = N_0 \exp(-n_0 \sigma d) ,$$

kde N_0 je počet částic svazku dopadajících za 1 s na terčik a N je počet částic prošlých za 1 s terčíkem o tloušťce d .

Pro počet interagujících částic N_R platí:

$$N_R = N_0 - N = N_0 (1 - \exp(-n_0 \sigma d)) , \quad (3)$$

Pro $n_0 \sigma d \ll 1$ přechází tento vztah na vztah pro tenký terčik:

$$\frac{N_R}{N_0} = n_0 \sigma d .$$

$n_0 \sigma d \ll 1$ je tedy podmínka, která určuje, kdy můžeme terčik považovat za tenký.

Pomocí (3) můžeme odvodit vztahy pro výpočet **střední volné dráhy** $\langle x \rangle$:

$$\langle x \rangle = \int_{x=0}^{\infty} x dP(x) = n_0 \sigma \int_0^{\infty} x \exp(-n_0 \sigma x) dx = \frac{1}{n_0 \sigma} ,$$

kde $dP(x) = [N(x) - N(x + dx)]/N_0$ je pravděpodobnost interakce částice v intervalu $(x, x + dx)$, a **polotloušťky** $x_{1/2}$:

$$N(x_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \exp(-n_0 \sigma x_{1/2}) , \quad x_{1/2} = \frac{\ln 2}{n_0 \sigma} = \ln 2 \langle x \rangle .$$

Polotloušťka $x_{1/2}$ je tedy tloušťka, kterou projde polovina dopadajících částic, resp. polovina se v ní zachytí. Různé materiály mají pro různé dopadající částice (záření) různé polotloušťky (viz laboratoře z fyziky). To se využívá k ochraně před zářením.

5.1.1 Statistický charakter interakce dopadajících částic s terčíkovými jádry

Pravděpodobnost P_1 , že jedna dopadající částice interaguje s jádrem tenkého terčíku je:

$$P_1 = \frac{N_j \sigma}{S} .$$

Pravděpodobnost, že k interakci nedojde, je:

$$1 - P_1 = 1 - \frac{N_j \sigma}{S} .$$

Z toho můžeme spočítat pravděpodobnost $P(N_R, N)$ jevu, kdy na tenký terčík dopadne N částic a z nich N_R interaguje:

$$P(N_R, N) = \binom{N}{N_R} \left(\frac{N_j \sigma}{S} \right)^{N_R} \left(1 - \frac{N_j \sigma}{S} \right)^{N - N_R}$$

(zanedbali jsme N_R vůči N , což lze pro tenký terčík). Dostali jsme tzv. binomické rozdělení pravděpodobností $P(N_R, N)$. Z něj můžeme spočítat střední hodnotu počtu interagujících částic

$$\langle N_R \rangle = \sum_{N_R=0}^N N_R P(N_R, N) = N \frac{N_j \sigma}{S}$$

i střední hodnotu fluktuací (rozptyl)

$$\langle \Delta N_R \rangle = \left[\sum_{N_R=0}^N N_R^2 P(N_R, N) - \left(\sum_{N_R=0}^N N_R P(N_R, N) \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\langle N_R \rangle \left(1 - \frac{N_j \sigma}{S} \right) \right]^{1/2} \approx \sqrt{\langle N_R \rangle} .$$

Vidíme tedy, že vztah (2) pro tenký terčík (rovněž vztah (3) pro tlustý terčík) platí pro střední hodnotu počtu interagujících částic.

5.2 Klasifikace jaderných reakcí

Jaderné reakce probíhají díky působení silné interakce. Aby k nim mohlo dojít, musí se interagující jádra přiblížit na vzdálenost menší než 10^{-14} m (měřeno od středů jader).

Rozlišujeme následující typy jaderných reakcí:

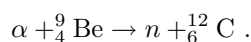
- elastický (pružný rozptyl): $a + X \rightarrow a + X$,
- neelastický rozptyl (jádro X je po reakci v excitovaném stavu): $a + X \rightarrow a + X^*$,
- záchyt: $a + X \rightarrow Y + \gamma$,
- vlastní jaderné reakce: $a + X \rightarrow b + Y (+ \dots)$.

Při jaderných reakcích platí zákony zachování: počtu nukleonů, náboje, hybnosti, energie, momentu hybnosti a parity.

Jaderné reakce dělíme na **exoenergetické** (uvolňuje se při nich energie) a **endoenergetické** (k tomu, aby proběhly, je třeba dodat energii). Kritériem je energie reakce Q . Její výpočet je zřejmý z následujících příkladů.

Příklad 5:

Spočtete energii reakce Q :



Řešení:

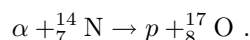
Energie reakce je definována:

$$Q = (m_\alpha + m_9\text{Be})c^2 - (m_n + m_{12}\text{C})c^2 = 5.75 \text{ MeV} > 0 .$$

Tedy reakce je exoenergetická.

Příklad 6:

Spočtete energii reakce Q :



Řešení:

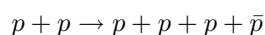
Energie reakce je definována:

$$Q = (m_\alpha + m_{14}\text{N})c^2 - (m_p + m_{17}\text{O})c^2 = -1.13 \text{ MeV} < 0 .$$

Tedy reakce je endoenergetická.

Příklad 7:

Spočtete prahovou (kinetickou) energii reakce



(tato reakce byla využita roku 1955 při objevu antiprotonu \bar{p} – antičástice k protonu, \bar{p} má stejnou hmotnost, spin a opačný náboj) v těžišтовém a laboratorním (jeden proton před reakcí v klidu) systému.

Řešení:

Energie reakce Q je

$$Q = 2m_p c^2 - 4m_p c^2 = -2m_p c^2 < 0 ,$$

jde tedy o endoenergetickou reakci. Využijeme zákony zachování energie a hybnosti v relativistickém tvaru. V těžišтовém systému je celková hybnost před a po reakci nulová. Prahové energii reakce E_T odpovídá vznik 3 protonů a antiprotonu v těžišтовém systému v klidu, tedy:

$$m_p c^2 + E_T + m_p c^2 + E_T = 4m_p c^2 , \quad E_T = m_p c^2 .$$

V laboratorním systému se vzniklé částice pohybují stejnou rychlostí (díky stejným hmotnostem mají i stejnou hybnost p' i stejnou celkovou energii E'), tedy

$$p = 4p' , \quad m_p c^2 + E_L + m_p c^2 = 4E' ,$$

kde p je hybnost nalétávajícího protonu a E_L prahová energie v laboratorním systému. Pomocí

$$E'^2 = m_p^2 c^4 + p'^2 , \quad E^2 = (m_p c^2 + E_L)^2 = m_p^2 c^4 + p^2$$

dostaneme:

$$(m_p c^2 + E_L)^2 - m_p^2 c^4 = 16 \left[\frac{(2m_p c^2 + E_L)^2}{16} - m_p^2 c^4 \right] , \quad E_L = 6m_p c^2 .$$

Z výsledku Příkladu 7 je jasně vidět výhoda moderních urychlovačů vstřícných svazků (colliderů), kde dochází ke srážce svazků částic se stejně velkými, ale opačnými hybnostmi, tj. v těžišтовém systému, oproti klasickému uspořádání, kdy urychlované částice dopadaly na částice v nepohyblivém terčíku.

5.3 Mechanismy jaderných reakcí

Rozlišujeme dva (extrémní) případy:

1. *přímé reakce*: Reakce se účastní jen jeden či pouze několik nukleonů interagujících jader. Je pro ně charakteristická malá změna struktury terčíkového jádra, terčíkové jádro je málo excitováno, vyletující částice mají velké energie, k reakci dochází díky periferní srážce nalétávající částice s terčíkovým jádrem a trvá krátce – 10^{-22} s (doba průletu nalétávající částice).
2. *reakce přes složené jádro*: Reakce se účastní všechny nukleony, energie nalétávající částice se díky velkému množství srážek mezi nukleony rozdělí, vznikne složené jádro v excitovaném stavu, které se pak rozpadá. Je pro ně charakteristická velká změna struktury jádra, jádro je vysoce excitováno, vyletující částice mají malé energie, k reakci dochází díky centrální srážce nalétávající částice s terčíkovým jádrem a trvá dlouho – 10^{-16} s.

5.4 Aplikace jaderných reakcí

5.4.1 Jaderné analytické metody

Jde o promptní metody určení prvkového složení zkoumaného vzorku. Jejich výhodou je krátká doba měření a vyhodnocení (minuty).

Jsou založeny na principu

$$N_R = N_j \frac{N_0}{S} \sigma t \eta ,$$

kde N_R je celkový počet detekovaných vyletujících částic daného typu (indikátor přítomnosti určitého prvku), N_j počet atomů prvku ve zkoumané oblasti vzorku, N_0/S počet částic dopadajících na jednotkovou plochu terčíku za jednotku času, σ účinný průřez dané interakce, t doba měření, η účinnost detektoru. Ze znalosti ostatních veličin je pak možno určit neznámé N_j .

Metody lze využít ke studiu hloubkového rozdělení určitého prvku:

1. z kinematiky (díky energetickým ztrátám energie nalétávajících částic s hloubkou průniku klesá a klesá tedy i energie vyletujících částic (vyjma PIXE),
2. účinný průřez závisí na energii nalétávajících částic.

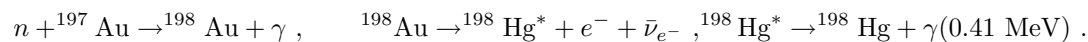
Hloubka prostorového rozlišení se pohybuje v případě lehkých nabitých nalétávajících částic s energiemi $0.1 \div 10$ MeV v rozmezí $0.1 \div 10$ μm .

Nyní uvedeme přehled metod:

1. **PIXE** (particle induced X-ray emission): Proton interaguje s atomem prvku za vzniku charakteristického RTG záření (přechody e^- na K, L-slupky). Lze využít pro $Z > 5$, minimální detekovatelné příměsi: 10^{-15} g, nejmenší dokazatelná koncentrace (NDK): 10^{-1} $\mu\text{g/g}$ pro všechny prvky.
2. **NRM** (nuclear reaction method): Využívá různé jaderné reakce, vhodná pro malé Z , NDK: $(10^{-1} \div 10^2)$ $\mu\text{g/g}$.
3. **RBS** (Rutherford back-scattering): Využívá elektrostatický rozptyl nabitých částic na jádrech, vhodná pro velká Z , NDK: $(1 \div 10^2)$ $\mu\text{g/g}$.
4. **CFAA** (charge particle activation analysis): vhodná pro velká a střední Z , NDK: $(10^{-3} \div 10^{-1})$ $\mu\text{g/g}$.

5. NAA (neutron activation analysis – neutronová aktivační analýza):

Ukážeme si ji na příkladu následující interakce:



Ozařováním neutrony (s účinným průřezem σ_A po dobu t vyrobíme z N_A ${}^{197}\text{Au}$ N_B ${}^{198}\text{Au}$, které β (s rozpadovou konstantou λ_B) a γ -rozpadem (prakticky ihned) přechází na ${}^{198}\text{Hg}$ v základním stavu. Po skončení ozařování detekujeme fotony γ -záření, které má energii 0.41 MeV po dobu t' . Z jejich počtu, který je roven počtu rozpadů ${}^{198}\text{Au}$ za dobu t' , určíme N_A .

Pro N_B platí:

$$\frac{dN_B}{dt} = \sigma_A N_A \frac{N_n}{S} - \lambda_B N_B.$$

Řešením je:

$$N_B = \frac{\sigma_A N_A N_n}{\lambda_B S} [1 - \exp(-\lambda_B t)].$$

Po skončení ozařování pak γ -aktivita A_C v čase t' :

$$A_C = \lambda_B N_B \exp(-\lambda_B t') = \sigma_A N_A \frac{N_n}{S} [1 - \exp(-\lambda_B t)] \exp(-\lambda_B t').$$

5.4.2 Objevy transuranů

Motivací je kvazistabilní prvek ${}^{298}114$ a případný ostrov kvazistabilních prvků kolem, jehož existence byla předpovězena v roce 1966. Jelikož tyto prvky nebyly nalezeny ani na Zemi, ani v meteoritech, ani ve vzdálených aktivních oblastech vesmíru, musí být nestabilní s poločasem rozpadu $\leq 10^5$ let. Ale i takový poločas by umožňoval přípravu makroskopických množství a možnost přípravy nových chemických sloučenin a nových materiálů.

Příprava $Z \leq 100$: dlouhodobým ozařováním uranu neutrony v reaktorech (několik let), při jaderných výbuších, kdy jsou vysoké neutronové toky (princip: přidáváme neutrony k danému jádru tak dlouho, až je pro něj výhodnější se β -rozpadem rozpadnout na jádro s vyšším Z).

Příprava $Z > 100$: bombardováním vhodného terčíku těžkými ionty, např. ${}^{22}_{10}\text{Ne} + {}^{242}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{260}_{104} + 4n$, identifikace je možná prostřednictvím rozpadových produktů, jejich energií a poločasů rozpadu. Je možná i rychlá radiochemická separace, k určení mocností stačí např. pouze 7 atomů Lr.

Na obr. 10 máme reakci, která vedla k objevu zatím posledního prvku Mendělejevovy tabulky spolu s jeho rozpadovým schématem. K výrobě jednoho prvku 112 bylo třeba 10^{18} interakcí (o pravděpodobném objevu dalšího prvku – 114 – podrobněji na přednášce).

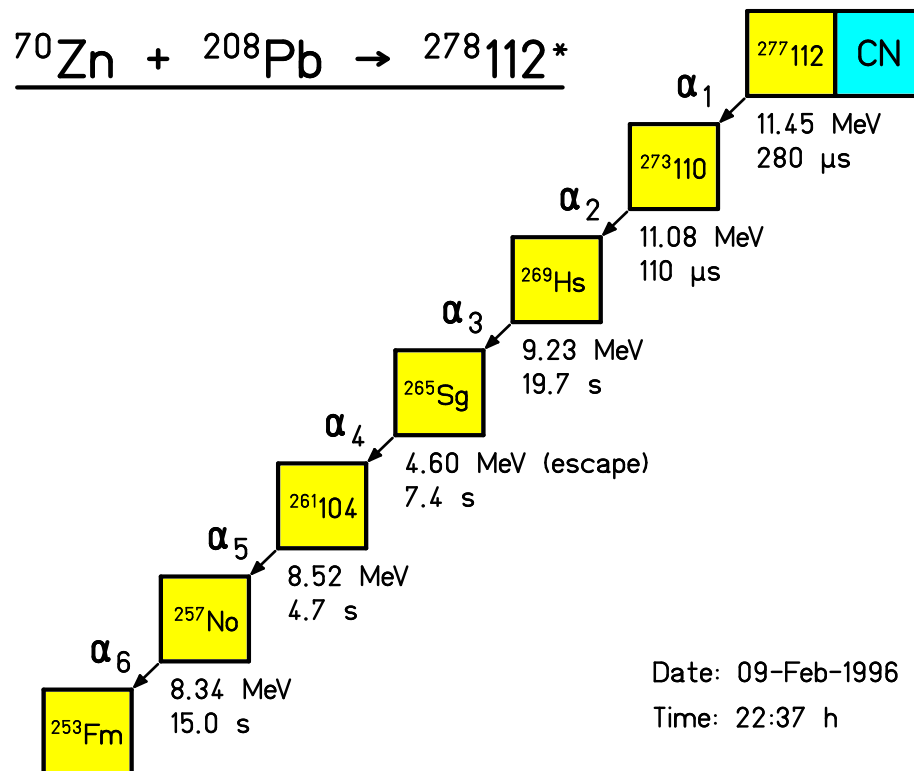
5.4.3 Vznik prvků ve vesmíru (nukleosyntéza)

Probíhá ve dvou etapách:

1. Při vzniku vesmíru mezi 14 s a 3.8 min po velkém třesku postupně vzniklo větším množstvím ${}^4\text{He}$ (tehdy 1/3 z počtu jader ${}^1\text{H}$).
2. Těžší prvky vznikají ve hvězdách (spolu s dalším ${}^4\text{He}$).

Jaderné reakce (fúze lehkých jader) jsou zdrojem energie hvězd (viz závislosti $B(Z, N)/A$ na A). K fúzi dvou protonů je třeba překonat jejich elektrostatické odpuzování.

Příklad 8:



Obr. 10: Objav prvku 112.

Určete poměr střední kinetické energie protonů E_T ve hvězdě o teplotě $T = 10^7$ K a kinetické energie E_p , jakou musí mít proton, aby se ke druhému protonu přiblížil na vzdálenost jeho poloměru $r = 10^{-15}$ m.

Řešení:

Střední kinetická energie protonů

$$E_T = \frac{3}{2}kT = 10^{-16} \text{ J} .$$

E_p určíme ze zákona zachování energie:

$$E_p = k \frac{e^2}{r} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ J} .$$

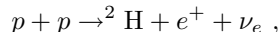
Poměr je $E_T/E_p = 4 \cdot 10^{-4}$.

Klasicky by tedy k fúzi nedošlo. Přesto k ní při této teplotě dochází. Je to umožněno:

1. kvantovým tunelovým efektem (při teplotě 10^7 K se proton s pravděpodobností 10^{-10} dostane do vzdálenosti 1 fm od druhého protonu,
2. maxwellovým rozdělením rychlostí protonů (existují protony, které mají dostatečně velkou kinetickou energii).

Stručný přehled cyklů a procesů nukleosyntézy ve hvězdách:

1. **proton-protonový cyklus** (polovina protonů se přemění na neutrony za 10^{10} let): 1. krokem je slabá interakce



dalšími kroky jsou silné jaderné interakce. Probíhá při teplotách $\geq 10^7$ K, vzniká při něm He, Be, Li, energetický zisk 26.7 MeV.

2. **CNO cyklus** (uhlíkový): Probíhá při teplotách $\geq 1.5 \cdot 10^7$ K, energetický zisk 26.7 MeV.
3. **3 α -cyklus**: Probíhá při teplotách 10^8 K.
4. **spalování He, C, O**: Probíhá při vyšších teplotách (vznik prvků do S).
5. **α -proces** (záchyt alpha částic jádry): Probíhá při teplotách kolem 10^9 K (vznik prvků do Ca).
6. **s-proces**: (slow) záchyt neutronů jádry následovaný β -rozpadem (vznik těžších prvků až po Po).
7. **e-proces**: (ekvilibrum) vznik izotopů kolem Fe. Tím jsou jaderné energetické zdroje hvězdy vyčerpány (viz závislost $B(Z, N)/A$ na A). Hvězda se gravitačně smršťuje a při tom zahřívá až na 10^{10} K, ${}^{56}\text{Fe}$ se při této teplotě dezintegruje na jednotlivé nukleony. Tím se ochladí. Jádro se zhroutí v neutronové hvězdu a vnější vrstvy se rychle rozpínají (výbuch supernovy).
8. **r-proces**: (rapid) při výbuchu supernovy, kdy je velký neutronový tok, vícenásobný neutronový záchyt zakončený řadou β -rozpadů (vznik těžších jader až po ${}^{235}\text{U}$, ${}^{238}\text{U}$).

5.5 Zdroje energie

5.5.1 Jaderné reaktory

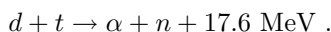
Využívají štěpení uranu neutronem, při kterém se jádro uranu rozpadne s největší pravděpodobností na dvě přibližně stejně velká jádra a uvolní se několik neutronů, které mohou dále štěpit jádra uranu (řetězová reakce). ^{235}U se nejpravděpodobněji štěpí pomalými neutrony ($E_k \approx 0.02 \text{ eV}$) – využívá se v klasických reaktorech, ^{238}U rychlými neutrony s minimální kinetickou energií 1.1 MeV (díky párové interakci) – využívá se v rychlých reaktorech).

V 1 kg ^{235}U je energie $8 \cdot 10^{13} \text{ J}$ ($3 \cdot 10^6 \text{ kg}$ uhlí). Na 1 akt štěpení se uvolní v průměru 2.51 neutronů se střední kinetickou energií 2 MeV. Nejvhodnější energie pro štěpení je 0.02 eV. Na tuto energii je třeba neutrony zpomalit. K tomu slouží moderátor (H_2O , D_2O , C – grafit), ve kterém se srážkami neutrony zpomalují. Při tomto procesu dochází ke ztrátám (záchytu neutronů na ^{238}U – v přírodním uranu je ho 99.3 %, v reaktorech méně díky obohacení izotopem ^{235}U) či ^{235}U , na příměsích či k úniku neutronů.

Aby nenastal lavinovitý průběh štěpení, je nutná regulace. Regulovat nelze počet primárních neutronů vznikajících přímo při štěpení, protože ty vznikají v rozmezí $10^{-6} \div 0.1 \text{ s}$. V tak krátkém čase nelze regulaci provádět. Regulovat ale můžeme počet sekundárních neutronů, které vznikají při rozpadu produktů štěpení v rozmezí $0.07 \div 80.2 \text{ s}$ a které tvoří 0.75% celkového počtu neutronů na 1 akt štěpení. Regulace se provádí pomocí kadmiových tyčí (Cd má velký účinný průřez pro záchyt neutronů). Aby se reakce udržela a zároveň reaktor zůstal pod kontrolou, musí se počet neutronů z jednoho aktu štěpení využitelný k dalšímu štěpení (po odečtení ztrát) pohybovat v rozmezí $1 \div 1.0075$.

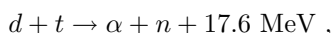
5.5.2 Termojaderná fúze

1. **vodíková bomba** s ^{235}U rozbuškou, která vytvoří dostatečnou teplotu a tlak, aby během 1 μs proběhla reakce :

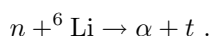


Uvolněná energie odpovídá $5 \cdot 10^5 \text{ kg}$ TNT či 2500 prvním atomovým bombám.

2. **řízená termojaderná reakce**



kde nestabilní t se vyrábí v plášti reaktoru reakcí:



Výhody:

- (a) V oceánech je $5 \cdot 10^{16} \text{ kg}$ d (0.3 g/1 l), v 1 km^3 mořské vody je energie srovnatelná s energií ve veškerá ropě na Zemi. d při spotřebě na úrovni roku 1970 vystačí na 10^9 let.
- (b) Množství radioaktivního materiálu (β -radioaktivní t , neutrony aktivované konstrukční materiály) je srovnatelné s jadernými elektrárnami, ale poločasy rozpadu se pohybují v rozmezí $1 \div 100$ let (u jaderných elektráren $100 \div 10000$ let).
- (c) Nebezpečí výbuchu je nulové, jakákoli nestabilita plasmatu způsobí ukončení fúze.

Experimentálně k fúzi došlo v TOKAMAKU, kde je vysokoteplotní plasma magnetickým polem stlačována a tím zahřívána na dostatečně vysoké teploty. Aby fúze s jistotou nastala, je třeba plasmu udržet po 1 s při teplotě ($10^7 \div 10^8$) K při hustotě 10^{20} jader/ m^3 .

6 Fyzika elementárních částic a fundamentálních interakcí

6.1 Přehled elementárních částic

V následující tabulce máme uveden přehled elementárních částic podle současného stavu poznání. Bosony jsou částice s celočíselným spinem, které zprostředkují interakce, říká se jim rovněž polní částice. Fermiony jsou částice s poločíselným spinem, které prostřednictvím (výměnou) bosonů interagují. Ke každé částici existuje antičástice se stejnou hmotností a opačným nábojem. Neutrální neutrina a antineutrina se liší pouze helicitou.

Tabulka 4: Přehled elementárních částic.

částice	označení	hmotnost	náboj (e)	spin (\hbar)	stabilita	interakce
bosony						
gluon	g	0	0	1	vázaný	silná
foton	γ	0	0	1	stabilní	elmag.
W^\pm -boson	W^\pm	82 GeV	± 1	1	nestabilní	slabá
Z -boson	Z^0	91.1 GeV	0	1	nestabilní	slabá
higgs	H^0	> 48 GeV	0	0		elektroslabá
higgs	H^\pm	> 41.7 GeV	± 1	0		elektroslabá
graviton		0	0	2		gravitační
fermiony						
kvarky						
up	u	~ 7 MeV	$+2/3$	$1/2$	vázaný	všechny
down	d	~ 15 MeV	$-1/3$	$1/2$	vázaný	všechny
charm	c	~ 1.3 GeV	$+2/3$	$1/2$	vázaný	všechny
strange	s	~ 200 MeV	$-1/3$	$1/2$	vázaný	všechny
top (truth)	t	~ 180 GeV	$+2/3$	$1/2$	vázaný	všechny
bottom (beauty)	b	~ 4.3 GeV	$-1/3$	$1/2$	vázaný	všechny
leptony						
elektronové neutрино	ν_e	0	0	$1/2$	stabilní	slabá
elektron	e^-	0.511 MeV	-1	$1/2$	stabilní	kromě silné
mionové neutрино	ν_μ	0	0	$1/2$	stabilní	slabá
mion	μ^-	106 MeV	-1	$1/2$	stabilní	kromě silné
tauonové neutрино	ν_τ	0	0	$1/2$	stabilní	slabá
tauon	τ^-	1777 MeV	-1	$1/2$	stabilní	kromě silné

Rozlišujeme tzv. 3 rodiny (generace) fermionů:

1. u, d, ν_e, e^-
2. c, s, ν_μ, μ^-
3. t, b, ν_τ, τ^-

Probíhá-li určitá interakce v jedné rodině, probíhá rovněž v dalších rodinách.

Hmota ve vesmíru je složena pouze z těchto částic: u, d a e^- (proton se skládá ze tří kvarků uud , neutron z udd).

6.2 Teoretické představy o interakcích elementárních částic

Základními částicemi jsou fermiony. Interakce mezi nimi zprostředkovávají polní částice – bosony. Podle speciální teorie relativity se se změnou hybnosti částice (např. nabitě) změní pole, které

vyvolává (elektromagnetické). Změna pole se šíří rychlostí $v \leq c$ (pohyb ostatních částic se nezmění okamžitě). Signál (pole) přenáší energii. Podle kvantové teorie je energie kvantována, energie pole se předává ve formě kvant, polních částic. Spojení speciální teorie relativity s kvantovou teorií vytváří kvantovou teorii pole, která popisuje interakce částic.

6.2.1 Kvantová chromodynamika (QCD) – teorie silné interakce

Popisuje nejsilnější známou interakci, která mj. způsobuje soudržnost jader. Je to interakce mezi kvarky zprostředkovaná gluony. Na základě analogie s elektrostatickým polem, kde spolu interagují kladné nebo záporné náboje, se zavádí barevný náboj kvarků. Každý kvark (i gluon) má barvu (barevný náboj): red (r), green (g) nebo blue (b). Ke každé barvě existuje antibarva, stejně jako ke kladnému náboji existuje náboj záporný. Barva a antibarva se přitahují. Dva kvarky se stejnou barvou se odpuzují, dva kvarky s různou barvou se v antisymetrickém barevném stavu přitahují a symetrickém odpuzují.

Volné kvarky a gluony v přírodě neexistují, jsou vázány v **hadronech**, které jsou nebarevné (mají bílou barvou). Existují dva typy vázaných stavů kvarků:

1. **mesony** s celočíselným spinem, tj. bosony, (vázané stavy barevného kvarku s antibarevným antikvarkem) a
2. **baryony** s poločíselným spinem, tj. fermiony, (antisymetrické vázané stavy tří kvarků red, green a blue; složením těchto tří barev vznikne barva bílá). Mezi baryony patří proton a neutron.

Uvěznění kvarků v hadronech se říká confinement. Např. potenciální energie vázaného systému kvark-antikvark roste přímo úměrně se vzdáleností kvarku a antikvarku. Síla mezi nimi je tedy konstantní a nezávisí na jejich vzdálenosti. Je to způsobeno tím, že gluonové pole nese barevný náboj.

Ostatní částice nemají barevný náboj, tzn. neinteragují silně.

6.2.2 Kvantová elektrodynamika (QED) – teorie elektromagnetické interakce

Nabitě částice interagují prostřednictvím fotonů. Elektromagnetická interakce váže elektrony k jádrům, jednotlivé atomy do molekul i molekuly do větších struktur. Vysvětluje Lambův posuv (rozštěpení stavů $2S_{1/2}$ a $2P_{1/2}$ s frekvencí přechodu 1057.9 MHz), za který je kromě dalších mechanismů zodpovědná i interakce elektronu s fluktuacemi elektromagnetického pole.

6.2.3 Standardní model – jednotná teorie elektromagnetické a slabé interakce

(elektroslabá interakce)

Interagující částice (kvarky a leptony) si vyměňují fotony, W^\pm a Z^0 bosony. Model předpovídá také dosud neobjevené Higgsovy bosony, které prostřednictvím interakcí generují hmotnosti ostatních částic (W^\pm a Z^0 bosonů, leptonů a kvarků).

W^\pm a Z^0 bosony vznikají v interakcích:

$$e^+ + e^- \rightarrow Z^0, \quad u + \bar{u} \rightarrow Z^0, \quad d + \bar{d} \rightarrow Z^0, \\ u + \bar{d} \rightarrow W^+, \quad d + \bar{u} \rightarrow W^-.$$

Vzhledem k tomu, že volné kvarky v přírodě neexistují, mohou se 2.–5. interakce realizovat při srážkách protonů a antiprotonů.

Rozpady W^\pm a Z^0 bosonů:

$$W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e, \quad \mu^+ + \nu_\mu, \quad \tau^+ + \nu_\tau, \quad u + \bar{d}, \quad c + \bar{s},$$

$$W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e, \quad \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad \tau^- + \bar{\nu}_\tau, \quad d + \bar{u}, \quad s + \bar{c},$$

$$Z^0 \rightarrow e^+ + e^-, \quad \nu_e + \bar{\nu}_e, \dots u + \bar{u}, \quad d + \bar{d}, \dots$$

Střední doba života W^\pm a Z^0 bosonů je $2.5 \cdot 10^{-25}$ s. Za tuto dobu urazí světlo dráhu 10^{-16} m. Je zřejmé, že dráhy těchto částic nelze pozorovat. Jejich vznik můžeme prokázat pouze z jejich rozpadových produktů.

Rozpad neutronu je ve standardním modelu vysvětlen následovně: K přeměně n na p je třeba přeměna jednoho d kvarku na u kvark. Stačí tedy, aby d kvark vyzářil (virtuálně) W^- boson, který se rozpadá na e^- a $\bar{\nu}_e$.

6.2.4 Narušení základních symetrií ve slabých interakcích

1. **parita (P symetrie):** Neutrino mají pouze helicitu -1 , antineutrino pouze $+1$.
2. **nábojová (C) symetrie:** Proces, který probíhá, může proběhnout i po záměně všech částic antičásticemi. Ve slabých interakcích neplatí, protože nemůžeme zaměnit neutrino antineutrinem beze změny jeho helicity.
3. **CP symetrie (kombinace parity a nábojové symetrie):** V případě neutrin je zachována. Neutrino zaměníme antineutrino a zároveň provedeme operaci prostorové inverze (změna znaménka helicity).

Zdálo se, že tato symetrie se ve slabých interakcích zachovává. Ale v roce 1964 Cronin a Fitch ukázali, že to tak není. Pro pravděpodobnosti rozpadů K_L^0 , vázaný antisymetrický stav kvarků d, s, \bar{d}, \bar{s} :

$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|d\bar{s}\rangle - |\bar{d}s\rangle)$$

se zjistilo:

$$\frac{P(K_L^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e) - P(K_L^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e)}{P(K_L^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e) + P(K_L^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e)} = 0.00333 \pm 0.00014.$$

Narušení CP symetrie lze zahrnout do standardního modelu (aby to bylo možné, musí být počet generací kvarků a leptonů minimálně 3, což je právě splněno).

4. **CPT symetrie:** Je splněna při všech interakcích. Jelikož je CP symetrie ve slabých interakcích porušena, musí být porušena i T symetrie (slabá interakce stejně neprobíhá při změně toku času na opačný).

6.2.5 Teorie velkého sjednocení (GUT – Grand unification theories)

Sjednocuje silnou a elektroslabou interakci. Vysvětluje náboje kvarků a opačný náboj elektronu než protonu. Předpovídá:

1. Síly silné a elektroslabé interakce jsou stejné při energiích $10^{14} \div 10^{15}$ GeV,
2. nové polní částice bosony X a Y ($m_{X,Y} \approx 10^{14}$ GeV, $q_X = -\frac{4}{3}e$, $q_Y = -\frac{1}{3}e$), X a Y způsobují přechody mezi leptony a kvarky,
3. rozpad protonu: $p \rightarrow e^+ + \pi^0$ se střední dobou života $\tau = 10^{31}$ let $\gg 10^{10}$ let (stáří vesmíru).

V experimentu s 10^3 m³ H₂O (10^{33} protonů), v jehož průběhu nebyl žádný rozpad protonu pozorován, plyne $\tau = 10^{32}$ let. Tím je tato varianta teorie vyvrácena.

6.2.6 Supersymetrické teorie

Dávají střední dobu života protonu $10^{32} \div 10^{33}$ let. V těchto teoriích interagují fermiony s bosony prostřednictvím nových částic (supersymetrie znamená stejný popis fermionů a bosonů). Každá částice má tzv. supersymetrického partnera: foton γ fotino $\tilde{\gamma}$ se spinem $1/2\hbar$, leptony l koleptony \tilde{l} se spinem $0\hbar$, kvarky q kokvarky \tilde{q} se spinem $0\hbar$, gluon g gluino \tilde{g} se spinem $1/2\hbar$, W boson wino \tilde{W} se spinem $1/2\hbar$ a Z boson zino \tilde{Z} se spinem $1/2\hbar$.

Supersymetrie je v přírodě narušena, protože neexistuje např. vázaný systém koprotonu a koelektronu se spinem $0\hbar$ (tj. boson, pro který neplatí Pauliho vylučovací princip, což by mělo za následek zcela odlišnou chemii).

6.2.7 Asymetrie baryonů ve vesmíru

Ve vesmíru je více částic (hmoty) než antičástic (antihmoty). To vyplývá z nepozorování záření z antihmoty a anihilačních fotonů. Poměr baryonů a fotonů ve vesmíru je 10^{-10} . Toto číslo nelze vysvětlit bez předpokladu nezachování baryonového čísla (baryony se nemusí rozpadat jen na baryony), tj. bez předpokladu rozpadu protonu. V počátečním okamžiku vesmíru nemáme žádné baryony a antibaryony. Pak nám vznikají páry baryonů a antibaryonů (ve stejném počtu). Díky interakci narušující baryonové číslo, narušení CP symetrie a rychlému rozpínání vesmíru, které má za následek jeho silné ochlazování, se počáteční symetrie počtu baryonů (hmoty) a antibaryonů (antihmoty) naruší ve prospěch baryonů (hmoty). Lze to ilustrovat příkladem: Při vysokých energiích je pravděpodobná interakce $e^+ + \bar{d} \leftrightarrow u + u$, při rychlém ochlazování vesmíru (pokles energie částic) pravděpodobnost zpětného procesu rychle klesá.

6.2.8 Srovnání síly interakcí kvarků v protonu

Tabulka 5: Srovnání interakcí.

interakce	vztah pro sílu	číselná hodnota
silná	$F = E/r$	$F = 1\text{GeV}/1\text{fm} \approx 10^5 \text{ N}$
elektromagnetická	$F = ke^2/r^2$	$F \approx 10^2 \text{ N}$
gravitační	$F = \kappa m^2/r^2$	$F \approx 10^{-38} \text{ N}$ ($m \approx 10^{-29} \text{ kg}$)

6.2.9 Gravitační interakce

Jak vidíme z předchozí tabulky, hraje gravitační interakce v mikrosvětě zanedbatelnou roli. Kvantová teorie gravitace není dosud hotova. V makrosvětě můžeme gravitační interakci popisovat Einsteinovou obecnou teorií relativity. Ta je založena na dvou principech:

1. **obecný princip relativity:** Fyzikální zákony jsou stejné ve všech souřadnicových soustavách.
2. **princip ekvivalence:** Setrvačná hmotnost je stejně velká jako hmotnost gravitační.

Důsledky:

1. gravitační dilatace času (gravitační pole zpomaluje běh hodin, to samé se děje i v neinerciálních soustavách – viz paradox dvojčat),
2. gravitační pole zakřivuje prostoročas (dráha světelných paprsků kolem Slunce se zakřivuje, experiment dává $1.70''$, teorie $1.75''$),
3. ve sluneční soustavě předpovězeno pomalé stáčení hlavní osy eliptické dráhy Merkura (teorie a experiment souhlasně dávají $43''$ za 100 let).

4. gravitační rudý posuv: světlo přicházející ze silného gravitačního pole zvyšuje svou vlnovou délku a snižuje frekvenci; byl experimentálně potvrzen (pozorování světla přicházejícího od bílého trpaslíka Siria B i pozemskými měřeními - viz Př. 9).

Příklad 9:

Foton se pohybuje v homogenním gravitačním poli Země směrem vzhůru proti směru tíhového zrychlení g . Spočítejte relativní změnu jeho frekvence po uražení dráhy $s = 20$ m.

Řešení:

Platí zákon zachování energie:

$$h\nu = mgds + h(\nu + d\nu), \quad m = \frac{h\nu}{c^2},$$

kde ν je počáteční frekvence fotonu a m je hmotnost fotonu. ν' konečná frekvence fotonu Po dosažení za m :

$$-\frac{d\nu}{\nu} = \frac{g}{c^2} ds, \quad \frac{gs}{c^2} = \ln\left(\frac{\nu}{\nu'}\right),$$

kde ν' konečná frekvence fotonu. Pak relativní změna frekvence fotonu

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = \exp\left(-\frac{gs}{c^2}\right) - 1 \approx -\frac{gs}{c^2} = -2 \cdot 10^{-15}.$$

5. homogenní gravitační pole (na předměty v uzavřené laboratoři působí tíhová síla $m_g\vec{g}$) ekvivalentní (experimentálně nerozlišitelné od) soustavy (uzavřené laboratoře) pohybující se se zrychlením $\vec{a} = -\vec{g}$ (zde působí zdánlivá síla $-m_s\vec{a}$; z principu ekvivalence plyne rovnost setrvačné a gravitační hmotnosti, $m_s = m_g$),
6. vliv gravitačního pole na chod hodin můžeme ilustrovat jednoduchým myšlenkovým experimentem: Identické hodiny h_1 a h_2 se nacházejí ve stejné výšce H nad povrchem Země. Jsou seřizeny tak, že tikají stejně. Poté hodiny h_2 přesuneme na povrch Země. Pokud hodiny h_1 vyšlou světelný signál o stejné frekvenci ν_1 s jakou tikají, má tento signál v místě o nižší potenciální energii (blíže ke středu Země) vyšší frekvenci ν'_1 . Hodiny h_2 tedy tikají pomaleji.
7. černé díry (objekty, z jejichž gravitačního pole nemůže nic uniknout (ani fotony pohybující se rychlostí světla): Lze odvodit přibližně i v rámci klasické fyziky. Platí zákon zachování mechanické energie. Pro objekt s právě únikovou rychlostí: $E_k + E_p = 0$. Neunikne-li ani světlo,

$$E_p + E_k < 0, \quad -\kappa \frac{mM}{R} + mc^2 < 0, \quad (4)$$

pak je poloměr oblasti, ze které není úniku $R < \frac{\kappa M}{c^2}$, M je hmotnost černé díry. Přesné řešení obecné teorie relativity dává: $R_{\text{krit}} = 2\frac{\kappa M}{c^2}$.

8. gravitační vlny: jejich existence plyne z vlnového řešení Einsteinových rovnic obecné teorie relativity. Jejich existence nebyla dosud jednoznačně prokázána.

6.2.10 Kosmologie

V roce 1922 aplikoval Fridman obecnou teorii relativity na vesmír jako celek. Zjistil, že stacionární řešení Einsteinových rovnic neexistuje. Abychom dostali stacionární řešení, museli bychom do Einsteinových rovnic přidat navíc tzv. kosmologickou konstantu. Nestacionární řešení dávají stále se z počáteční singularity rozpínající vesmír (je-li jeho hustota $\rho \leq \rho_c$, kde $\rho_c = 4.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}$ je kritická hustota) nebo nejprve se z počáteční singularity rozpínající a pak opět do konečné singularity smršťující se vesmír (pro $\rho > \rho_c$). Zatím není jasné, jaká je hustota vesmíru. Odhadujeme jen, že je blízká kritické. Oba dva scénáře vývoje vesmíru jsou tedy možné.

Experimentální důkazy pro rozpínání vesmíru z počáteční singularity (model velkého třesku):

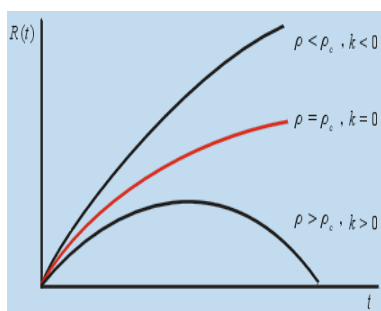
1. Dopplerovský rudý posuv (odlišný od gravitačního rudého posuvu): světlo vyslané objektem, který se od nás vzdaluje, má pro nás nižší frekvenci (vyšší vlnovou délku), než je vlastní frekvence zdroje (v systému, kde je zdroj v klidu). Platí $v = H_0 r$, kde r je vzdálenost objektu od Země, v jeho rychlost, H_0 je Hubbleova konstanta, $H_0 \approx 45 \div 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, 1 parsek = 1 pc (z této vzdálenosti vidíme poloměr dráhy Země kolem Slunce pod úhlem $1''$, 1 pc = 3.26 sv. let).

Stáří vesmíru můžeme odhadnout z Hubbleovy konstanty za předpokladu konstantního rozpínání vesmíru (neplatí přesně): $T \approx 14 \div 20$ mld. let.

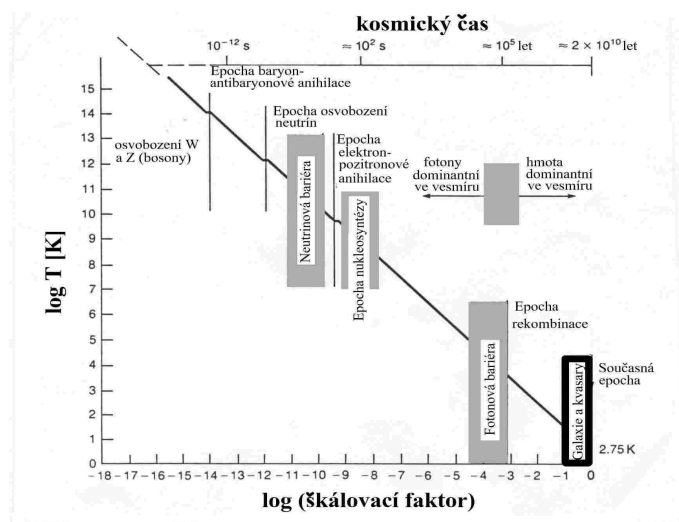
2. Reliktní záření (objevili roku 1964 Penzias a Wilson): elektromagnetické izotropní záření absolutně černého tělesa odpovídající teplotě 2.75 K.

Cesta do minulosti vesmíru:

Když bychom postupovali proti toku času, vesmír by se smršťoval, pozorovali bychom Dopplerovský modrý posuv, tedy světlo o nižších vlnových délkách a vyšších frekvencích než je vlastní frekvence zdroje. Teplota reliktního záření (fotonového plynu) by se smršťováním vesmíru rostla, až by byla dostatečná k disociaci atomů. Vytvořila by se polévka tvořená jádry, elektrony a fotony v termodynamické rovnováze. Čím blíže k počátku vesmíru, tím by měl vesmír vyšší teplotu, částice v něm vyšší energie (experimentálně lze na Zemi ověřovat do TeV, pro vyšší energie pouze teoretické modely).



Obr. 11: Řešení Einsteinových rovnic pro vesmír v závislosti na hustotě vesmíru ρ ; ρ_c je kritická hustota vesmíru.



Obr. 12: Vývoj vesmíru podle modelu velkého třesku.

7 Urychlovače a detektory

Z radioaktivních rozpadů můžeme získat částice s energiemi do 15 MeV, z kosmického záření s energiemi až do 10^{13} MeV ale ve velice malém množství (10^{-39} eV $^{-1}$ cm $^{-2}$ s $^{-1}$ sr $^{-1}$).

7.1 Lineární urychlovače

Nabité částice jsou urychlovány po přímé dráze. Rozlišujeme lineární elektrostatické urychlovače (urychlování elektrostatickým polem, např. van de Graaffův urychlovač – urychluje na energie \sim MeV, proudy ~ 10 μ A) a lineární rezonanční urychlovače (urychlují vysokofrekvenčním elektromagnetickým polem).

7.2 Kruhové urychlovače

1. cyklotron (urychlování v mezeře mezi duanty elektrickým polem o frekvenci f , částice se přitom pohybují v homogenním magnetickém poli o indukci B)

$$v = 2\pi fr, \quad m \frac{v^2}{r} = QvB, \quad mv = QBr = 2\pi mfr, \quad (5)$$

$$f = \frac{QB}{2\pi m}, \quad E_{kmax} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{Q^2 B^2 R^2}{2m}, \quad (6)$$

kde E_{kmax} je maximální kinetická energie, kterou může získat částice s nábojem Q na cyklotronu o poloměru R .

2. synchrociklotron (v relativistické oblasti – $v \sim c$ – s rostoucí v roste i hmotnost urychlované částice, $m = \gamma m_0$, při konstantním B musí tedy frekvence f klesat)
3. synchrotron (urychlování na dráze o konstantním poloměru R , během urychlování B roste; výhody: homogenní magnetické pole nemusíme realizovat ve velké oblasti prostoru, ale jen podél kruhové dráhy, volíme-li R co největší, jsou energetické ztráty způsobené zrychleným pohybem urychlovaného náboje menší – ztráty $\sim a_n = v^2/R$)

7.3 Collidery

Jde o moderní urychlovače vstřícných svazků nabitých částic (srážky v těžišтовém systému), např.: e^+e^- v CERNu (max. en. 55 GeV, obvod 27 km), e^-p v Hamburku (6.3 km), $p\bar{p}$ ve Fermilabu v USA (1 TeV, 6.3 km), plánují se pp v CERNu (7.7 TeV) a PbPb v CERNu (631 TeV).

7.4 Detektory v jaderné fyzice a fyzice elementárních částic

Přímo detekovat můžeme pouze ionizující (nabité) částice, neutrální částice je třeba nejprve konvertovat na nabitě (fotony fotoefektem, Comptonovým efektem nebo tvorbou párů, např. e^+ , e^- ; neutrony jadernými reakcemi).

Typy detektorů:

1. plynové (ionizační komory, proporcionální počítače, Geiger-Müllerovy počítače, mlžné a bublinové komory),
2. scintilační počítače,
3. polovodičové počítače (přesné měření energie),
4. jaderné emulze,
5. driftové komory,
6. kalorimetry,
7. Čerenkovovy počítače (měření rychlosti),
8. k měření hybnosti se užívá zakřivení dráhy nabitě částice v magnetickém poli.