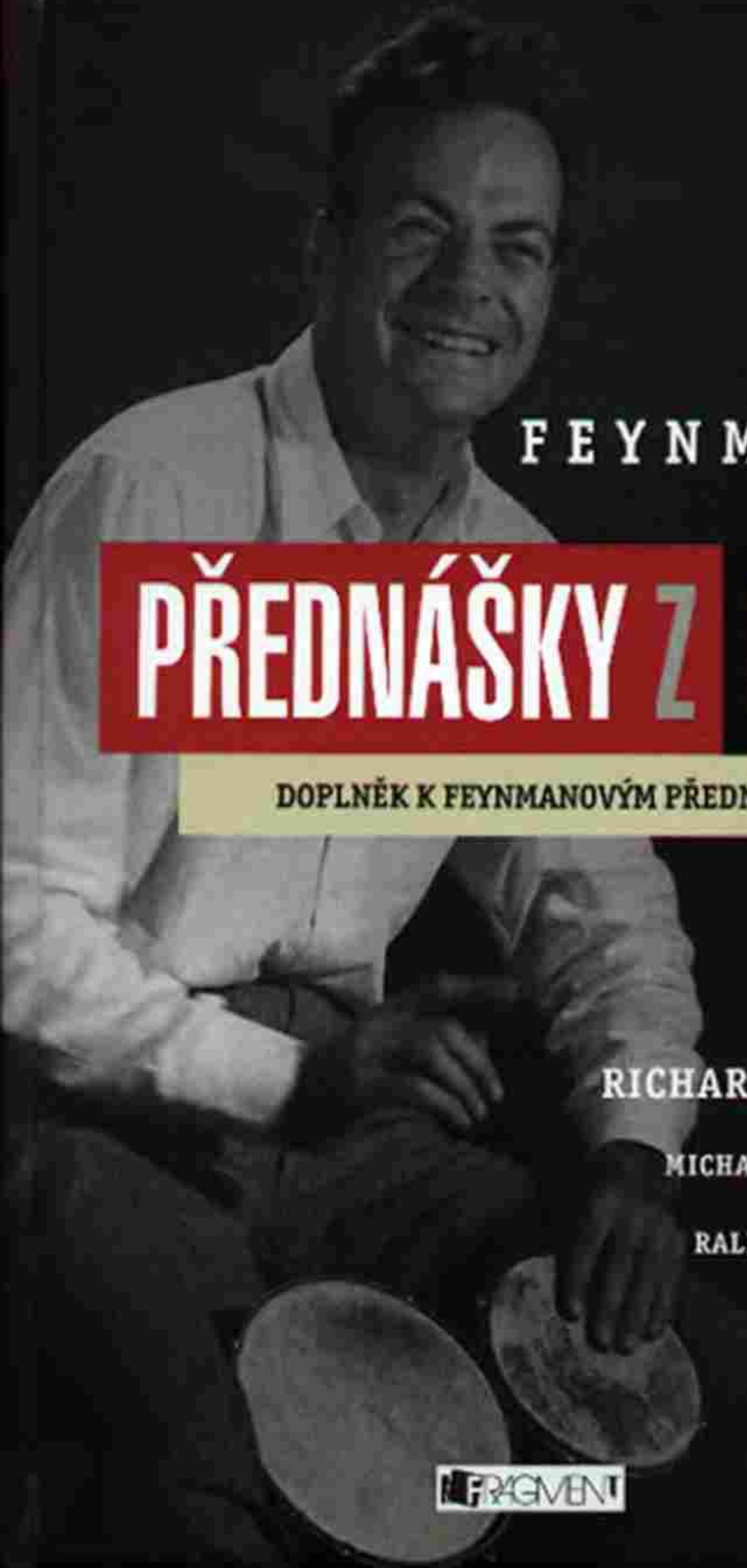


FEYNMANOVY

PŘEDNÁŠKY Z FYZIKY

DOPLNĚK K FEYNMANOVÝM PŘEDNÁŠKÁM Z FYZIKY

RICHARD P. FEYNMAN

MICHAEL A. GOTTLIEB

RALPH LEIGHTON

FRAGMENT

Feynmanovy

PŘEDNÁŠKY Z FYZIKY

Doplněk k Feynmanovým přednáškám z fyziky

Richard P. Feynman

Michael A. Gottlieb

Ralph Leighton

Vzpomínkou přispěl Matthew Sands

Úlohy a výsledky
Robert B. Leighton a Rochus E. Vogt

FRAGMENT

FRAGMENT

čtení pro radost i poučení

Z anglického originálu *Feynman's tips on physics: a problem-solving supplement to the Feynman lectures on physics* přeložil Doc. Ing. Ivan Štoll, CSc.
Jazyková korektura Adam Gebert
Odpovědný redaktor Jakub Šedivý
Technická redaktorka Alena Suchánková
Vydalo nakladatelství Fragment, Humpolecká 1503, Havlíčkův Brod
jako svou 1280. publikaci.
1. vydání, 2007
Sazbu zhotovil TypoText, s. r. o., Praha
Vytiskla Centa, spol. s r. o., Brno

Učebnice, odborná literatura / Vysokoškolská výuka / Edice Feynmanovy přednášky z fyziky

Kontaktní adresa: Radiová 1, 102 27 Praha 10 - Hostivař
e-mail: fragment@fragment.cz
http:\\www.fragment.cz

ISBN 978-80-253-0391-7 (1. vydání, 2007)

Předmluva

Na osamělém pohraničním stanovišti vysoko na himálajském rozmezí si Ramaswamy Balasubramanian prohlížel svým binoklem vojáky Lidové osvobozenecké armády rozmístěné v Tibetu a ti zase svými dalekohledy pozorovali jeho. Mezi Indií a Čínou trvalo již několik let velké napětí, a to od roku 1962, kdy mezi oběma zeměmi padaly výstřely podél jejich zpochybňované hranice. Vojáci LOA, když viděli, že jsou pozorováni, dráždili Balasubramaniana a jeho indické spolubojovníky tím, že vysoko ve vzduchu vzdorně potřásali kapesními jasně červenými výtisky *Citátů předsedy Maa* známými na Západě spíš jako „Maova rudá knížka"

Balasubramaniana, tehdy čerstvého rekruta, který ve volném čase studoval fyziku, brzy přestaly tyto úsměšky bavit. A tak se jednoho dne dostavil na své pozorovací stanoviště vybaven k patřičné odpovědi. Jakmile vojáci LOA začali zase ve vzduchu mávat svými malými červenými knížkami, Balasubramanian a jeho dva indičtí kolegové vytáhli tři velké červené svazky *Feynmanových přednášek z fyziky* a drželi je vysoko nad hlavou.

Jednoho dne jsem dostal od pana Balasubramaniana dopis. Byl to jeden ze stovek dopisů, které jsem dostával po celá léta a které svědčily o tom, jak trvalý vliv zanechal Richard Feynman na životy mnohých lidí. V dopise autor připomněl historku s „rudými knížkami" na čínsko-indické hranici a napsal: „A nyní, po dvaceti letech, čí rudé knížky se pořád čtou?"

Je to tak. Dnes, více než čtyřicet let od jejich vydání, jsou Feynmanovy přednášky z fyziky stále čteny a zůstávají zdrojem inspirace; myslím, že i v Tibetu.

A ještě zvláštní poznámka k věci. Před několika lety jsem potkal Michaela Gottlieba na party, kde hostitel na počítačové obrazovce předváděl svrchní harmonické tóny živých tuvinských hrdelních zpěváků. Byla to jedna z těch událostí, které dělají život poblíž San Francisca tak zábavný. Gottlieb studoval matematiku a velmi se zajímal o fyziku; proto jsem mu navrhl aby si přečetl *Feynmanovy přednášky z fyziky*. Asi rok poté věnoval šest měsíců svého života důkladnému čtení *Přednášek*, od začátku do konce. Jak Gottlieb uvádí ve svém Úvodu, vedlo to nakonec ke vzniku knížky, kterou máte před sebou, a také k novému „definitivnímu vydání" *Feynmanových přednášek z fyziky*.

Jsem proto potěšen, že lidé na celém světě, kteří se zajímají o fyziku, mohou nyní studovat přesnější a úplnější vydání *Feynmanových přednášek z fyziky* včetně tohoto doplňujícího svazku. Je to monumentální dílo, které zůstane zdrojem informací a inspirace studentů v dalších desetiletích, ať už uprostřed Manhattanu nebo vysoko v Himálaji.

Ralph Leighton
11. května 2005

Předmluva k českému vydání

Tato knížka není ani učebnice, ani sbírka příkladů, ani populárně vědecký spis. Je to svého druhu historický dokument, jakási jahůdka na dortu pro příznivce a obdivovatele Richarda Feynmana a jeho třídílného kultovního kurzu *Přednášek z fyziky*. Ve vzpomínkách pamětníků kniha vydává podivuhodné svědectví o tom, jak Feynmanovy *Přednášky* vznikaly ve společenské situaci 60. let minulého století, jaké byly poměry v americkém školství, a nezakrývá ani různé komplikované vztahy mezi zúčastněnými a překážky, které bylo třeba překonávat.

Po padesáti letech Feynmanovy *Přednášky* jakoby stále žily svým životem. Vycházely v nových a nových vydáních a překladech do cizích jazyků a po celou dobu se čtenáři autorovy předmluvy dozvídali o tom, že jsou vlastně neúplné, že Feynman přednesl studentům ještě čtyři další přednášky, které do souboru nebyly zařazeny. Nikoho přitom nenapadlo, aby se po těchto chybějících přednáškách pídil. Až teprve v nedávné době Michael A. Gottlieb, vůbec ne fyzik, ale odborník v oblasti programování, si toho všiml. S pomocí Ralpha Leightona, syna někdejšího Feynmanova spolupracovníka Roberta B. Leightona, tyto přednášky v archivech Kalifornského technického institutu našel a zrekonstruoval. Institut si však nepřál je zařadit do tradičního feynmanovského kurzu, a proto vycházejí v tomto svazku separátně.

Je to možno pochopit. První z těchto přednášek je opakovací a je určena studentům, kteří mají potíže s matematikou a cítí se v prvním ročníku na technice ztraceni. Feynman úvodem upozorňuje, že tyto jeho přednášky budou „nudné“ a vyzývá studenty, kteří potíže s matematikou nemají, aby z posluchárny odešli. Neodcházejí. Feynman se všemožně snaží studenty povzbudit a dodat jim sebevědomí. Pomáhá jim řešit psychologický problém, jak se zachovat, když student patřil na střední škole mezi nejlepší v matematice a fyzice a najednou na vysoké škole zjistí, že je podprůměrný. Být podprůměrný je z hlediska americké soutěživé mentality ovšem nesnesitelný pocit. Feynman argumentuje statistikou a ukazuje, že v každé skupině musí být někteří nadprůměrní a někteří podprůměrní, že to plyne ze samotné definice průměru. Až humorným způsobem zdůrazňuje své vlastní nedostatky a líčí, kolikrát se sám spletl, než našel správný výsledek. V dalších dvou přednáškách řeší Feynman zajímavé fyzikální úlohy, a to po „babylonském způsobu", bez obecné teorie a s minimem matematických prostředků, pomocí fyzikální intuice, v níž geniálně vynikal.

Čtvrtá z publikovaných přednášek se týká aplikací setrvačníků v námořní a letecké inerciální navigaci. Vysvětluje její fyzikální principy a seznamuje s tehdejšími posledními úspěchy, které umožnily zkonstruovat jemné mechanické přístroje na samé hranici technických možností. Tato přednáška samozřejmě beznadějně zastarala, protože vývoj v oblasti miniaturizace, počítačové techniky, družicových systémů a navigační techniky za posledních několik desetiletí nesmírně pokročil. Feynman sám mnohé z této nadcházející perspektivy vytušil.

Nově publikované Feynmanovy přednášky byly adaptovány přímo z magnetofonových záznamů se zachováním hovorových a občas slangových výrazů a Feynmanova expresivního vyjadřování. Je tu zachycena i Feynmanova diskuse se studenty po přednášce. Úsměvně působí dva detaily. Když Feynman demonstruje studentům jemný mechanický gyrokompas, první typicky americký dotaz studenta zní, kolik taková věc asi stojí. V rozhovoru byl zachován i moment, kdy se Feynman pokusil uvést přístroj do chodu, ale nepodařilo se to, protože přívodní vodič nebyl správně zastrčen do zásuvky. I naši pedagogové se občas setkávají s takovou situací.

Na závěr je zařazeno spíše na ukázku několik desítek příkladů z mechaniky s uvedením konečných výsledků. Je to ovšem jen malý výběr odpovídající prvním tématickým kapitolám, asi do poloviny prvního dílu Feynmanových *Přednášek.* Některé z nich byly podrobněji řešeny v českém vydání *Přednášek* (Fragment 2000), jak je upozorněno u číslování jednotlivých příkladů.

Knížka nám přibližuje geniálního fyzika Feynmana jako člověka i jeho dobu a působení na amerických vysokých školách. Feynman se nikdy nepovažoval za pedagoga a vždy dával najevo obavu, že jeho přednášky nejsou dost srozumitelné a účinné. Když studenti propadali, dával vinu sobě a nedostatku svých pedagogických schopností. Ty může čtenář posoudit sám. Studenti, kteří nepropadali a dokázali vnikat do Feynmanova fyzikálního myšlení, vyrostli ovšem v přední tvůrčí vědecké osobnosti.

V Praze 2007, Ivan Štoll

Richard Feynman, asi 1962

Úvod

O Richardu Feynmanovi a Ralphu Leightonovi jsem se poprvé dozvěděl v roce 1986 z jejich zábavné knížky *To snad nemyslíte vážně, pane Feynmane!* O třináct let později jsem se setkal s Ralphem na jedné party. Spřátelili jsme se a v následujícím roce jsme pracovali společně na návrhu grafického symbolu na Feynmanovu počest.[1] Po celou tu dobu mi Ralph dával ke čtení knihy Feynmanovy a o Feynmanovi včetně *Feynmanových přednášek o počítání* (jsem totiž počítačový programátor).[2] V této fascinující knize mě zaujala diskuse o kvantově mechanických výpočtech, ale bez znalosti kvantové mechaniky bylo pro mne obtížné porozumět autorovým argumentům. Ralph mi doporučil, abych si přečetl 3. díl *Feynmanových přednášek z fyziky*, Kvantová mechanika. Začal jsem ho číst, ale protože 1. a 2. kapitola 3. dílu jsou přetiskem 37. a 38. kapitoly 1. dílu, začal jsem zpětně sledovat odkazy v 1. dílu, místo abych pokračoval ve studiu 3. dílu. Nakonec jsem se rozhodl přečíst *Feynmanovy přednášky* od začátku do konce, abych se dozvěděl něco o kvantové mechanice.

[1] Náš symbol byl použit na doprovodných poznámkách k cédéčku *Podporujte budoucnost Tuvy* s nahranými hrdelními zpěvy tuvinského umělce Ondara a s kamejí znázorňující Richarda Feynmana (Warner Bros. 9 47131-2) vydaném v roce 1999.

[2] *Feynman lectures on Computation*, autor Richard P. Feynman, red. Anthony J. G. Hey a Robin W. Allen, Addison-Wesley, ISBN 0-201-48991-0.

Postupem času se ale tento cíl ukázal jako druhotný a já byl stále více pohlcován Feynmanovým fascinujícím světem. Radost z poznávání fyziky jen pro samo potěšení se mi stala nejvyšší prioritou. Byl jsem uchvácen. Když jsem byl asi v polovině prvního dílu, přerušil jsem své programování a strávil jsem šest měsíců na kostarickém venkově výhradně studiem *Přednášek*.

Každé odpoledne jsem začínal novou lekci a řešil fyzikální úlohy, dopoledne jsem prohlížel a prováděl korektury lekce z předchozího dne. Byl sem v e-mailovém kontaktu s Ralphem a ten mě povzbuzoval, abych zaznamenával chyby, které jsem zachytil v 1. díle. Nebyla to žádná velká zátěž, neboť chyb bylo v tomto díle velmi málo. Když jsem ale pokračoval ve čtení 2. a 3. dílu, zjistil jsem, že počet chyb narůstá a to mne trochu polekalo. Nakonec jsem dostal seznam obsahující více než 170 chyb v *Přednáškách*. Byli jsme s Ralphem překvapeni – jak bylo možné, že tolik chyb tak dlouhou dobu unikalo pozornosti? Rozhodli jsme se zjistit, jak by se tyto chyby daly odstranit v dalším vydání.

Pak jsem si všiml několika zarážejících vět ve Feynmanově předmluvě:

„Skutečnost, že kromě přednášek probíhaly i semináře, ovlivnila strukturu této knihy do té míry, že se v ní nevěnuji řešení úloh. V prvním roce jsem sice ve třech přednáškách úlohy řešil, ale nezařadil jsem je do tohoto kurzu. Přednášel jsem i o inerciální navigaci, která má své místo za přednáškou o rotujících systémech, ale v knize je tato přednáška, bohužel, vynechána.“

To nás přivedlo na myšlenku zrekonstruovat chybějící přednášky, a budou-li zajímavé, nabídnout je Kalifornskému technickému institutu (Caltech) jako držiteli autorských práv a nakladatelství Addison-Wesley k zařazení do kompletnějšího a opraveného vydání *Přednášek*. Ale napřed jsem musel chybějící přednášky *najít* a já byl ještě v Kostarice. Pomocí trochy dedukce a pátrání se Ralphovi podařilo najít Feynmanovy poznámky k přednáškám, které byly založeny někde mezi kanceláří jeho otce a archivy Caltechu. Ralph také získal magnetofonový záznam chybějících přednášek. Když jsem po návratu do Kalifornie hledal v archivu opravy chyb, poštěstilo se mi v krabici s různými negativy najít fotografie Feynmanových zápisů na tabuli, které byly považovány za ztracené. Feynmanovi dědici nám dali laskavé svolení k použití těchto materiálů a Matt Sands, dnes poslední žijící člen tria Feynman – Leighton – Sands, přispěl užitečnou kritikou. Ralph a já jsme na ukázku zrekonstruovali Přehledovou přednášku B (viz obsah) a předložili ji spolu s opravami chyb pro nové vydání *Přednášek* Caltechu a nakladatelství.

Nakladatelství Addison-Wesley přijalo náš návrh s nadšením, ale Caltech byl z počátku skeptický. Ralph se proto obrátil na Kipa Thorneho, držitele profesury teoretické fyziky Richarda Feynmana v Caltechu, kterému se nakonec podařilo dosáhnout vzájemného porozumění mezi všemi zúčastněnými a který velkoryse nabídl svůj čas a vyjádřil ochotu přehlédnout naši práci. Protože Caltech si z historických důvodů nepřál vylepšovat stávající svazky *Feynmanových přednášek*, Ralph navrhl vydat chybějící přednášky ve zvláštní knize. Takový je tedy původ tohoto doplňkového svazku. Je publikován souběžně s novým *Definitivním vydáním Feynmanových přednášek z fyziky*, v němž jsou opraveny chyby, které jsem našel já i řada dalších čtenářů.

Vzpomínka Matta Sandse

Při našem pátrání po čtyřech ztracených přednáškách jsme měli s Ralphem mnoho otázek. Považovali jsme proto za velké štěstí, že na mnohé z nich nám mohl odpovědět profesor Matt Sands, autor myšlenky ambiciózního projektu, který přivedl ke zrodu *Feynmanových přednášek z fyziky*. Bylo pro nás překvapením, že jejich geneze není dostatečně známa. Vědom si toho, že naše iniciativa dává příležitost napravit tento nedostatek, profesor Sands laskavě souhlasil přispět do této publikace vlastní vzpomínkou na vznik *Feynmanových přednášek z fyziky*.

Čtyři přednášky

Od Matta Sandse jsme se dozvěděli, že v prosinci 1961, ke konci prvního trimestru,[3] bylo rozhodnuto, že by nebylo správné, aby studentům prvního ročníku, kteří navštěvovali Feynmanův kurz fyziky, byla předkládána nová látka jen několik dní před závěrečnými zkouškami. A tak v týdnu před písemnou zkouškou Feynman přednesl tři volitelné přehledové přednášky, které neobsahovaly žádný nový studijní materiál. Přehledové přednášky byly určeny studentům, kteří měli obtíže se zvládnutím látky, a kladly důraz na pochopení a způsoby řešení fyzikálních úloh. Některé ilustrativní úlohy byly zajímavé z historického hlediska, jako např. Rutherfordův objev atomového jádra nebo určování hmotnosti pionu. S typicky lidským přístupem Feynman diskutoval i o řešení problémů jiného druhu, stejně důležitých alespoň pro polovinu studentů prvního ročníku: jak se psychicky vyrovnat s tím, když někdo zjistí, že je podprůměrný.

Čtvrtá přednáška *Dynamické účinky a jejich aplikace* byla přednesena hned na začátku druhého trimestru prvního ročníku, když se studenti vrátili po zimní přestávce. Původně to měla být *Přednáška 21* a byla zařazena proto, aby si studenti odpočinuli od náročných teoretických diskusí o rotacích v kapitolách 18 až 20. Feynman chtěl studentům ukázat některé zajímavé aplikace a jevy vyplývající z rotací „jen tak pro zábavu“ Větší část přednášky byla věnována diskusi o tech-

---

[3] Akademický rok na Caltechu je rozdělen na tři trimestry: první trvá od konce září do začátku prosince, druhý od začátku ledna do začátku března a třetí od konce března do začátku června.

nologii, která byla v roce 1962 relativně nová – praktické inerciální navigaci. Zbývající část přednášky pojednávala o přírodních jevech, které souvisejí s rotacemi. Skrývá se v ní také klíč k pochopení toho, proč Feynman označil vynechání této přednášky z *Feynmanových přednášek z fyziky* za „nešťastné“

Po přednášce

Po ukončení každé přednášky Feynman často nechával mikrofon zapnutý. To nám poskytuje jedinečnou příležitost být svědky toho, jak Feynman diskutoval se svými studenty prvních ročníků. Příklad, který zde uvádíme, byl zaznamenán po přednášce *Dynamické účinky a jejich aplikace*. Je zvláště pozoruhodný, protože se zabývá počátky přechodu od analogových k digitálním počítačovým metodám v reálném čase v roce 1962.

Cvičení

V průběhu našeho projektu Ralph obnovil kontakt s kolegou a dobrým přítelem svého otce Rochusem Vogtem, který dal laskavý souhlas k opětovnému vydání cvičení a řešení úloh z *Cvičení k úvodu do fyziky*. Tento soubor sestavili Robert Leighton (Ralphův otec) a Rochus Vogt speciálně k *Feynmanovým přednáškám* už v roce 1960. Pro omezený rozsah jsem vybral pouze cvičení k 1. dílu, kapitolám 1–20, tedy k látce přednesené před *Dynamickými účinky*. Přitom jsem dával přednost úlohám, které podle slov Roberta Leightona „*jsou numericky a analyticky jednoduché, ale mají přesto inspirující a objasňující obsah*“.

Webové stránky

Čtenáři jsou vítáni na naší adrese www.feynmanlectures.info, kde mohou získat další informace o tomto spise a o *Feynmanových přednáškách z fyziky*.

Mike Gottlieb
Playa Tamarindo, Costa Rica
mg@feynmanlectures.info

Poděkování

Chtěli bychom vyjádřit naše srdečné díky všem, kdo vydání této knihy umožnili. Zvláště pak se o to zasloužili:

Thomas Tombrello, předseda fyzikálního, matematického a astronomického oddělení, který schválil náš projekt v zastoupení Caltechu, a **Carl Feynman a Michelle Feynman**, dědicové práv Richarda Feynmana, kteří dali svolení k publikování přednášek svého otce v této knize;

Matthew Sands svou moudrostí, znalostmi, konstruktivními připomínkami a návrhy;

Michael Hartl, který pečlivě provedl korektury rukopisu a věnoval velkou péči opravám *Feynmanových přednášek z fyziky*;

Rochus E. Vogt svými důvtipnými úlohami a výsledky jejich řešení ve *Cvičeních k úvodu do fyziky* a svolením k jejich použití v této publikaci;

John Neer svou pílí při dokumentování Feynmanových přednášek ve společnosti Hughes Aircraft Corporation a laskavým poskytnutím získaných poznatků;

Helen Tuck, Feynmanova dlouholetá sekretářka, která nám věnovala svou podporu a povzbuzení;

Adam Black, vedoucí redaktor sekce fyzikálních věd v nakladatelství Addison-Wesley, svým entusiasmem a vytrvalostí při přípravě tohoto svazku do tisku, a

Kip Thorne svou laskavostí a neúnavným úsilím, které vytvářelo ovzduší důvěry a podpory všem zúčastněným, a ochotou přehlédnut naše hotové dílo.

Obsah

5 *Vybrané úlohy*

O původu
Feynmanových přednášek z fyziky

VZPOMÍNKA MATTHEWA SANDSE

Reforma vzdělávání v padesátých letech

Když jsem se v roce 1953 poprvé stal řádným členem učitelského sboru Caltechu, dostal jsem za úkol přednášet některé speciální kurzy fyziky ve vyšších ročnících. Osnovy těchto kurzů ve mně ale vyvolaly rozpaky. V prvním ročníku měli studenti přednášky jen z klasické fyziky – mechaniky, elektřiny a magnetismu. Přednáška z elektřiny a magnetismu přitom obsahovala jen statiku a nebyla v ní ani zmínka o teorii elektromagnetického záření. Měl jsem pocit, že je to vlastně ostuda, že takto povrchně vzdělaní studenti nemají možnost se seznámit s myšlenkami moderní fyziky (mnohé z nich už byly 20 nebo 50 let staré), dříve než ve druhém či třetím ročníku specializovaného studia. Zahájil jsem proto kampaň za reformu studijního programu. Znal jsem Richarda Feynmana ještě za našich společných dnů v Los Alamos a oba jsme působili v Caltechu několik málo let. Vyzval jsem Feynmana, aby se ke kampani připojil, společně jsme nastínili hlavní rysy nových osnov a nakonec jsme přesvědčili učitele fyziky, aby je přijali. Do prvního ročníku jsme zařadili přednášku z elektrodynamiky a elektronové teorie (tu jsem přednášel já), úvod do kvantové mechaniky (tu přednášel Feynman) a pokud si vzpomínám, přednášku z matematických metod, kterou měl Robert Walker. Měl jsem pocit, že nový program je docela úspěšný.

Přibližně ve stejné době let ruského sputniku podnítil Jerrolda Zachariase z Massachusettského technického institutu (MIT), aby začal prosazovat program modernizace výuky fyziky na středních školách ve Spojených státech. Jedním z důsledků bylo založení Výboru pro studium fyzikálních věd (PSSC). Vzniklo mnoho různých nápadů a materiálů, a také sporů. Když se práce výboru PSSC blížila k závěru, Zacharias a někteří jeho kolegové (myslím, že mezi nimi byli Francis Friedman a Philip Morrison) usoudili, že nastal čas i pro revizi univerzitní výuky fyziky. Zorganizovali několik velkých setkání učitelů fyziky, utvořila se Komise pro vysokoškolskou fyziku, celostátní výbor tvořený asi tuctem učitelů fyziky, který měl podporu Národní vědecké nadace, a jeho úkolem bylo podněcovat snahy o modernizaci výuky fyziky na vysokých školách. Zacharias mě k těmto prvním setkáním zval, pak jsem se stal členem Komise a nakonec jejím předsedou.

Program Caltechu

Tyto aktivity mě přiměly, abych se začal zamýšlet nad tím, co by se dalo na Caltechu udělat s osnovami základního studia, s nimiž jsem byl delší dobu dosti nespokojen. Úvodní kurz fyziky byl vyučován podle učebnice Millikana, Rollera a Watsona, velmi pěkné knihy, která byla napsána tuším někdy ve 30. letech. I když ji později Roller upravoval, bylo v ní velmi málo, vlastně skoro nic z moderní fyziky; kromě toho, k předmětu se nekonaly přednášky, a tak nebyla skoro žádná příležitost doplňovat novou látku. Kurz byl založen na souboru důmyslných „problémů", který sestavil Foster Strong.[1] Tyto problémy byly studentům zadávány jako týdenní domácí práce a byly řešeny a prodiskutovávány na seminářích dvakrát týdně.

Tak jako ostatní učitelé fyziky, i já byl každý rok přidělen jakožto rádce několika studentům, kteří měli fyziku za hlavní studijní obor. Když jsem s těmito studenty hovořil, byl jsem často překvapen, že během prvních let na Caltechu byli vlastně od dalšího studia fyziky odrazováni. Bylo to alespoň zčásti tím, že po dvou letech studia se stále nedozvěděli nic o poznatcích současné fyziky. A tak jsem se rozhodl nečekat, až celostátní program reforem dozraje, a pokusil se dělat sám něco na Caltechu. Především jsem se chtěl postarat o to, aby do základního kurzu byly zařazeny některé otázky moderní fyziky – atomy, jádra, kvanta a teorie relativity.

Po diskusích s několika kolegy – především s Thomasem Lauritsenem a Feynmanem – jsem navrhl tehdejšímu vedoucímu katedry Robertu Bacherovi, abychom zahájili výuku úvodního kurzu podle nových osnov. Jeho okamžitá reakce nebyla příliš povzbudivá. Ve skutečnosti nám řekl: „Vždycky jsem tvrdil, že máme dobrý program a jsem na něj hrdý. Na seminářích učí někteří starší, zkušení učitelé. Proč bychom to měli měnit?" Stál jsem ovšem na svém, několik dalších učitelů mě podpořilo, takže Bacher nakonec povolil, náš návrh přijal a podařilo se mu získat finanční grant Fordovy nadace; pokud si dobře pamatuji, bylo to něco přes milion dolarů. Tyto prostředky měly být použity na nové experimentální vybavení základních praktik a vypracování nového obsahu kurzu. Měli z nich být též placeni někteří noví učitelé přijatí na přechodnou dobu, aby bylo možno uvolnit učitele pracující na nových osnovách.

---

[1] Úlohy v 5. kapitole této knihy obsahují více než tucet problémů ze sbírky Fostera Stronga a byly také přetištěny se souhlasem autora ve sbírce *Exercises in Introductory Physics* od Roberta B. Leightona a Rochuse E. Vogta.

Když nám byl grant přidělen, Bacher jmenoval malou pracovní skupinu, která měla projekt řídit; jejím předsedou byl Robert Leighton, dále v ní byli Victor Neher a já. Leighton byl už dlouho angažován ve výuce nejvyšších ročníků, která se opírala o jeho knihu *Základy moderní fyziky*[2] a Neher byl znám jako vynikající experimentátor. V té době jsem byl trochu dotčen tím, že mne Bacher neudělal předsedou skupiny. Částečně to mohlo být proto, že jsem byl hodně zaneprázdněn řízením Synchrotronové laboratoře, ale vždycky jsem si myslel, že se Bacher obával, abych nebyl příliš radikální, a chtěl projekt trochu vyvážit Leightonovým konzervativismem.

Náš malý výbor se rozhodl, že Neher se zpočátku soustředí na vývoj nových laboratorních úloh, které měl ostatně už dobře promyšleny, a my bychom měli pracovat na přípravě přednáškového kurzu pro nadcházející rok. Měli jsme pocit, že přednášky nejlépe umožní rozvíjet a inovovat obsah kurzu. S Leightonem jsem měl navrhnout sylabus těchto přednášek. Začali jsme pracovat nezávisle na prvním nástinu, ale každý týden jsem se scházeli, porovnávali svůj postup a snažili se najít společný základ.

Slepá ulička a inspirace

Brzy se ukázalo, že najít společný základ nebude snadné. Mně se obyčejně zdálo, že Leightonův přístup směřuje jen k jinému uspořádání obsahu kurzu fyziky, jaký byl v módě po 60 let. Leighton si zas myslel, že prosazuji nepraktické myšlenky, že studenti prvního ročníku nejsou připraveni na moderní obsah, který chci zavádět. V mém směřování mě naštěstí Feynman při našich častých diskusích podporoval. Feynman byl už dobře znám jako působivý přednášející a byl zejména schopen vysvětlovat myšlenky moderní fyziky širšímu obecenstvu. Cestou z Institutu domů jsem se často zastavoval v jeho domě, abych se s ním podělil o své myšlenky. Feynman přicházel s návrhy, jak dále postupovat, a obecně mne povzbuzoval.

Po několikaměsíční snaze jsem však měl pocit neúspěchu. Ukázalo se, že Leighton a já nemůžeme nikdy dospět k dohodě o osnovách. Zdálo se, že naše představy o kurzu jsou naprosto protichůdné. Pak jsem jednoho dne dostal inspiraci: Proč nepožádat Feynmana, aby kurz odpřednášel? Můžeme mu poskytnout Leightonův a můj návrh osnov a nechat na něm, aby si sám vybral. Hned druhý den jsem tento nápad Feynmanovi sdělil. Řekl jsem mu: „Poslyš Dicku, strávil jsi čtyřicet let svého života hledáním a pronikáním do světa fyziky. Teď máš příležitost dát si to všechno dohromady a předložit to nové generaci vědců. Proč by ses

[2] *Principles of Modern Physics*, Robert B. Leighton, nakl. McGraw-Hill 1959. Katalog knihovny Kongresu USA č. 58-8847.

příští rok neujal přednášek pro studenty prvního ročníku?" Nebyl z toho okamžitě nijak nadšen, ale probírali jsme ten nápad několik dalších týdnů a Feynmana tato myšlenka brzy zaujala. Začal se do ní vžívat, začal uvažovat, že by se dalo udělat to či ono, zařadit to nebo jiné téma. Po několika týdnech diskusí se mne zeptal: „Byl někdy nějaký velký fyzik, který přednášel v prvním ročníku?" Odpověděl jsem mu, že o žádném takovém nevím. On na to: „Udělám to!"

Feynman bude přednášet

Na příští schůzce našeho výboru jsem s velkým nadšením přednesl svůj návrh. Mé nadšení však okamžitě zchladila studená Leightonova reakce: „To není dobrý nápad. Feynman nikdy nepřednášel v základním studiu. Nebude vědět, jak mluvit k prvákům nebo co od nich může požadovat." Situaci zachránil Neher. Jeho oči se rozzářily vzrušením a řekl: „To by bylo něco! Dick toho ví o fyzice tolik a umí ji udělat zajímavou. Bylo by fantastické, kdyby se do toho chtěl skutečně pustit." Tak se podařilo Leightona přesvědčit, a když už byl jednou přesvědčen, podporoval mou myšlenku celou svou váhou.

O několik dní později jsem narazil na další překážku. Přednesl jsem svůj návrh Bacherovi, ale Bacher považoval Feynmana za příliš důležitého ve výuce graduovaných studentů, kde se bez něho nelze obejít. Kdo bude učit kvantovou elektrodynamiku? Kdo bude pracovat s teoretiky v graduovaném studiu? A ostatně, dokáže se Feynman skutečně snížit až na úroveň studentů prvního ročníku? V této chvíli jsem musel tak trochu lobovat u některých starších členů katedry fyziky, kteří prohodili s Bacherem pár slov na podporu mého návrhu. A nakonec jsem jako trumf použil argument, který u akademiků zabíral: „Jestliže Feynman skutečně chce přednášet, kdo se odváží říct, že by neměl?" Bylo rozhodnuto.

Šest měsíců před první přednáškou jsme Leighton a já hovořili s Feynmanem o tom, jaké má o svém přednášení představy. Feynman začal intenzivně pracovat na rozvíjení vlastní koncepce. Každý týden jsem se alespoň jednou zastavoval u něho doma a probírali jsme jeho úvahy. Někdy se mě ptal, jaký mám názor na to, zda nějaký konkrétní způsob výkladu bude studentům srozumitelný nebo zda to či ono uspořádání látky bude účinnější. Mohl bych uvést jeden příklad. Feynman uvažoval o tom, jak podat představu o interferenci a difrakci vln a měl k problému najít vhodný matematický přístup, který by byl zároveň přiměřený a efektivní. Nemohl přijít na žádný způsob, který by se obešel bez komplexních čísel. Ptal se mne, jestli si myslím, že si studenti prvního ročníku poradí s algebrou komplexních čísel. Připomněl jsem mu, že studenti přijatí na Caltech byli vybíráni především s ohledem na jejich schopnosti v matematice a že jsem si jist, že nebudou mít problém při používání komplexní algebry. Zejména udělá-li se pro ně stručný úvod do tohoto předmětu. Feynmanova 22. přednáška obsahuje rozkošný úvod do algebry komplexních veličin. Feynman na ni pak mohl navázat v mnoha následujících přednáškách při popisu kmitů, jevů fyzikální optiky a dalších.

Brzy potom se vynořila malá komplikace. Feynman měl dlouhodobý závazek, který mu neumožnil být přítomen v Caltechu třetí týden podzimního období, takže by musel vynechat tři přednášky. Shodli jsme se, že tento problém se snadno vyřeší; měl jsem ho v tomto týdnu zastoupit. Aby se však nenarušila kontinuita jeho podání, měl jsem přednést dvě lekce na nějaké podpůrné téma, které by bylo užitečné, ale nebylo přímo součástí hlavní linie Feynmanova výkladu. To vysvětluje, proč kapitoly 5. a 6. 1. dílu *Přednášek* poněkud vybočují z řady.

Z převážné části však pracoval Feynman sám na rozvíjení a kompletování nástinu toho, co bude přednášet po celý rok. Přitom rozpracovával každý detail, aby nedocházelo k nepředvídaným obtížím. Pracoval intenzívně po celý zbytek akademického roku a k září 1961 byl připraven zahájit svůj první přednáškový rok.

Nový kurz fyziky

Původně se předpokládalo, že Feynmanovy přednášky budou výchozím bodem pro další rozvíjení reformovaného dvouletého úvodního kurzu fyziky. Ten by měli absolvovat všichni nově přijatí studenti Caltechu. Také jsme mysleli, že v následujících letech další učitelé převezmou záruku za navazující dvouleté kurzy, vytvoří k nim učebnice, sbírky úloh, laboratorní cvičení atd.

Pro první přednáškové roky bylo však třeba vytvořit trochu odlišné schéma. Text přednášek nebyl ještě k dispozici a vznikal teprve průběžně. Dvě přednášky v délce jedné hodiny se konaly podle rozvrhu v úterý a ve čtvrtek v 11 hodin a studenti museli každý týden navštěvovat též jednohodinový diskusní seminář, který vedl člen učitelského sboru nebo pomocník z řad graduovaných studentů. Každý týden se také konalo tříhodinové laboratorní cvičení, které vedl Neher.

Během přednášek Feynman nosil na krku mikrofon, který byl napojen na magnetofon v sousední místnosti. Kromě toho byly pořizovány fotografické snímky tabulí, jak je Feynman popisoval. Obě tyto činnosti zajišťoval Tom Harvey, technický asistent, který měl na starost posluchárnu. Harvey také pomáhal Feynmanovi při občasných přednáškových demonstracích. Z magnetofonového záznamu přednášky přepisovala na stroji Julie Cursiová.

V prvním roce Leighton převzal odpovědnost za redakci pořízeného záznamu přednášek, především z hlediska srozumitelnosti, a za to, aby studenti dostali do rukou jejich tištěný text co nejdříve po odpřednášení. Zpočátku jsme si mysleli, že tuto práci můžeme svěřit graduovaným studentům, kteří vedli semináře a praktika, a jednotlivé přednášky jim přidělit. To se však neosvědčilo, protože redakce textu trvala studentům příliš dlouho a nakonec odrážela spíše myšlenky studentů než Feynmana samého. Leighton proto rychle změnil postup, větší část práce převzal sám a požádal různé učitele fakulty, od fyziků po inženýry, aby se ujali redigování jedné či několika přednášek. Podle tohoto plánu jsem i já během prvního roku několik přednášek upravoval.

Ve druhém roce jsme provedli některé změny. Leighton se ujal výuky studentů prvního ročníku, přednášel a koordinoval průběh celého kurzu. Studenti teď už naštěstí měli od začátku k dispozici přepsané poznámky Feynmanových přednášek z předchozího roku. Mým úkolem bylo zajišťovat průběh kurzu ve druhém ročníku, jemuž nyní přednášel Feynman. A měl jsem ovšem na starost i včasné pořizování písemného přepisu přednášek. Vzhledem k náročnosti látky ve 2. ročníku jsem usoudil, že bude nejvhodnější, když se jeho redakce ujmu sám.

Také jsem vyslechl téměř všechny Feynmanovy přednášky, stejně tak jako v prvním roce a převzal jsem vedení jednoho semináře, abych viděl, jak studenti tento způsob výuky přijímají. Po každé přednášce jsme s Feynmanem, Gerry Neugebauerem a příležitostně s několika dalšími vyučujícími obyčejně zašli na oběd do studentské menzy, kde jsme mluvili o tom, jaké úlohy na téma dané přednášky by bylo vhodné zadat studentům za domácí práci. Feynman měl už obyčejně některé takové úlohy promyšleny a další se zrodily v průběhu diskuse. Neugebauer měl za úkol shromaždovat tyto úlohy a každý týden vytvářet jejich soubor.

Jak přednášky probíhaly

Sedět na Feynmanových přednáškách bylo velké potěšení. Feynman se objevoval asi pět minut před stanoveným začátkem přednášky. Z kapsičky své košile vylovil jeden či dva malé papírky, asi tak 10krát 20 centimetrů, rozbalil je a uhlazoval na přednáškovém pultu v čele posluchárny. To byly jeho poznámky k přednášce, ale skoro se do nich nedíval. (Fotografie, uveřejněná na začátku 19. kapitoly 2. dílu ukazuje Feynmana během jedné z přednášek, jak stojí za katedrou, a jeho dva papírky jsou na ní vidět). Přednášku začínal přesně po zazvonění. Každá přednáška měla pečlivě připravený scénář jako dramatická produkce do podrobností naplánovaná: měla obyčejně úvod, vývoj, vyvrcholení a útlum. Její časové rozvržení bylo téměř neuvěřitelné. Jen málokdy se stalo, že končil o více než zlomek minuty dříve či později, než uplynula stanovená hodina. I jeho práce s křídou před tabulí připomínala dokonalou choreografii. Začínal v levém horním rohu tabule číslo 1 vlevo a ke konci přednášky právě zaplnil tabuli číslo dvě na pravém konci.

Samozřejmě však největší radost poskytovalo sledování jeho originálního sledu myšlenek podávaných s jasností a krásou stylu.

Rozhodnutí vydat knihu

I když jsme původně neuvažovali, že se z přednáškových záznamů stane kniha, začali jsme se touto myšlenkou vážně zabývat asi tak v polovině druhého roku přednášení, někdy na jaře 1963. Tento nápad byl podněcován jednak dotazy fyziků z jiných škol, kteří měli zájem o písemné záznamy Feynmanových přednášek, jednak návrhy zástupců několika nakladatelství. Ti větřili, že přednášky probíhají, možná dostali do rukou i některé kopie záznamů, a tak nás přímo vyzvali, abychom připravili text v knižní podobě, a nabízeli se ho vydat.

Po několika diskusích jsme usoudili, že záznamy by bylo možné, po určité práci upravit do knižní podoby, a tak jsme oslovili zainteresovaná nakladatelství, aby nám učinila své nabídky. Nejvýhodnější nabídka přišla od představitelů nakladatelství Addison-Wesley (A-W). Ti byli ochotni vydat knihy v tvrdých deskách tak, aby je bylo možno použít pro výuku už v září 1963, za pouhých šest měsíců. Vzhledem k tomu, že jsme jako autoři nepožadovali podíly na zisku, nakladatelství bylo ochotno prodávat knihy za poměrně nízkou cenu.

Tak krátký publikační termín byl možný proto, že nakladatelství mělo kompletní vybavení, vlastní redakční a sazečský tým a zařízení pro fotoofsetový tisk. Měl být použit formát, který byl tenkrát zaveden pro tisk románů a byl tvořen jedním širokým sloupcem textu a velmi širokým okrajem, kam bylo možno umístit obrázky a různé pomocné poznámky. Tento formát také umožňoval, aby sloupcové korektury byly převzaty přímo do konečné grafické úpravy stránek, aniž by bylo třeba manipulovat s textem, umísťovat v něm obrázky apod.

Nabídka A-W tedy zvítězila. Ujal jsem se úkolu provést nezbytné opravy a úpravy v přednáškových zápisech a také obecné spolupráce s nakladatelstvím, korektur vysázeného materiálu atd. Leighton byl tou dobou zaneprázdněn výukou druhého běhu prvního ročníku. U záznamu každé z přednášek jsem prověřoval srozumitelnost a přesnost, pak jsem ho dával Feynmanovi k závěrečné kontrole a jakmile bylo několik přednášek hotových, odesílal jsem je A-W.

V rychlém sledu jsem odeslal několik prvních přednášek a velmi brzy jsem dostal zpět sloupcové korektury. To byla ovšem katastrofa! Redaktorka A-W text zásadně přepracovala, nahradila neformální styl záznamů tradičním, formálním, učebnicovým, změnila všechna osobní „vypočítáte“ na neosobní „vypočítá se“ atd. V obavách z možného konfliktu jsem redaktorce zatelefonoval. Když jsem jí vysvětlil, že považujeme neformální, konverzační styl za podstatný, charakteristický rys přednášek, že dáváme přednost osobním zájmenům před neosobními atd., nakonec prozřela a pak udělala obrovskou práci – nechala totiž většinu věcí tak, jak byly. Bylo s ní dokonce radost spolupracovat a lituji, že jsem zapomněl její jméno.

Další balvan, o který jsme klopýtli, byl vážnější. Šlo o to, vybrat název knihy. Vzpomínám si, jak jsem jednou navštívil Feynmana v jeho pracovně a probíral to s ním. Navrhoval jsem, abychom použili jednoduchý název jako *Fyzika* nebo *Fyzika 1* a uvedli jako autory Feynmana, Leightona a Sandse. Navrhovaný titul se mu příliš nezdál a dosti prudce reagoval na navrhované autory: „Proč by tam měla být vaše jména – vy jste přece vykonávali jen práci stenografů!" Nesouhlasil jsem s ním a namítal, že bez Leightonova a mého úsilí by přednášky nikdy nevyšly v knižní podobě. Naši rozepři se nepodařilo vyřešit napoprvé. Vrátil jsem se k diskusi znovu za několik dní a našli jsme společný kompromis: „*Feynmanovy přednášky z fyziky*. Autoři Feynman, Leighton a Sands."

Feynmanova předmluva

Po uzavření druhého ročníku přednášek, někdy začátkem června 1963, jsem seděl ve své kanceláři a známkoval závěrečné práce studentů. Vtom se u mne zastavil Feynman, aby se rozloučil před odjezdem, tuším do Brazílie. Ptal se mě, jak byli studenti úspěšní u zkoušky. Řekl jsem mu, že podle mne byli docela dobří. Chtěl znát průměrnou známku; bylo to něco kolem 65 procent, pokud si pamatuji. Jeho reakce byla: „To je hrozné, mělo by to být lepší. Zřejmě jsem zklamal." Pokoušel jsem se mu to vymluvit a poukazoval jsem na to, že průměrná známka závisí na mnoha faktorech, jako je obtížnost zadaných úloh, používaný systém známkování aj. Vysvětloval jsem, že se obyčejně snažíme srazit průměr dostatečně nízko, aby vznikl prostor pro statistické rozložení stupňů úspěšnosti. (Mimochodem, dnes bych s tímto přístupem nesouhlasil.) Řekl jsem, že podle mého názoru mnoho studentů získalo z jeho přednášek velký užitek. Nepřesvědčil jsem ho.

Pak jsem ho informoval, že příprava *Přednášek* k vydání rychle pokračuje a chtěl jsem vědět, zda by k nim nechtěl napsat nějakou předmluvu. Projevil zájem, ale měl málo času. Navrhl jsem mu, že zapnu svůj diktafon a že může předmluvu nadiktovat. A tak, stále pod deprimujícím vlivem málo úspěšných výsledků závěrečných zkoušek studentů 2. ročníku, mi nadiktoval první verzi *Feynmanovy předmluvy*, kterou najdete na začátku jeho *Přednášek*. Říká se v ní: „Nezdá se mi, že jsem studenty vedl příliš dobře." Často jsem litoval, že jsem ho přiměl napsat předmluvu za těchto okolností, protože si myslím, že jeho úsudek nebyl příliš uvážený. A obávám se, že se jeho slov chytili mnozí učitelé jako výmluvy, proč nepoužívají *Feynmanovy přednášky* ve své výuce.

Druhý a třetí díl

Historie publikace přednášek druhého ročníku je trochu odlišná od okolností, za nichž vznikal první díl. Především, když se druhý ročník blížil ke konci (asi v červnu 1963), bylo rozhodnuto rozdělit přednášky na dvě části a vytvořit dva díly: *Elektřinu a magnetismus* a *Kvantovou fyziku*. Za druhé se uvažovalo o tom, že přednáškové poznámky z kvantové fyziky by měly být rozšířeny, zdokonaleny a rozsáhle přepracovány. Tentokrát Feynman navrhl, že by mohl koncem příštího roku přednést řadu dodatečných přednášek z kvantové fyziky, které by ve spojení s původním souborem vytvořily třetí díl knižní publikace.

Objevila se však dodatečná komplikace. Federální vláda schválila přibližně rok předtím výstavbu dvoumílového lineárního urychlovače, který měl produkovat elektrony o energiích 20 GeV pro výzkum fyziky částic na Stanfordově univerzitě. Měl to být největší a nejdražší urychlovač, jaký byl kdy postaven a měl dosahovat energií a intenzit elektronového svazku mnohonásobně vyšších než jakékoli jiné existující zařízení. Skutečně vzrušující projekt. W. K. H. Panofsky, jmenovaný ředitel nově vytvořené laboratoře Stanfordského centra lineárního urychlovače, se mne více než rok pokoušel přesvědčit, abych se stal jeho zástupcem a pomáhal mu budovat nový urychlovač. Na jaře toho roku se mu to konečně podařilo a já souhlasil přestěhovat se začátkem července do Stanfordu.

Měl jsem ale závazek dokončit vydávání *Přednášek*, takže částí naší dohody bylo, že si tuto práci vezmu s sebou do Stanfordu. Ukázalo se však, že mé nové úkoly jsou náročnější, než jsem očekával, a tak jsem musel pracovat na *Přednáškách* většinou po večerech, aby byl dosažen žádoucí pokrok. Konečnou redakci 2. dílu se mi podařilo dokončit k březnu 1964. Velmi účinnou pomoc mi naštěstí poskytla moje nová sekretářka, Patricia Preussová.

V květnu toho roku Feynman přednesl dodatečné přednášky o kvantové fyzice a začali jsme pracovat na 3. dílu. Protože text vyžadoval větší úpravy a změny v uspořádání, zajížděl jsem několikrát do Pasadeny k dlouhým konzultacím s Feynmanem. Problémy se však podařilo snadno překonat a materiál pro 3. díl byl zkompletován v prosinci.

Odezva studentů

Byl jsem v kontaktu se studenty svého semináře, a tak jsem získal docela jasnou představu, jaká byla jejich reakce na přednášky. Myslím si, že mnoho z nich, ne-li většina, si uvědomovalo, že mají privilegovanou příležitost. Také jsem pozoroval, že byli často zaujati vzrušením z myšlenek a z pronikání do fyziky. Neplatilo to samozřejmě pro všechny studenty. Připomínám, že absolvování kurzu bylo požadováno od všech přijatých studentů, i když jen méně než polovina z nich se chtěla na fyziku zaměřit. A tak mnoho z těch ostatních navštěvovalo přednášky jen z donucení. Projevily se i některé nedostatky kurzu. Jako příklad mohu uvést, že pro studenty bylo často obtížné oddělit klíčové myšlenky přednášek od další látky, která byla nezbytná k objasnění některých aplikací. Byli tím frustrováni zejména při přípravě ke zkouškám.

Ve speciální předmluvě k výročnímu vydání *Feynmanových přednášek z fyziky* David Goodstein a Gerry Neugebauer napsali, že „jak kurz pokračoval, účast zapsaných studentů začala povážlivě klesat“ Nevím, odkud vzali tuto informaci. A také nevím, jaký mají důkaz pro tvrzení, že „mnoho studentů mělo z přednášek strach“ Goodstein nebyl v té době na Caltechu. Neugebauer se na výuce kurzu podílel a občas žertem prohodil, že v posluchárně nezůstali žádní studenti základního studia, jen ti graduovaní. Chtěl bych mu osvěžit paměť. Sedával jsem v zadních řadách posluchárny na většině přednášek a jak si vzpomínám, samozřejmě s odstupem času, jen asi 20 procent studentů se neobtěžovalo na přednášky chodit. Není to nic neobvyklého u hromadné přednášky a nepamatuji se, že by někdo „byl vystrašen“. A i když možná v mém semináři byli někteří studenti, kteří měli z kurzu strach, většina z nich byla vtažena do chodu myšlenek a přednáškami zaujata. Je pravděpodobné, že někteří z nich se obávali domácích prací.

Chtěl bych uvést tři ilustrace, jaký byl účinek přednášek u studentů prvního a druhého ročníku. První z nich se vztahuje ještě k době, kdy kurz probíhal, a i když je to už více než 40 let, udělala na mne takový dojem, že si ji jasně pamatuji. Bylo to na samém začátku druhého roku a shodou okolností se můj seminář podle rozvrhu konal právě před první Feynmanovou přednáškou. Protože jsme nemohli probírat látku přednesenou na přednášce a ještě nebylo zadáno žádné domácí cvičení, nebylo jasné, o čem máme vlastně mluvit. Úvodem semináře jsem studenty vyzval, aby se podělili o své dojmy z přednášek z předchozího ročníku, které skončily asi před třemi měsíci. Když se vyjádřilo několik studentů, jeden z nich se vyznal, že ho nesmírně zaujala diskuse o struktuře „včelího oka“ a o tom, jak jsou v ní vyrovnány efekty geometrické optiky s omezeními, které klade vlnová povaha světla (viz odst. 36.4 1. dílu *Přednášek*). Zeptal jsem se ho, jestli by mohl zopakovat vysvětlení této struktury. Šel k tabuli a po nepatrném zaváhání dokázal reprodukovat podstatu základních argumentů. A to bylo prosím šest měsíců po přednášce bez předchozí přípravy.

Druhou ilustraci mi poskytl dopis, který jsem dostal v roce 1997, asi 34 let od doby Feynmanova přednášení, od studenta Billa Satterthwaita, který navštěvoval jak přednášky, tak můj seminář. Dopis se objevil zčista jasna. Podnět k němu dalo jeho setkání s jedním mým starým přítelem na MIT (Massachusettském technickém institutu). Autor dopisu napsal:

„Tímto dopisem bych chtěl vyjádřit dík Vám a všem ostatním za Feynmanovu fyziku. Dr. Feynman říká ve svém Úvodu, že si myslí, že nevedl studenty příliš dobře. Nesouhlasím s ním. Já a moji přátelé jsme měli z jeho přednášek vždy potěšení a uvědomovali jsme si, jaká je to pro nás unikátní a nádherná zkušenost. A hodně jsme se naučili. Jako objektivní důkaz našich pocitů mohu uvést, že si nepamatuji na žádné jiné přednášky pravidelného kurzu na Caltechu, které by byly odměněny potleskem. Vzpomínám si, že se na konci přednášek dr. Feynmana objevil potlesk velmi často..."

Poslední ilustrace je stará jen několik týdnů. Náhodou se mi dostal do ruky životopisný nástin Douglase Osheroffa, jemuž byla udělena Nobelova cena za rok 1996 (společně s Davidem Lee a Robertem Richardsonem) za objev supratekutého stavu helia 3. Osheroff napsal:

„Byly to krásné časy studia na Caltechu, když tam Feynman přednášel svůj slavný základní kurz fyziky. Tento dvouletý sled přednášek znamenal mimořádně důležitou část mého vzdělání. I když nemohu říci, že bych všemu rozuměl, myslím, že v nejvyšší míře přispěl k rozvíjení mé fyzikální intuice."

Pozdější zamyšlení

Můj poněkud náhlý odchod z Caltechu bezprostředně po ukončení druhého roku přednášek způsobil, že jsem neměl příležitost sledovat další osudy úvodního kurzu fyziky. Vím tedy jen málo o tom, s jakým užitkem pozdější studenti využívali knižní vydání *Přednášek. Feynmanovy přednášky z fyziky* samy o sobě nemohou sloužit jako učebnice. Postrádají mnoho náležitostí, které musí mít učebnice. Chybí tam shrnutí kapitol, propracované ilustrační příklady, úlohy pro domácí cvičení a další. Toto všechno mohli poskytnout pilní instruktoři a něco z toho také poskytovali Leighton a Rochus Vogt, kteří byli odpovědni za výuku kurzu v roce 1963. Jeden čas jsem uvažoval o tom, že by to mohlo být obsahem dodatečného svazku, ale nikdy se to neuskutečnilo.

Na svých služebních cestách v sousvislosti s prací Komise pro vysokoškolskou fyziku jsem se často setkával s učiteli fyziky různých univerzit. Poznal jsem, že většina učitelů nepovažovala *Přednášky* za vhodné k použití v základní výuce, ale vím také, že někteří používali jednotlivé díly při práci s vybranými studenty nebo jako doplněk k běžně užívanému textu. (Musím říci, že jsem často nabyl dojem, že někteří učitelé se obávali používat *Přednášky*, protože studenti by mohli klást otázky, na které by oni nedovedli odpovědět.) Obecně však bylo zřejmé, že graduovaní studenti považovali *Přednášky* za vynikající přehled fyziky pro přípravu ke státním zkouškám.

Zdálo se, že *Přednášky* vyvolaly větší odezvu v zahraničí, než ve Spojených státech. Nakladatelství umožnilo jejich překlad do mnoha jazyků, myslím si, že asi do dvanácti. A když jsem cestoval do zahraničí na konference o fyzice vysokých energií, byl jsem často dotazován, jestli jsem *ten* Sands z červených knih. A často jsem se setkal s tím, že *Přednášky* byly používány v úvodních kurzech fyziky.

Další nemilý důsledek mého odchodu z Caltechu byl ten, že jsem se už nemohl pravidelně stýkat s Feynmanem a jeho ženou Gweneth. Feynman a já jsme měli dávné srdečné kolegiální vztahy od společných dnů v Los Alamos a uprostřed 50. let jsem se také účastnil jejich svatby. Během řídkých příležitostí po roce 1963, když jsem navštívil Pasadenu, jsem u nich bydlel, a když jsem přijel s rodinou, strávili jsme aspoň společný večer. Při jednom z posledních takových setkání nám Feynman vyprávěl o své poslední operaci rakovinového nádoru a tato nemoc si brzy nato vyžádala jeho život.

Je pro mne zdrojem velké radosti, že i teď, po nějakých čtyřiceti letech, *Feynmanovy přednášky z fyziky* stále vycházejí, jsou kupovány, čteny a řekl bych, že i oceňovány.

Santa Cruz, Kalifornie
2. prosince 2004

1 Předběžné požadavky

PŘEHLEDOVÁ PŘEDNÁŠKA A

1.1 Úvod k přehledovým přednáškám[1]

Tyto tři nepovinné přednášky budou zřejmě nudné. Probírají tutéž látku, kterou jsme už dříve procházeli, a absolutně nic nového nepřidávají. Proto jsem velmi překvapen, že tady vidím tolik posluchačů. Upřímně řečeno, spíše jsem doufal, že vás bude mnohem méně a že tyto přednášky vlastně nebudou zapotřebí.

Tento oddech má sloužit k tomu, abyste měli čas o věcech přemýšlet, pohrát si s věcmi, o nichž jste už slyšeli. Je to koneckonců nejúčinnější způsob, jak se naučit fyziku. Není zrovna nejlepší přijít sem a vyslechnout si nějaký přehled, lepší je, když si takový přehled uděláte sami. Proto bych vám poradil, pokud nejste úplně ztraceni, zmateni a v koncích, zapomeňte na tyto přednášky a pohrajte si sami, pokuste se najít sami něco zajímavého, aniž byste se museli prodírat nějakou určenou cestou. Budete se učit mnohem lépe, snadněji a úplněji, vyberete-li si sami problém, který vás zajímá, a budete-li ho zkoumat. Nějakou věc, o níž jste slyšeli, které úplně nerozumíte, kterou chcete proanalyzovat hlouběji nebo s ní provádět nějaké triky – to je nejlepší způsob učení.

Přednášky, které jsme konali doposud, jsou částí nového kurzu a byly koncipovány tak, abychom dostali odpověď na otázku, o níž se domníváme, že existuje. Nikdo totiž neví, jak učit fyziku nebo jak vzdělávat lidi. To je prostě fakt a jestli se vám nelíbí, jak to děláme, je to naprosto přirozené. Není možné učit uspokojivě. Po celá staletí a ještě déle se lidé snažili přijít na to, jak se má učit, a nikomu se to zatím nepodařilo. Takže neuspokojuje-li vás tento kurz, není to nic výjimečného.

Na Caltechu stále měníme kurzy v naději, že budou lepší a letos jsme změnili kurz fyziky znovu. Jedna ze stížností v minulosti byla ta, že pro nadprůměrné studenty musí být celá mechanika nudná. Musí dřít látku, řešit úlohy, studovat přehledy a dělat zkoušky a přitom nemají čas se nad něčím zamyslet, neprožívají žádné vzrušení, nedozvědí se nic o souvislosti s moderní fyzikou a tak podobně. A tak by tento soubor přednášek měl být v tomto ohledu lepší, alespoň do jisté

[1] Všechny poznámky pod čarou jsou komentáře autorů (jiných než Feynmana), redaktorů nebo přispěvatelů.

míry. Měl by pomoci takovým studentům udělat látku zajímavější a pokud možno ji propojit se zbytkem vesmíru.

Na druhé straně, takový přístup má nevýhodu v tom, že může některé lidi zmást. Nebudou vědět, co se mají vlastně učit, nebo spíše zjistí, že látky je tolik, že se ji nemohou celou naučit, a nemají dost inteligence přijít na to, co je pro ně zajímavé a věnovat se jen tomu.

Z tohoto důvodu se teď obracím k těm, kterým připadají přednášky příliš zmatené, únavné, jsou podrážděni tím, že nevědí co studovat a jsou svým způsobem v koncích. Ti ostatní, kteří se necítí ztraceni, by tady neměli být, a tak jim teď dávám příležitost odejít...[2]

Vidím, že nikdo na to nemá nervy. Anebo možná, že jsem úplně zkrachoval já, jestliže jsou v koncích úplně *všichni*. (Možná taky, že jste tu zůstali jen pro zábavu.)

1.2 Caltech od podlahy

Teď si představuju, že jeden z vás přichází do mé pracovny a říká: „Feynmane, poslouchal jsem všechny vaše přednášky, složil jsem průběžnou zkoušku, snažím se řešit úlohy, ale nikam to nevede, myslím, že jsem nejhorší z ročníku, a vůbec nevím, co mám dělat."

Co bych mu na to měl říct?

První, na co bych měl poukázat, je následující. Přijít studovat na Caltech má své určité výhody, ale na druhé straně i nevýhody. Některé z výhod, o nichž jste pravděpodobně věděli, ale teď jste je zapomněli, souvisejí s tím, že škola má vynikající pověst a plně si ji zaslouží. Některé přednáškové kurzy jsou velmi dobré. (Nevím, jak to je s tímto kurzem fyziky, i když mám o něm své vlastní mínění.) Absolventi Caltechu, když přicházejí do průmyslu, výzkumu a podobně, vždycky říkají, že tady dostali velmi dobré vzdělání, a když se srovnávají s absolventy jiných škol (a mnoho jiných škol je také velmi dobrých), nikdy za nimi nezaostávají a nic nepostrádají. Mají vždycky pocit, že si vybrali nejlepší školu ze všech. Takže to je výhoda.

Jsou ale také určité nevýhody. Protože Caltech má takovou dobrou pověst, skoro každý, který je na střední škole první nebo druhý, se sem hlásí. Středních škol je mnoho a všichni nejlepší studenti si sem podávají přihlášku.[3] Pokusili jsme se vymyslet systém přijímání pomocí různých testů, abychom získali nejlepší z nejlepších. A tak vy všichni, kteří jste byli přijati na Caltech, jste byli velmi pečlivě vybíráni. Ale toto přijímací řízení stále zdokonalujeme, protože jsme narazili na

[2] Nikdo neodešel.

[3] V roce 1961 byli na Caltech přijímáni jen chlapci.

vážný problém. Bez ohledu na to, jak pečlivě vybíráme uchazeče, jak trpělivě analyzujeme testy, když je nakonec přijmeme, vždycky se ukáže, že *polovina přijatých je podprůměrných!*

Tomu se jistě zasmějete, protože z racionálního pohledu to musí být zřejmé. Jiné je to ovšem z emocionálního pohledu, potom to k smíchu není. Když jste žil po celý čas na střední škole s přírodovědným zaměřením jako číslo jedna nebo dva (nebo třeba i *tři*) a když víte, že každý, kdo měl podprůměrné známky z přírodovědných předmětů na vaší střední škole, byl úplný idiot, a najednou zjistíte, že jste sám podprůměrným (a takových je polovina z vás), musí to být pro vás hrozná rána. Zdá se vám, že to znamená, že jste stejný hlupák, jako bývali ti hoši na střední škole vzhledem k vám. To je velká nevýhoda Caltechu. Takovou psychologickou újmu je těžké přijmout. Já samozřejmě nejsem psycholog a to všechno si jen představuju. Jak je to ve skutečnosti, to ovšem přesně nevím.

Otázka zní, co má člověk dělat, když zjistí, že se dostal pod průměr. Jsou dvě možnosti. Nejdřív vás napadne, že studium tady je tak obtížné a náročné, že musíte odejít. Je to problém emocionální. Můžete také použít rozumové uvažování a uvědomit si to, co jsem vám právě vysvětloval: i když všichni chlapci jsou tady vynikající, polovina z nich se nutně octne pod průměrem. Takže to vlastně nic neznamená. Budete-li tady žít s tím nesmyslným legračním pocitem po celé čtyři roky, a pak se znovu vrátíte do světa, zjistíte, že svět je pořád takový, jaký byl. Když například někam nastoupíte do zaměstnání, zjistíte, že jste zase jednička. Budete mít potěšení z toho, že vás v podniku všichni považují za odborníka, když si nebudou vědět rady s tím, jak převést palce na centimetry. Je to tak. Absolventi, kteří odcházejí do průmyslu nebo na malé školy, které nemají zvláštní úroveň ve fyzice, i když byli na Caltechu ve spodní třetině, pětině nebo dokonce desetině, mohou se zase stát tím, čím byli dřív – šťastnými jedničkami. Zjistí, že jsou velmi žádaní a že to, co se tady naučili, je jim velmi užitečné.

Nesmějí ovšem udělat tu chybu, aby si takové postavení vynucovali. Mohlo by se totiž stát, že byste došli až k tomu, že budete naléhat, abyste byl považován za jedničku. Takoví lidé trvají na tom, že budou pokračovat v graduovaném studiu, chtějí se stát nejlepšími doktorandy na nejlepších školách, i když se na Caltechu umístili hluboko pod průměrem. Ti budou asi zklamáni a budou se cítit mizerně po celý zbytek života. Budou vždy mezi posledními v prvotřídní skupině, protože si tuto skupinu sami vybrali. To je ovšem problém a záleží to jen na vás, na vaší osobnosti. (Připomínám, že se obracím k chlapci, který přišel do mé pracovny, protože se ocitl ve spodní desetině studentů. Nemluvím o těch, kteří mají to štěstí být v nejvyšší desetině, ti ovšem tvoří stejně menšinu.)

Takže dokážete-li se smířit s tímto psychologickým stavem, řeknete si: jsem sice ve spodní třetině studentů, ale je jich tam celá třetina, a tak to musí být. Na střední škole jsem byl mezi prvními a pořád jsem ten dobrý střelec. V této zemi potřebujeme vědce a já chci být vědcem a až skončím tuhle školu, tak to dokážu – to vím zatraceně dobře. A budu *dobrým* vědcem. Pak se to stane a bude z vás dobrý vědec. Záleží jen na tom, abyste se dokázali přenést přes ty legrační pocity během čtyř let studia a držet se rozumových úvah. Když ale zjistíte, že se nedovedete smířit se svým postavením mezi ostatními studenty, pak bude asi nejlepší, když odejdete někam jinam. To není fiasko, to je jen emocionální záležitost.

Dokonce i když jste mezi několika posledními studenty v ročníku, neznamená to, že nejste k ničemu. Musíte se porovnávat s nějakou rozumně vybranou skupinou a ne s tou šílenou sbírkou, kterou máme tady na Caltechu. Proto dělám tuto přehledovou přednášku pro studenty, kteří si myslí, že jsou ztraceni, aby měli příležitost zůstat zde o něco déle a ověřit si, zda to dokážou nebo ne. Je to jasné?

Ještě jednu poznámku. Tato přednáška není žádnou přípravou ke zkouškám nebo něco takového. Já o zkouškách nic nevím, nemám nic společného s jejich přípravou a nevím, co se na nich bude dít. Nemohu tedy nijak zaručit, že budete zkoušeni z látky těchto souhrnných přednášek nebo podobných nesmyslů.

1.3 Matematika pro fyziky

Takže, student přichází do mé pracovny a chce, abych mu objasnil všechno to, co jsem ho učil na přednáškách, a já se tedy pokusím to udělat, jak nejlépe budu moci. Problém je, jak vysvětit látku, která byla odpřednášena. Začnu tedy s přehledem.

Řeknu studentovi: „Nejdřív se musíte naučit matematiku. A to znamená především diferenciální a integrální počet. A začít musíte s derivováním."

Matematika je překrásný předmět, má své vstupy a výstupy, ale my se snažíme zjistit, co obsahuje to minimum, které musíme znát *pro potřeby fyziky*. Přístup, který teď zvolím, se neohlíží na matematiku a sleduje pouhou účelnost. Nepokouším se pronikat do matematiky.

Nejdřív se musíme naučit derivovat tak, jako když počítáme 3 krát 5 nebo 5 krát 7. Derivování se vyskytuje tak často, že se s ním nesmíme zdržovat. Napíšete-li nějaký výraz, musíte ho být schopni okamžitě zderivovat, bez přemýšlení a bez chyb. Zjistíte, že to budete provádět pořád, nejen ve fyzice, ale i v ostatních přírodních vědách. Derivování je něco jako aritmetika, kterou musíte znát, než se pustíte do algebry.

Shodou okolností totéž platí pro algebru – ve fyzice ji potřebujeme na každém kroku. Předpokládáme, že umíte provádět algebraické operace ve spánku nebo hlavou dolů, bez chyb. Napište si spoustu výrazů, upravujte je a nedělejte přitom chyby.

Chyby v algebře, při derivování a integrování, to jsou jen nesmysly. Jsou to věci, které fyziku zatěžují, zatěžují vaše myšlení a brání vám věci správně analyzovat. Musíte se naučit provádět výpočty co nejrychleji a s minimem chyb. To chce ovšem rutinní praxi, jinak to nejde. Je to jako když si uděláte tabulku násobení jako v základní škole. Napíšete si na tabuli pár čísel a už jedete – tohle krát tohle, a tak dále, bing, bing!

1.4 Derivování

Stejně tak se musíte naučit derivovat. Vezměte si kartičku a napište si na ni několik obecných výrazů, třeba takových:

$$\begin{gathered} 1 + 6t \\ 4t^2 + 2t^3 \\ (1 + 2t)^3 \\ \sqrt{1 + 5t} \\ (t + 7t^2)^{1/3} \end{gathered} \tag{1.1}$$

Napište si jich řekněme tucet. Pak si každou chvíli kartičku vytáhněte, ukažte prstem na nějaký výraz a čtěte rovnou jeho derivaci.

Jinými slovy, musíte okamžitě vidět:

$$\begin{gathered} \frac{d}{dt}(1 + 6t) = 6 \; \textit{Bing!} \\ \frac{d}{dt}(4t^2 + 2t^3) = 8t + 6t^2 \; \textit{Bing!} \\ \frac{d}{dt}(1 + 2t)^3 = 6(1 + 2t)^2 \; \textit{Bing!} \end{gathered} \tag{1.2}$$

Vidíte? A tak první věc, kterou musíte udělat, je naučit se zpaměti derivovat. Bez mrknutí oka. To je nutná praxe.

Přejděme k derivování složitějších výrazů. Derivování součtu je snadné: je to prostě součet derivací jednotlivých členů. Na tomto stupni našeho fyzikálního kurzu není nutné vědět, jak se derivují výrazy komplikovanější než ty, které jsme uváděli, nebo jejich součty. Proto v duchu tohoto přehledu bych vám neměl říkat nic víc. Existuje však jeden vzorec pro derivování složitějších výrazů, který se obvykle neuvádí v přednášce z diferenciálního počtu ve tvaru, který vám chci ukázat. Přitom se ukazuje být velmi užitečný. Nenaučíte se ho později, protože vám ho už nikdy nikdo neřekne, ale je dobré ho znát.

Předpokládejme, že chceme zderivovat tento výraz:

$$\frac{6(1 + 2t^2)(t^3 - t)^2}{\sqrt{t + 5t^2}(4t)^{3/2}} + \frac{\sqrt{1 + 2t}}{t + \sqrt{1 + t^2}}. \tag{1.3}$$

Otázkou je, jak to udělat co nejúsporněji. Ukážu vám pravidla; matematiku jsem redukoval na pravidla, protože pracuji se studenty, kteří se drží jen taktak. Pozor! Přepíšeme výraz ještě jednou a za každým členem uděláme jednu závorku:

$$\begin{aligned}&\frac{6(1+2t^2)(t^3-t)^2}{\sqrt{t+5t^2}(4t)^{3/2}}\cdot\Big[\qquad\Big]\\&+\frac{\sqrt{1+2t}}{t+\sqrt{1+t^2}}\cdot\Big[\qquad\Big]\end{aligned}\tag{1.4}$$

Dále musíme napsat něco do závorky, něco takového, abyste, až skončíte, získali derivaci původního výrazu. (Proto jsme si výraz ještě jednou opsali, pokud ho nechceme ztratit.) Nyní se podíváme na každý činitel ještě jednou, nakreslíme zlomkovou čáru a napíšeme jeden činitel do jmenovatele. První činitel je $1 + 2t^2$; ten přijde do jmenovatele. Jeho mocnitel napíšeme před zlomek (je to první mocnina, 1) a jeho derivaci (kterou už máme nacvičenou), $4t$, do čitatele. Zatím máme

$$\begin{aligned}&\frac{6(1+2t^2)(t^3-t)^2}{\sqrt{t+5t^2}(4t)^{3/2}}\cdot\Big[1\frac{4t}{1+2t^2}\Big.\\&+\frac{\sqrt{1+2t}}{t+\sqrt{1+t^2}}\cdot\Big[\qquad\Big]\end{aligned}\tag{1.5}$$

(A co ta 6? Zapomeňte na ni. Na čísle stojícím vpředu nezáleží. Chcete-li, můžete podle našeho pravidla dát 6 do jmenovatele, jejího mocnitele, 1, před zlomek a její derivaci, 0, do čitatele).

Další výraz, $t^3 - t$, půjde do jmenovatele, jeho mocnitel $+2$ před zlomek, derivace $3t^2 - 1$ do čitatele. Dále, $t + 5t^2$ půjde do jmenovatele, mocnitel $-1/2$ před zlomek (převrácená hodnota odmocniny je záporná poloviční mocnina), derivace $1 + 10t$ do čitatele. Další, $4t$, půjde do jmenovatele, mocnitel $-3/2$ před zlomek, derivace, 4, do čitatele. Závorku uzavřeme. Tak jsme dostali derivaci prvního členu:

$$\begin{aligned}&\frac{6(1+2t^2)(t^3-t)^2}{\sqrt{t+5t^2}(4t)^{3/2}}\cdot\Big[1\frac{4t}{1+2t^2}+2\frac{3t^2-1}{t^3-t}-\frac{1}{2}\frac{1+10t}{t+5t^2}-\frac{3}{2}\frac{4}{4t}\Big]\\&+\frac{\sqrt{1+2t}}{t+\sqrt{1+t^2}}\cdot\Big[\qquad\Big]\end{aligned}\tag{1.6}$$

Přejdeme k druhému členu. První výraz má mocnitele 1/2. Odmocněnec je $1 + 2t$ a jeho derivace je 2. Mocnitel druhého výrazu, $t + \sqrt{1 + t^2}$, je -1, je to převrácená hodnota. Výraz přijde do jmenovatele a jeho derivace do čitatele. Ta je snad trochu obtížnější, aspoň relativně; má dva členy a je to součet $1 + \frac{1}{2}\frac{2t}{\sqrt{1 + t^2}}$. Závorku uzavřeme:

$$\frac{6(1 + 2t^2)(t^3 - t)^2}{\sqrt{t + 5t^2}(4t)^{3/2}} \cdot \left[1\frac{4t}{1 + 2t^2} + 2\frac{3t^2-1}{t^3 - t} - \frac{1}{2}\frac{1 + 10t}{t + 5t^2} - \frac{3}{2}\frac{4}{4t}\right]$$
$$+ \frac{\sqrt{1 + 2t}}{t + \sqrt{1 + t^2}} \cdot \left[\frac{1}{2}\frac{2}{(1 + 2t)} - 1\frac{1 + \frac{1}{2}\frac{2t}{\sqrt{1 + t^2}}}{t + \sqrt{1 + t^2}}\right]. \tag{1.7}$$

To je derivace původního výrazu. Takže vidíte, že ovládnete-li tuto techniku, můžete derivovat *cokoliv*, kromě sinů, kosinů, logaritmů atd., ale pravidla pro jejich derivování jsou snadná a můžete se je lehce naučit. A pak můžete použít tuto techniku, i když budou výrazy obsahovat tangenty a všelicos jiného.

Všiml jsem si, když jsem psal na tabuli takový komplikovaný výraz, že jste se trochu zalekli. Ale myslím, že teď dovedete ocenit, že to je skutečně velmi účinná metoda derivování, protože dává odpověď – bum bum – okamžitě, bez zdržování, ať je výraz jakkoli komplikovaný. Jeho myšlenka spočívá v tom, že derivace funkce $f = k \quad u^a \quad v^b \quad w^c$ podle t je

$$\frac{df}{dt} = f \cdot \left[a\frac{du/dt}{u} + b\frac{dv/dt}{v} + c\frac{dw/dt}{w} + \quad \cdot\right] \tag{1.8}$$

kde k, a, b, c, jsou konstanty.

Pochybuji však, že v tomto kurzu fyziky budeme řešit tak složité problémy, takže pravděpodobně nebudete mít příležitost tuto metodu použít. Je to ale způsob jak derivuji já a docela jsem se v něm zdokonalil, takže vám ho tu prezentuji.

1.5 Integrování

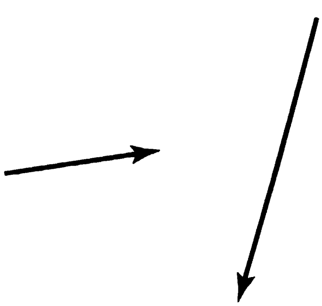
Integrování je opačný proces k derivování. Musíte se stejně dobře naučit integrovat, a to co nejrychleji. Integrování není tak snadné jako derivování, ale měli byste se naučit integrovat jednoduché výrazy zpaměti. Není třeba, abyste uměli zintegrovat každý výraz. Například $(t + 7t^2)^{1/3}$ se nedá snadno zintegrovat, ale jiné případy, jaké uvádíme dále, ano. Takže když si budete vybírat výrazy k procvičování integrálů, musíte si zvolit takové, které se dají integrovat snadno:

$$
\begin{aligned}
\int (1 + 6t)\,\mathrm{d}t &= t + 3t^2 \\
\int (4t^2 + 2t^3)\,\mathrm{d}t &= \frac{4t^3}{3} + \frac{t^4}{2} \\
\int (1 + 2t)^3\,\mathrm{d}t &= \frac{(1 + 2t)^4}{8} \\
\int \sqrt{1 + 5t}\,\mathrm{d}t &= \frac{2(1 + 5t)^{3/2}}{15} \\
\int (t + 7t^2)^{1/3}\,\mathrm{d}t &= ???.
\end{aligned}
\tag{1.9}
$$

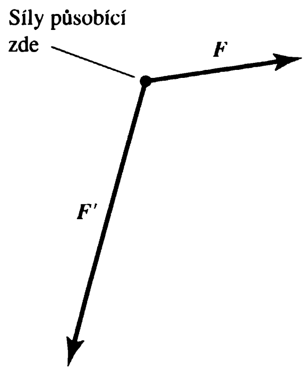
Nemám už nic víc, co bych vám mohl dodat o diferenciálním a integrálním počtu. To ostatní je na vás. Vy sami musíte získat praxi v derivování a integrování a samozřejmě v algebře potřebné k úpravě takových hrůz, jako je výraz (1.7). Procvičování algebry a diferenciálního a integrálního počtu tímto nudným způsobem, to je první věc.

1.6 Vektory

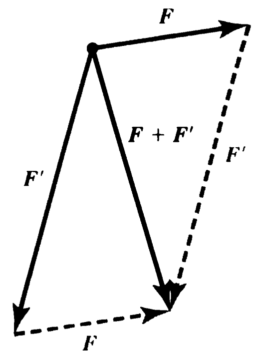
Další odvětví matematiky, které nás zajímá z čistě matematického hlediska, je vektorový počet. Nejdřív musíte vědět, co to vektory jsou, a když pro ně nemáte cit, nevím, co s tím dělat. Museli bychom si chvíli o tom vzájemně povídat, abych zjistil, co vám dělá potíže, protože jinak nevím, co vysvětlovat. Vektor je něco jako *náraz* v určitém směru, nebo *rychlost* v určitém směru, nebo *pohyb* tímto směrem a na papíře ho znázorňujeme jako šipku. Například sílu, která působí na nějaký předmět představujeme šipkou, která míří směrem, jímž tato síla působí a délka šipky udává přitom velikost síly v nějakém libovolně zvoleném měřítku. Toto měřítko musíme ovšem zachovávat pro všechny síly vyskytující se v naší úloze. Bude-li jedna síla dvakrát větší, musí být vyjádřena šipkou dvakrát delší (obr. 1.1).



OBR. 1.1 Dva vektory znázorněné šipkami.



OBR. 1.2 Znázornění dvou sil působících v jednom bodě.



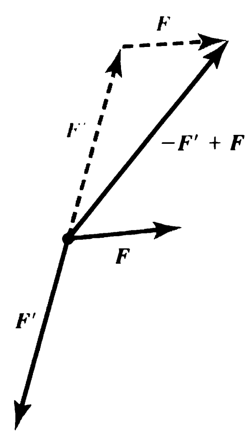
OBR 1.3 Sčítání vektorů metodou rovnoběžníka.

S vektory můžeme provádět různé operace. Máme-li třeba dvě síly působící v témž okamžiku na týž předmět (například dva lidé tlačí nějaké břemeno), pak tyto dvě síly mohou být znázorněny dvěma šipkami $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{F}'$

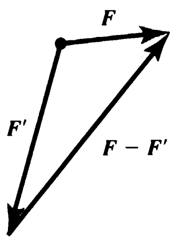
Když zakreslujeme diagram něčeho takového, je často vhodné, umístit počátky šipek do bodu, v němž síly působí, i když obecně umístění vektoru význam nemá (viz obr. 1.2).

Chceme-li znát čistou výslednou sílu neboli výslednici, která odpovídá součtu vektorů, můžeme to udělat tak, že přiložíme počátek jednoho vektoru ke konci druhého. (Když vektory posunete, jsou to stále tytéž vektory, protože mají stejný směr a stejnou délku). Takže $\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}'$ je vektor vedený od počátku vektoru $\boldsymbol{F}$ ke konci vektoru $\boldsymbol{F}'$, který jsme posunuli tak, že jeho počátek je umístěn v koncovém bodě vektoru $\boldsymbol{F}$ (pořadí vektorů můžeme ovšem zaměnit), jak je vidět na obr. 1.3. Tento způsob sčítání vektorů se někdy nazývá „*pravidlo rovnoběžníka*“

Předpokládejme nyní, že na předmět působí dvě síly, ale my známe jen jednu z nich, $\boldsymbol{F}'$ Druhou, neznámou budeme nazývat $\boldsymbol{X}$. Je-li známa výsledná síla jako $\boldsymbol{F}$, dostáváme $\boldsymbol{F}' + \boldsymbol{X} = \boldsymbol{F}$. Tedy $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{F} - \boldsymbol{F}'$. Abychom našli $\boldsymbol{X}$, musíme najít rozdíl dvou vektorů. To můžeme udělat dvěma způsoby. Můžeme nakreslit $-\boldsymbol{F}'$, což je vektor opačný k $\boldsymbol{F}'$ a sečíst ho s $\boldsymbol{F}$ (obr. 1.4). Jinak rozdíl $\boldsymbol{F} - \boldsymbol{F}'$ je prostě vektor vedený od konce vektoru $\boldsymbol{F}'$ ke konci vektoru $\boldsymbol{F}$ (obr. 1.5).



OBR. 1.4 Odečítání vektorů, první metoda.



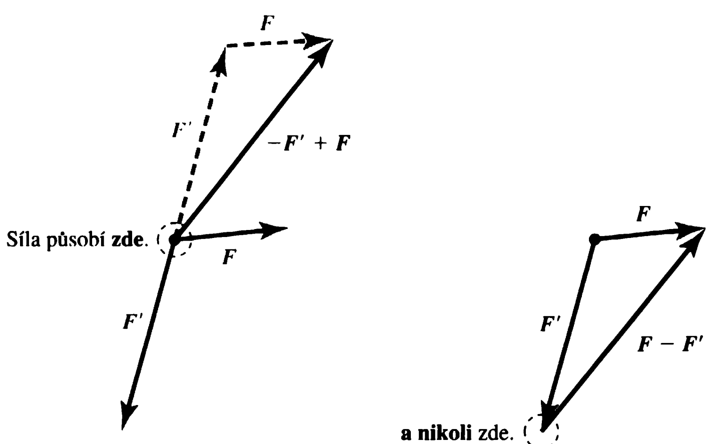
OBR. 1.5 Odečítání vektorů, druhá metoda.

Nevýhodou druhé metody je to, že budete mít tendenci kreslit šipku tak, jak je ukázáno na obr. 1.5. I když směr a délka rozdílového vektoru jsou správné, síla *nepůsobí* v počátečním bodě šipky – takže je třeba dát si pozor. Jestliže vás to znervózňuje nebo by mohlo dojít k nějakému nedorozumění, použijte první metodu (viz obr. 1. 6).

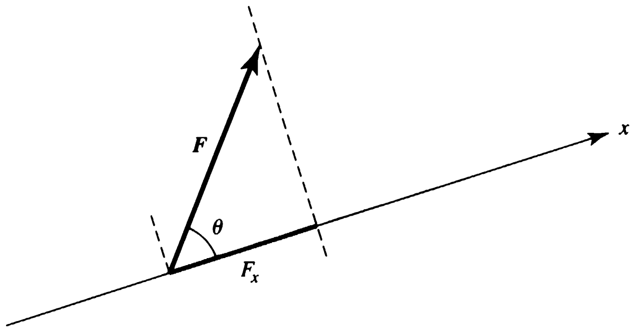
Vektory můžeme také promítat do různých směrů. Chceme například vědět, jaká síla působí „ve směru $\boldsymbol{X}$" (nazýváme ji *složkou* síly v tomto směru). Je to snadné: prostě promítneme vektor $\boldsymbol{F}$ pod pravým úhlem na osu x a tím dostaneme složku síly v tomto směru. Označíme ji F_x. Matematicky F_x je velikost $\boldsymbol{F}$ (kterou označíme $|\boldsymbol{F}|$) násobená kosinem úhlu, který svírá $\boldsymbol{F}$ s osou x. Plyne to z vlastností pravidelného trojúhelníka (viz. obr. 1.7):

$$F_x = |\boldsymbol{F}| \cos \theta. \tag{1.10}$$

Dále, je-li vektor $\boldsymbol{C}$ součtem vektorů $\boldsymbol{A}$ a $\boldsymbol{B}$, potom se i jejich pravoúhlé průměty do daného směru $\boldsymbol{X}$ také sčítají. Takže složky součtu vektorů jsou součtem jejich složek, a to platí pro složky *v libovolném směru* (viz obr. 1.8).



OBR. 1.6 Odečítání dvou sil působících v témž bodě.

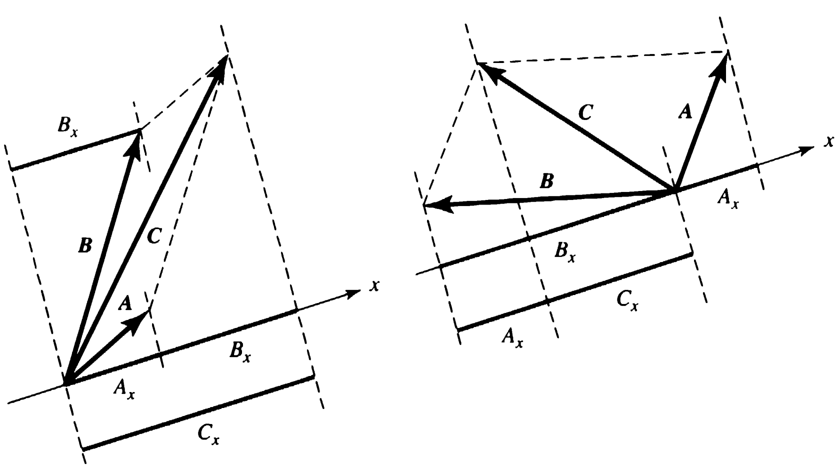


OBR. 1.7 Složka vektoru *F* ve směru *x*.

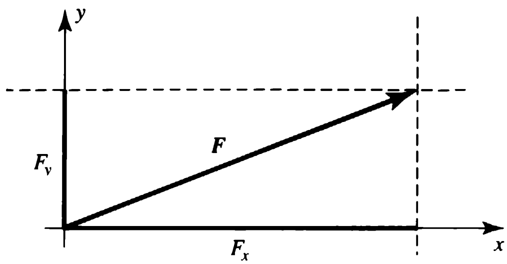
$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C} \Rightarrow A_x + B_x = C_x. \tag{1.11}$$

Zvláště výhodný je popis vektorů pomocí jejich složek do kolmých os x a y. A samozřejmě z, protože žijeme v trojrozměrném světě; na to pořád zapomínám, protože píšu na dvojrozměrnou tabuli. Máme-li vektor $\boldsymbol{F}$ v rovině x, y a známe jeho složku do směru x, není tento vektor ještě plně určen. Existuje totiž mnoho vektorů v rovině x, y, které mají stejnou složku ve směru x. Známe-li však zároveň jeho složku ve směru y, pak je vektor úplně určen (viz obr. 1.9).

Složky vektoru $\boldsymbol{F}$ ve směru os x, y a z můžeme označit jako F_x, F_y a F_z. Sčítání vektorů je rovnocenné se sčítáním jejich složek, takže jsou-li složky jiného vektoru $\boldsymbol{F}'$ F_x' F_y' a F_z', potom vektor $\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}'$ má složky $F_x + F_x'$, $F_y + F_y'$ a $F_z + F_z'$.



OBR. 1.8 Složka součtu vektorů je rovna součtu odpovídajících složek vektorů.



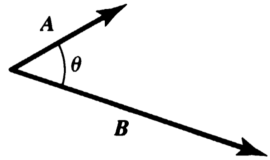
OBR. 1.9 Vektor v rovině x, y je zcela určen svými dvěma složkami.

To, co jsme si zatím řekli, byla ta snazší část; dál už to bude trochu obtížnější. Existuje způsob, jak znásobit dva vektory a dostat *skalár* – číslo, jehož hodnota je stejná ve všech soustavách souřadnic. Dá se dokonce udělat skalár i z jednoho vektoru a k tomu se ještě vrátím. Změníme-li osy souřadnic, změní se i složky vektoru, ale úhly mezi vektory a velikost vektorů zůstanou stejné. Jsou-li $\boldsymbol{A}$ a $\boldsymbol{B}$ vektory a úhel mezi nimi je θ, mohu vzít velikost vektoru $\boldsymbol{A}$, vynásobit ji velikostí vektoru $\boldsymbol{B}$ a kosinem úhlu θ a napsat toto číslo jako $\boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{B}$ (obr. 1.10). Nazýváme ho *skalární součin vektorů* a je týž ve všech soustavách souřadnic:

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = |A|\,|\boldsymbol{B}| \cos \theta. \tag{1.12}$$

Je zřejmé, že $|A| \cos \theta$ je průmět vektoru $\boldsymbol{A}$ do směru $\boldsymbol{B}$, a tedy $\boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{B}$ je rovno průmětu $\boldsymbol{A}$ do $\boldsymbol{B}$ vynásobenému velikostí $\boldsymbol{B}$. Podobně protože $|\boldsymbol{B}| \cos \theta$ je průmět $\boldsymbol{B}$ do $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{B}$ se také rovná průmětu $\boldsymbol{B}$ do $\boldsymbol{A}$ vynásobenému velikostí $\boldsymbol{A}$. Zjistil jsem ale, že vztah $\boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{B} = |A|\,|\boldsymbol{B}| \cos \theta$ udává nejsnazší způsob, jak si zapamatovat, co to skalární součin je. Ostatní vztahy mi odtud okamžitě vyplynou. Potíž je ovšem v tom, že jedna věc se dá vyjádřit tolika způsoby, že není dobré snažit se všechny si je zapamatovat; za pár minut to rozvedu podrobněji.

Skalární součin můžeme také definovat pomocí složek vektorů $\boldsymbol{A}$ a $\boldsymbol{B}$ v libovolných osách souřadnic. Kdybych vzal tři vzájemně kolmé osy x, y, z v libovolné orientaci, potom se ukáže, že $\boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{B}$ je



OBR. 1.10 Skalární součin dvou vektorů $|\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B}| \cos \theta$ je stejný ve všech soustavách souřadnic.

$$\boldsymbol{A}\quad \boldsymbol{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z. \tag{1.13}$$

Jak dostat z výrazu $|\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B}| \cos\theta$ výraz $A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$ není úplně zřejmé. Kdybych chtěl, mohl bych si to vždycky odvodit.[4] Trvalo by to však dlouho, a tak je lepší zapamatovat si oba výrazy.

Vynásobíme-li vektor skalárně *sám se sebou,* máme $\theta = 0$, kosinus 0 je roven 1, takže $\boldsymbol{A}\quad \boldsymbol{A} = |\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{A}| \cos\theta = |\boldsymbol{A}|^2$. Ve složkách to bude $\boldsymbol{A}\quad \boldsymbol{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$. Kladná odmocnina tohoto čísla je velikost vektoru.

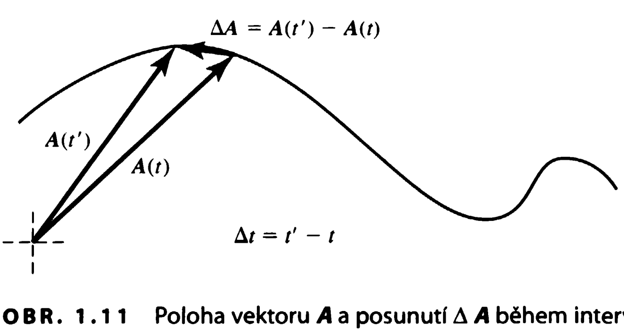
1.7 Derivování vektorů

Vektory můžeme také derivovat. Derivace vektoru podle času má ovšem význam jen tehdy, závisí-li vektor na čase. Musíme si tedy představit nějaký vektor, který je stále různý – jak běží čas, vektor se mění a my chceme vědět, jak tato změna probíhá.

Např. vektor $\boldsymbol{A}(t)$ může udávat polohu v čase t nějakého předmětu, který letí kolem nás. V příštím okamžiku t' se předmět přesunul z $\boldsymbol{A}(t)$ do $\boldsymbol{A}(t')$ a chtěli bychom spočítat rychlost změny $\boldsymbol{A}$ v okamžiku t.

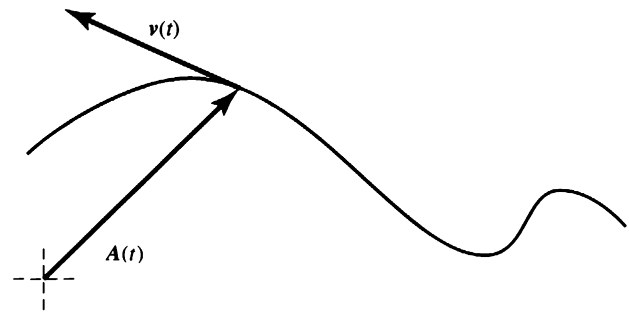
Pravidlo je následující: jestliže se předmět během časového intervalu $\Delta t = t' - t$ přemístil z $\boldsymbol{A}(t)$ do $\boldsymbol{A}(t')$, je toto posunutí $\Delta\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}(t') - \boldsymbol{A}(t)$ rozdíl vektorů udávajících starou a novou pozici (viz obr. 1.11).

Samozřejmě, čím kratší bude interval Δt, tím bližší si budou $\boldsymbol{A}(t')$ a $\boldsymbol{A}(t)$. Budete-li dělit $\Delta\boldsymbol{A}$ intervalem Δt, a najdete limitu, když se Δt (i $\Delta\boldsymbol{A}$) blíží k nule, dostanete derivaci. V našem případě, udává-li $\boldsymbol{A}$ polohu, jeho derivace je vektor rychlosti. Vektor rychlosti míří ve směru tečny k trajektorii, protože v tomto směru probíhá přemísťování. Jeho velikost z obrázku nezjistíte, protože ta záleží na tom, jak *rychle* se předmět podél trajektorie pohybuje. Velikost rychlosti nám udává, jak



OBR. 1.11 Poloha vektoru $\boldsymbol{A}$ a posunutí $\Delta\boldsymbol{A}$ během intervalu Δt.

[4] Viz *Přednášky*, díl I., kap. 11.7



OBR. 1.12 Poloha vektoru ***A*** a jeho derivace v čase *t*.

daleko se pohybující předmět dostane za jednotku času. Takže dostáváme definici vektoru rychlosti: míří ve směru tečny k trajektorii a jeho velikost udává rychlost přemísťování podél trajektorie (viz obr. 1.12).

$$\boldsymbol{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{A}}{\Delta t} \tag{1.14}$$

Mimochodem, je nebezpečné kreslit polohový vektor a vektor rychlosti do téhož diagramu, pokud nejste obzvlášť opatrní. A protože máme s chápáním těchto věcí trochu potíže, naznačím všechna možná úskalí, na která si vzpomenu. Mohlo by se totiž stát, že budete chtít z nějakého důvodu sčítat $\boldsymbol{A}$ a $\boldsymbol{v}$. To ovšem není legitimní, protože chcete-li skutečně nakreslit vektor rychlosti, museli byste znát časové měřítko: vektor rychlosti je vyjádřen v jiném měřítku než polohový vektor a měří se také v jiných jednotkách. Obecně nemůžete sčítat polohy a rychlosti – a ani tady je nemůžete sčítat.

Abych mohl skutečně nakreslit nějaký vektor, musím se rozhodnout pro nějaké měřítko. Když jsme mluvili o silách, říkali jsme tolik a tolik newtonů bude odpovídat jednomu palci (nebo metru nebo čemukoliv jinému). A teď musíme říct tolik a tolik metrů za sekundu bude odpovídat jednomu palci. Někdo jiný nakreslí třeba graf s polohovými vektory stejné délky jako máme my, ale vektor rychlosti bude mít délku jen jedné třetiny našeho – prostě použije jiné měřítko pro vektor rychlosti. Není žádný jednotný způsob, jak volit délku vektorů, protože volba měřítka je libovolná.

Dále, vyjádření rychlosti pomocí složek x, y a z je velmi snadné, protože např. rychlost změny x-složky polohového vektoru je rovna x-složce rychlosti atd. Je to prostě proto, že derivace je vlastně rozdíl a vzhledem k tomu, že složky rozdílu vektorů jsou rovny rozdílům odpovídajících složek, máme

$$\left(\frac{\Delta \boldsymbol{A}}{\Delta t}\right)_x = \frac{\Delta A_x}{\Delta t}, \quad \left(\frac{\Delta \boldsymbol{A}}{\Delta t}\right)_y = \frac{\Delta A_y}{\Delta t}, \quad \left(\frac{\Delta \boldsymbol{A}}{\Delta t}\right)_z = \frac{\Delta A_z}{\Delta t}, \tag{1.15}$$

Provedeme-li limitování, dostaneme složky derivace

$$v_x = \frac{dA_x}{dt}, \quad v_y = \frac{dA_y}{dt}, \quad v_z = \frac{dA_z}{dt}. \tag{1.16}$$

Platí to pro každý směr; zvolím-li složku $A(t)$ v kterémkoliv směru, potom složka vektoru rychlosti v tomto směru bude derivace složky $A(t)$ v tomto směru. To ovšem platí s jedním vážným varováním – tento směr se nesmí měnit v čase. Nemůžete říct třeba „zvolím si složku A ve směru rychlosti" nebo něco takového, protože vektor $\boldsymbol{v}$ se pohybuje. Platí pouze, že derivace složky polohového vektoru se rovná složce rychlosti, *jestliže směr, v němž tuto složku bereme, je sám fixován.* Takže rovnice (1.15) a (1.16) platí jen pro x, y, z či jiné pevně zvolené osy. Budou-li se tyto osy otáčet a vy se budete snažit derivovat vektory podle času, musíte použít mnohem složitější formuli. To jsou tedy některé odchylky a obtíže při derivování vektorů.

Můžete ovšem derivovat derivaci vektoru a pak derivovat znovu a znovu. Nazval jsem derivaci $\boldsymbol{A}$ „rychlostí", ale to jenom proto, že vektor $\boldsymbol{A}$ udával polohu. Bude-li $\boldsymbol{A}$ znamenat něco jiného, jeho derivace bude také něco jiného než rychlost. Bude-li např. $\boldsymbol{A}$ hybnost, jeho časová derivace bude síla. A bude-li $\boldsymbol{A}$ rychlost, jeho časová derivace bude zrychlení, atd. Uváděl jsem příklady jen vektorů polohy a rychlostí, ale obecně to platí pro derivování jakýchkoli vektorů.

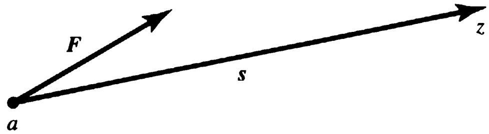
1.8 Křivkové integrály

Zbývá ještě jedna jediná věc týkající se vektorů, o níž se musím zmínit, a to je hrozná, komplikovaná záležitost, která se jmenuje *„křivkový integrál"*:

$$\int_a^z \boldsymbol{F} \, d\boldsymbol{s}. \tag{1.17}$$

Uvažujme jako příklad, že máme nějaké vektorové pole $\boldsymbol{F}$, které chceme integrovat podél křivky S od bodu a do bodu z. Aby tento křivkový integrál něco znamenal, musí být nějak definována hodnota $\boldsymbol{F}$ v každém bodě na S mezi a a z. Je-li $\boldsymbol{F}$ definován jako síla působící na předmět v bodě a, ale nevíme, jak se síla mění, pohybuje-li se předmět podél S, alespoň mezi a a z, potom „integrál $\boldsymbol{F}$ podél S od a do z" nemá smysl. (Říkám *alespoň*, protože $\boldsymbol{F}$ může být definován třeba i kdekoli jinde, ale alespoň musí být definován na té části křivky, kde chceme integrovat.)

Za okamžik budu definovat křivkový integrál libovolného vektorového pole podél libovolné křivky, ale napřed uvažme případ, kdy $\boldsymbol{F}$ je konstantní a S je úsek přímky od a do z, tedy vlastně polohový vektor, který označíme $\boldsymbol{s}$ (obr. 1.13):



OBR. 1.13 Konstantní síla $\boldsymbol{F}$ definovaná podél úseku přímky a–z.

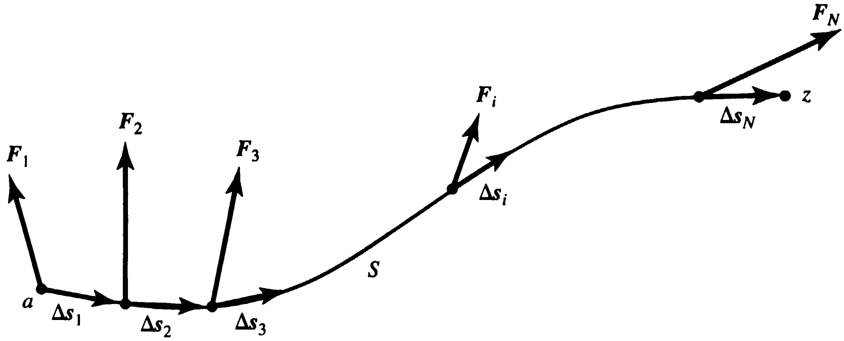
Protože $\boldsymbol{F}$ je konstantní vektor, můžeme ho vytknout před integrál (stejně jako při obyčejném integrování), a integrál $d\boldsymbol{s}$ od a do z je prostě $\boldsymbol{s}$, takže odpověď zní $\boldsymbol{F} \ \ \boldsymbol{s}$.

To je křivkový integrál pro konstantní sílu a přímou dráhu, ten nejjednodušší případ:

$$\int_a^z \boldsymbol{F} \ \ d\boldsymbol{s} = \boldsymbol{F} \ \ \int_a^z d\boldsymbol{s} = \boldsymbol{F} \ \ \boldsymbol{s}. \tag{1.18}$$

(Vzpomeňme si, že $\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s}$ je složka síly ve směru posunutí vynásobená velikostí posunutí. Jinak řečeno je to prostě vzdálenost podél dráhy násobená složkou síly v tomto směru. Existuje mnoho dalších způsobů, jak se na věc dívat. Je to také složka vektoru posunutí do směru síly násobená velikostí síly nebo je to velikost síly násobená velikostí vektoru posunutí násobená kosinem úhlu mezi nimi. Všechny ty definice jsou ekvivalentní.)

Obecněji je křivkový integrál definován následujícím způsobem. Nejdříve rozdělíme integrál na části tím, že rozdělíme dráhu S mezi a a z na N stejných úseků: ΔS_1, ΔS_2, …, ΔS_N. Integrál podél S je pak součtem integrálů podél ΔS_1, ΔS_2, ΔS_3 atd. Zvolíme si N dostatečně velké, abychom mohli každý úsek ΔS_i vyjádřit jako malý vektor posunutí $\Delta \boldsymbol{s}_i$, na němž má $\boldsymbol{F}$ konstantní hodnotu $\boldsymbol{F}_i$ (viz obr. 1.14).



OBR. 1.14 Proměnná síla $\boldsymbol{F}$ definovaná podél křivky S.

Potom podle pravidla o „*konstantní síle podél úseku přímky*" úsek křivky ΔS_i přispívá k integrálu přibližně $\boldsymbol{F}_i \quad \Delta s_i$. Sečtete-li příspěvky $\boldsymbol{F}_i \quad \Delta s_i$ od 1 do N, dostanete vynikající přiblížení našeho integrálu. Integrál bude roven tomuto součtu *přesně* jen tehdy, vezmeme-li limitu pro N blížící se nekonečnu. Zvolíte úseky tak jemně, jak dokážete, pak ještě trochu jemněji a ještě, a dostanete správný integrál:

$$\int_a^z \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \lim_{N\to\infty} \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{F}_i \quad \Delta s_i . \tag{1.19}$$

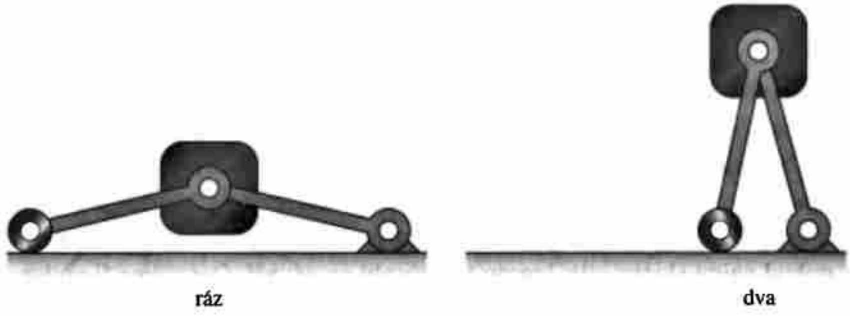
Tento integrál samozřejmě závisí na tvaru křivky, alespoň obecně. I když se ve fyzice někdy stává, že nezávisí.

Takže shrnuto, to je z matematiky všechno, co musíte znát, abyste mohli dělat fyziku. Alespoň pro začátek. A tyto věci, zejména diferenciální a integrální počet a základy vektorového počtu, se musí stát vaší druhou přirozeností. Něco z toho, třeba křivkové integrály, se nemusí stát vaší druhou přirozeností *hned teď*, ale stanou se jí postupně, jak je budete používat. Nejsou *ještě* tak životně důležité a jsou trochu obtížnější. To, co si musíte srovnat v hlavě hned od počátku, jsou derivace a integrály a některé drobnosti jako nacházení složek vektorů v různých směrech.

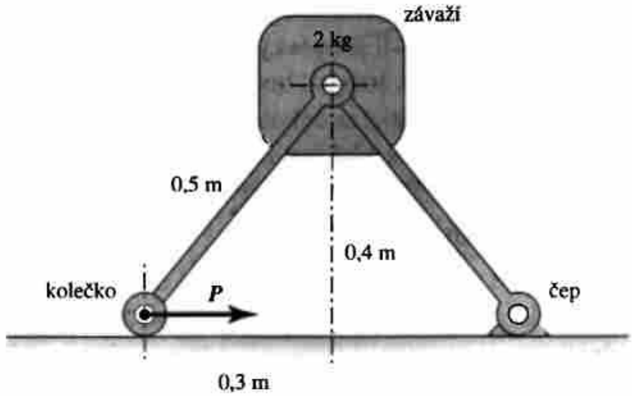
1.9 Jednoduchý příklad

Ukážu vám jeden příklad, velmi jednoduchý, jako ilustraci složek vektorů. Předpokládejme, že máme nějaký stroj, jako na obr. 1.15.

Jsou to dvě tyče spojené čepem (jako ruka v lokti) a zatížené velkým závažím. Konec jedné tyče je spojen s podlahou upevněným čepem, konec druhé tyče má na konci pohyblivý čep, kolečko, které se může valit po podlaze v drážce; ta je součástí stroje. A tak to pracuje – kolečko se valí sem a tam, ráz – dva, závaží se zvedá a klesá nahoru a dolů a tak dále.



OBR. 1-15 Jednoduchý stroj.



OBR. 1.16 Jak velká musí být síla *P*, aby udržela závaží?

Řekněme, že závaží má hmotnost 2 kg, tyče jsou dlouhé 0,5 m a v určitém okamžiku, když je stroj v klidu, je vzdálenost závaží od podlahy naštěstí náhodou právě 0,4 m. Máme tak trojúhelník o stranách 3, 4, 5, aby se to lépe počítalo (viz obr. 1.16). (O aritmetiku tady ovšem nejde, hlavní problém je, aby *myšlenka* byla správná.)

Máme spočítat, jak velká musí být vodorovná tlaková síla $\boldsymbol{P}$ působící na kolečko, aby udržela závaží *v klidu*. Udělám teď jeden předpoklad, který budeme potřebovat při řešení problému. Budeme předpokládat, že pokud je tyč upevněna v čepech na obou koncích, výsledná síla vždy působí podél tyče. (Ukazuje se, že je to pravda; může se vám to zdát dokonce samozřejmé.) Nemuselo by to platit, kdyby byl čep pouze na jednom konci tyče, protože potom bychom mohli odtlačit tyč na stranu. Je-li však čep na obou koncích, můžeme tlačit jen *podél* tyče. Takže předpokládejme, že je nám to známo – síly musí působit ve směru tyče.

Z fyziky víme ještě něco – na koncích tyčí musí působit síly akce a reakce. Například působí-li tyč nějakou silou na kolečko, musí působit i stejně velkou a opačnou silou na závaží. Takže použijeme tyto vlastnosti tyčí a pokusíme se určit vodorovnou sílu působící na kolečko.

Udělal bych to asi takhle. Vodorovná síla působící na kolečko ze strany tyče je určitá složka výsledné síly. (Ovšem existuje také svislá složka síly ze strany drážky, ale ta je neznámá a nezajímavá. Je to složka výsledné síly působící na kolečko a je přesně opačná k výsledné síle působící na závaží). Takže mohu získat složky síly působící na kolečko ze strany tyče – zejména vodorovnou složku, která mne zajímá – pokud najdu složky síly, kterou tyč působí na závaží. Označíme-li vodorovnou sílu působící na závaží F_x, potom vodorovná složka síly na kolečko je $-F_x$ a síla nutná k udržení závaží je jí rovna a má k ní opačný směr: $|\boldsymbol{P}| = F_x$.

Svislá složka síly, kterou tyč působí na závaží, F_y, se zjistí snadno. Je prostě rovna hmotností závaží, 2 kg, násobená gravitačním zrychlením g. (Z fyziky víte, že v soustavě MKS je gravitační zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$). F_y je tedy 2 kg krát g neboli 19,6 N, takže svislá síla působící na kolečko je –19,6 N. Jak nyní dostanu vodorovnou sílu? Vyjdu z toho, že výsledná síla musí ležet ve směru tyče. Je-li F_y rovno 19,6 N a výslednice leží ve směru tyče, jak velké musí být F_x? (viz obr. 1.17)

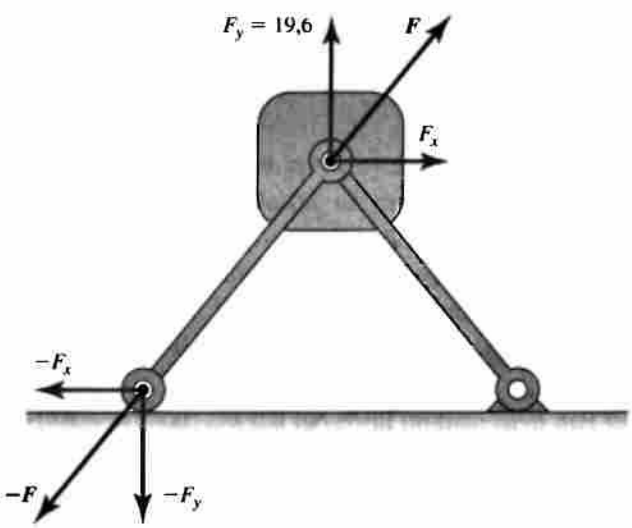
Můžeme využít průměty trojúhelníků, které jsme zvolili velmi příhodně, takže poměr jejich vodorovné a svislé strany je 3 4. V témž poměru jsou F_x a F_y. Výsledná síla $\boldsymbol{F}$ mne nezajímá, mám určit *vodorovnou* složku. Svislou složku znám, takže neznámá vodorovná složka se má ku 19,6 jako 0,3 ku 0,4. Vynásobím 3/4 krát 19,6 a dostanu

$$\frac{F_x}{19{,}6} = \frac{0{,}3}{0{,}4}.$$
$$F_x = \frac{0{,}3}{0{,}4} \times 19{,}6 = 14{,}7\ \mathrm{N}. \qquad (1.20)$$

Vyšlo nám, že |*P*|, vodorovná síla působící na kolečko potřebná k udržení závaží, je 14,7 N. To je odpověď na naši otázku.

Nebo není?

Fyzika neznamená jen dosazování do vzorečků. Musíte mít něco navíc, než jen znát pravidla, vzorce pro promítání a takové záležitosti. Musíte mít *cit* pro skutečnou situaci! Za chvíli se o tom ještě zmíním. Teď jenom řeknu, v čem je potíž

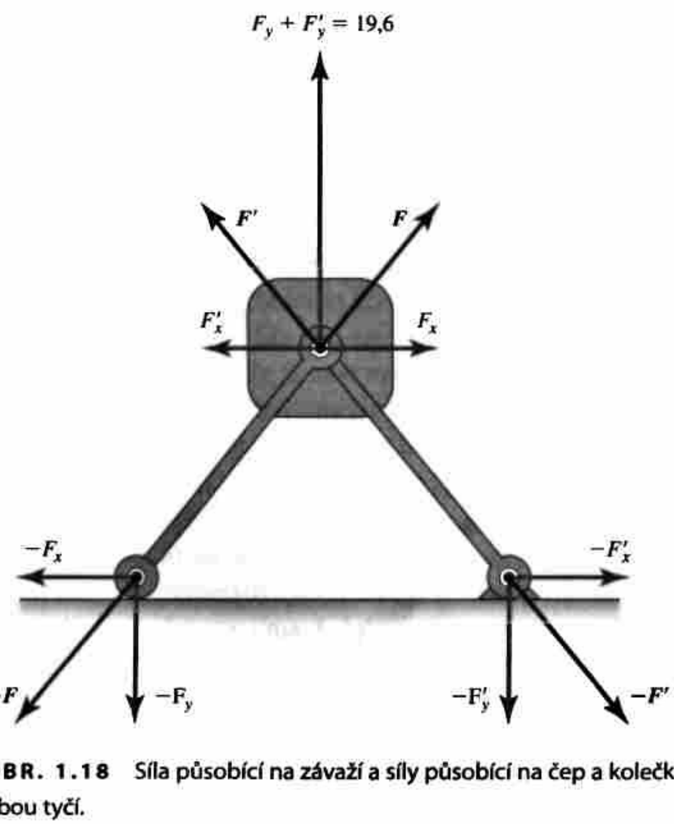


OBR. 1.17 Síla působící na závaží a síla působící na kolečko ze strany jedné tyče.

s naším konkrétním příkladem. Výsledná síla působící na závaží nepochází jen od jedné tyče. Na závaží působí nějakým směrem i druhá tyč a to jsem při naší analýze nevzal v úvahu. Takže všechno je špatně…

Musím vzít v úvahu také sílu, kterou na závaží působí tyč upevněná v nehybném čepu. Tím se to komplikuje – jak bych mohl zjistit tuto sílu? Jaká je vlastně výsledná síla *všeho*, co působí na závaží? Je to jen tíha. Všechny působící síly jen vyvažují tíhu závaží. Žádná výsledná vodorovná síla na závaží nepůsobí. To je klíč k tomu, abych zjistil, kolik „šťávy" dodává tyč s nehybným čepem. Musí vyvíjet právě tolik síly, aby vyrovnala vodorovnou složku síly druhé tyče.

Chci-li proto nakreslit sílu, kterou působí tyč v nehybném čepu, musí být její vodorovná složka přesně opačná k vodorovné složce síly tyče v pohyblivém čepu. Svislá složka síly bude stejná, protože obě tyče vytvářejí shodné trojúhelníky 3 – 4 – 5. Obě tyče tlačí vzhůru ve stejné míře, protože vodorovné složky jejich sil se musí vyrovnávat. Kdyby tyče měly různou délku, měli bychom s tím trochu víc práce, ale myšlenka by byla stejná.



OBR. 1.18 Síla působící na závaží a síly působící na čep a kolečko ze strany obou tyčí.

Začněme tedy znovu od závaží. Napřed si musíme vyjasnit síly, kterými na závaží působí tyče. Podívejme se tedy na ně. Důvod, proč si to pořád opakuju, je ten, abych nepopletl znamení. Síla, kterou *závaží působí na tyče* má opačné znamení než síla, kterou *tyče působí na závaží*. Musím s tím pořád začínat znovu, abych se dostal z toho zmatku. Musím si to znovu připomenout a rozhodnout se, o čem chci vlastně mluvit. Tak si řeknu: „Podíváme se na síly, kterými *tyče působí na závaží*. Jedna z nich je síla $\boldsymbol{F}$, která působí ve směru jedné tyče. Pak je ještě síla $\boldsymbol{F}'$ ve směru druhé tyče. To jsou jediné dvě síly a působí ve směru obou tyčí."

A dál, výslednice těchto dvou sil – začínám vidět světlo na konci tunelu. Výslednice nemá žádnou vodorovnou složku a její svislá složka je rovna 19,6 N. Ha! Nakreslíme si obrázek znovu, protože předtím jsem ho nakreslil špatně. (viz obr. 1.18)

Vodorovné složky se vyrovnávají, proto se svislé složky sčítají a 19,6 N není jen svislá složka síly od *jedné* tyče, ale výsledná složka od obou tyčí. Protože každá tyč přispívá jednou polovinou, bude svislá složka síly od tyče s kolečkem jen 9,8 N.

Vezmeme-li nyní vodorovný průmět této síly tak, že ho násobíme opět 3/4 jako dříve, dostaneme vodorovnou složku síly od tyče s kolečkem, která působí na závaží. Je to

$$\frac{F_x}{9{,}8} = \frac{0{,}3}{0{,}4}. \tag{1.21}$$

$$F_x = \frac{0{,}3}{0{,}4} \times 9{,}8 = 7{,}35 \text{ N}.$$

1.10 Triangulace

Zbylo mi ještě pár minut, a tak bych rád řekl několik slov o vztahu matematiky a fyziky. Viděli jsme vlastně už malou ilustraci na našem příkladě. Nestačí se naučit vzorečky a říkat si: „Znám všechny vzorce a teď už musím jen zjistit, jak je použít pro řešení úlohy!"

Možná, že s tím nějakou dobu vystačíte, a čím víc úsilí budete věnovat učení se vzorcům, tím déle vám tato metoda bude sloužit – ale nakonec to přestane fungovat.

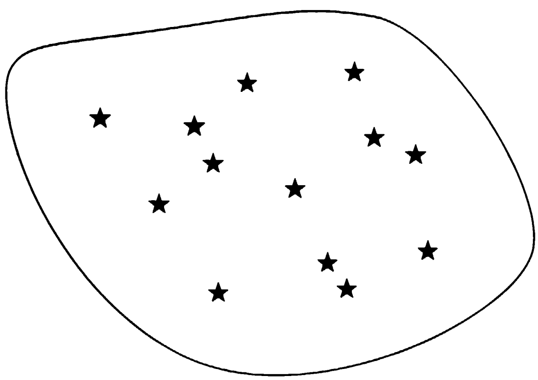
Můžete si říkat: „Já mu nevěřím, protože jsem měl vždycky úspěch. Tak jsem to vždycky dělal a budu dělat!"

Nebudete to tak vždycky dělat, nakonec *selžete*. Ne letos, ne příští rok, ale třeba až nastoupíte do zaměstnání nebo tak, někde ztratíte nit, protože fyzika je *nesmírně* rozsáhlá věda! Existují *miliony* vzorců a *není možné* si je všechny zapamatovat.

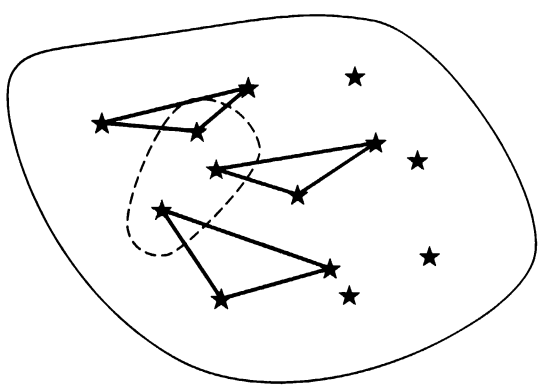
A ještě je tu jedna velká věc, kterou si neuvědomujete, mocný mechanismus, který ještě nepoužíváte. Na obr. 1.19 je mapa všech fyzikálních vzorců, všech vztahů ve fyzice. (Měla by mít víc než dva rozměry, ale necháme to tak.)

A teď si představme, že se něco stalo ve vaší mysli, že obsah nějaké oblasti byl vymazán a že tam vzniklo jakési prázdné místo. Vztahy v přírodě jsou tak krásně propojeny, že je možné pomocí logiky, „triangulační metodou" najít to, co se ztratilo ve vymezené oblasti, znovu to zjistit na základě toho, co je známo (obr. 1.20).

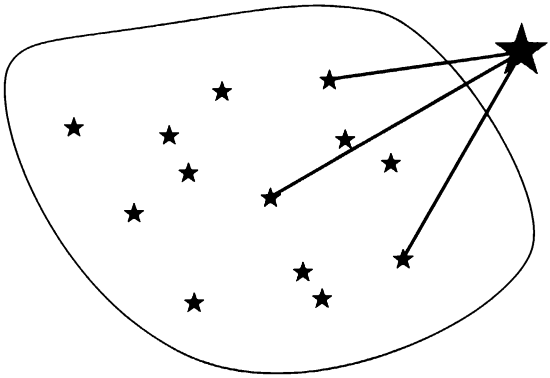
A tak můžete obnovovat věci, které jste zapomněli, *průběžně*; pokud jste nezapomněli příliš mnoho a jestli znáte dost. Jinými slovy, přijde čas – zatím jste k němu ještě nedospěli – že budete znát tolik věcí, že i když nějaké zapomenete, budete si je moci obnovit pomocí toho, co si pamatujete. Je proto nesmírně důle-



OBR. 1.19 Imaginární mapa všech fyzikálních vzorců.



OBR. 1.20 Zapomenutá fakta se dají zrekonstruovat triangulační metodou ze známých fakt.



OBR. 1.21 Fyzikové přicházejí na nové objevy triangulací od známého k dosud neznámému.

žité, abyste věděli, jak „*triangulovat*", jak zjistit něco, co už jste zapomněli na základě toho, co si pamatujete. Je to *absolutně nezbytné.* Třeba si řeknete: „Já se o to nemusím starat, mám dobrou paměť, vím jak si věci zapamatovat. Dokonce jsem absolvoval *kurz zapamatovávání.*"

Ale *stejně* to nebude fungovat. Protože skutečná užitečnost fyziků, ať už při objevování nových zákonů přírody nebo vývoji nových věcí v průmyslu atd. *nespočívá* v tom, že mluví o věcech, které už známe, ale že dělají něco *nového.* Takže provádíme „triangulaci" od známého k neznámému a objevujeme to, co *nikdo před námi ještě neobjevil* (obr. 1.21).

Abychom se naučili, jak to dělat, musíte zapomenout na odříkávání vzorců a pokusit se naučit *chápat vztahy v přírodě.* Ze začátku je to mnohem obtížnější, ale je to *jediná úspěšná cesta.*

2 Zákony a intuice

PŘEHLEDOVÁ PŘEDNÁŠKA B

Minule jsme diskutovali o matematice, kterou musíte znát, abyste se mohli zabývat fyzikou. Zdůraznil jsem, že byste měli znát nazpaměť rovnice a vzorce, které používáte jako nástroj, ale že není dobré učit se nazpaměť všechno. Dokonce to ani z dlouhodobého hlediska není možné. Neznamená to samozřejmě, že byste se neměli učit nazpaměť *nic* – v určitém smyslu, čím víc si toho pamatujete, tím lépe – ale musíte být také schopni znovu si odvodit to, co jste zapomněli.

Mimochodem, také jsme mluvili o tom, jaké to je, když se na Caltechu dostanete mezi podprůměrné studenty. Když se vám ale naopak podaří dostat se nahoru z té spodní poloviny ročníku, uděláte nešťastným někoho *jiného*, protože ho donutíte sestoupit pod průměr, do té spodní poloviny. Ale *existuje* způsob, jak se dostat nahoru, aniž byste způsobili potíže někomu jinému. Najděte si něco zajímavého, co vás obzvlášť těší, a jděte za tím. Tak se stanete něčím jako dočasným expertem na nějaký jev, o němž jste slyšeli. Tak můžete uklidnit svou dušičku a můžete si vždycky říct: „Aspoň vím něco *o této věci*, o které ostatní hoši nic nevědí."

2.1 **Fyzikální zákony**

V tomto přehledu budu dále mluvit o fyzikálních zákonech a nejdřív tedy musím stanovit, co tyto zákony vlastně jsou. Formulovali jsme je slovně mnohokrát během přednášek a je těžké je znova všechny uvádět v kratší době. Ale fyzikální zákony mohou být také shrnuty některými rovnicemi, které se chystám napsat. Zatím předpokládám, že jste dospěli v matematice už tak daleko, že budete přímo rozumět jejich notaci. Uvedu tedy všechny fyzikální zákony, které musíte znát.

Jako první

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}. \tag{2.1}$$

Říká, že síla $\boldsymbol{F}$ je rovna časové změně hybnosti $\boldsymbol{p}$. $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{p}$ jsou vektory a očekávám, že už víte, co tyto symboly znamenají.

Chtěl bych zdůraznit, že v každé *fyzikální* rovnici musíme rozumět, co které písmenko označuje. Neznamená to jen, že si řeknete: „Já vím, že $\boldsymbol{p}$ znamená pohybující se hmotnost násobenou rychlostí nebo klidovou hmotnost násobenou rychlostí a dělenou odmocninou z rozdílu 1 minus rychlost na druhou dělenou rychlostí světla na druhou“:[1]

$$\boldsymbol{p} = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{2.2}$$

Místo toho, abychom *fyzikálně* porozuměli, co je to $\boldsymbol{p}$, musíte si uvědomit, že $\boldsymbol{p}$ není prostě jen „hybnost“ Je to hybnost *něčeho*, hybnost *částice*, jejíž hmotnost je m a jejíž rychlost je $\boldsymbol{v}$. A $\boldsymbol{F}$ v rovnici (2.1) znamená výslednou sílu, vektorový součet sil, které na částici působí. Jenom *pak* můžete porozumět těmto rovnicím.

Dále máme jiný fyzikální zákon, který musíte znát. Nazývá se zákon zachování hybnosti:

$$\sum_{\text{částice}} \boldsymbol{p}_{po} = \sum_{\text{částice}} \boldsymbol{p}_{před}. \tag{2.3}$$

Zákon zachování hybnosti říká, že celková hybnost zůstává konstantní za každé situace. Co to fyzikálně znamená? Např. při srážce se dá vyjádřit takto: součet hybností všech částic *před* srážkou je týž, jako součet všech hybností *po* srážce. Ve světě teorie relativity mohou být částice po srážce jiné – můžete nové částice vytvořit a staré zničit – ale stále platí, že vektorový součet celkových hybností všeho před a po je stejný.

Další fyzikální zákon, který musíte znát, se nazývá zákon zachování energie a má stejný tvar:

$$\sum_{\text{částice}} E_{po} = \sum_{\text{částice}} E_{před}. \tag{2.4}$$

Tedy součet energií všech částic *před* srážkou je roven součtu energií všech částic *po* srážce. Abychom mohli tento vzorec použít, musíme vědět, co to energie částice je. Energie částice o klidové hmotnosti m a rychlosti v je

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{2.5}$$

---

[1] $v = |\boldsymbol{v}|$ je rychlost částice, c je rychlost světla.

2.2 Nerelativistické přiblížení

Tyto zákony platí v relativistickém světě. V *nerelativistickém* přiblížení, pozorujeme-li částice při *malých* rychlostech ve srovnání s rychlostí světla, dostaneme některé zvláštní případy těchto zákonů.

Začneme s hybností. Při malých rychlostech $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ je skoro 1, takže rovnice (2.2) bude

$$p = mv. \tag{2.6}$$

To znamená, že vzorec pro sílu $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$ se dá také zapsat jako $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}(m\boldsymbol{v})/\mathrm{d}t$. Vytkneme-li konstantu m před derivací, uvidíme, že síla je rovna hmotnosti násobené zrychlením:

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = m\boldsymbol{a}. \tag{2.7}$$

Zachování *hybnosti* pro částice o malých rychlostech má stejný tvar jako rovnice (2.3), kde výraz pro hybnost je $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ (a všechny hmotnosti jsou konstantní):

$$\sum_{\text{částice}} (m\boldsymbol{v})_{po} = \sum_{\text{částice}} (m\boldsymbol{v})_{před}. \tag{2.8}$$

Avšak zákon zachování *energie* při pomalých rychlostech nám dává *dva zákony*. První říká, že *hmotnost každé částice* je konstantní, že nemůžete vytvořit nebo zničit žádný materiál. Druhý zákon pak praví, že součet $\frac{1}{2}mv^2$ všech částic (celková kinetická energie, kterou označíme *K.E.*) je konstantní.[2]

$$m_{po} = m_{před}$$

$$\sum_{\text{částice}} (\tfrac{1}{2}mv^2)_{po} = \sum_{\text{částice}} (\tfrac{1}{2}mv^2)_{před}. \tag{2.9}$$

Považujeme-li velké každodenní předměty za pomalé částice, bereme-li třeba popelník za částici, potom zákon o tom, že součet kinetických energií před a po platit *nebude*. Některé příspěvky ke kinetické energii částic $\frac{1}{2}mv^2$ uvnitř předmětu

---

[2] Vztah mezi kinetickou energií částice a její celkovou (relativistickou) energií se dá snadno najít, dosadíme-li první dva členy Taylorova rozvoje $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ do rovnice (2.5):

$$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\frac{3}{4}x^4 + \frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{5}{6}x^6 + \ldots$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = mc^2(1 + v^2/2c^2 + \ldots)$$

$$\approx mc^2 + \tfrac{1}{2}mv^2 = \textit{klidová energie} + \textit{K. E.} \text{ (pro } v \ll c\text{)}.$$

mohou náležet vnitřnímu pohybu, např. tepelnému. Takže při srážkách velkých předmětů náš zákon neplatí, platí jen pro skutečně fundamentální částice. Ovšem i u velkých předmětů se může stát, že jen malá část energie přejde do vnitřního pohybu, takže zachování energie *téměř* platí. Mluvíme o *téměř pružných* srážkách a někdy si je idealizujeme jako *dokonale pružné* srážky. Takže sledovat energii je mnohem obtížnější než sledovat hybnost, protože zachování kinetické energie nemusí platit, jsou-li pozorované předměty velké, jako třeba různá závaží apod.

2.3 Pohyb za účasti sil

Budeme-li zkoumat nikoli srážky, ale pohyb pod vlivem sil, dostaneme nejdříve větu, která nám říká, že *změna kinetické energie* částice je rovna *práci* vykonané těmito silami:

$$\Delta K.E. = \Delta W. \tag{2.10}$$

Připomeňme si, co to znamená, jaký je význam každého písmenka. Znamená to, že pohybuje-li se částice po nějaké křivce S z bodu A do bodu B a působí-li na ni přitom síla $\boldsymbol{F}$, kde $\boldsymbol{F}$ je výslednice všech sil působících na částici, potom známe-li kinetické energie částice $\frac{1}{2}mv^2$ v bodě A a v bodě B, budou se tyto energie lišit o integrál od A do B skalárního součinu $\boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$, kde $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ je malé posunutí podél S (obr. 2.1).

Platí tedy

$$\Delta K.E. = \tfrac{1}{2}mv_{\mathrm{B}}^2 - \tfrac{1}{2}mv_{\mathrm{A}}^2 \tag{2.11}$$

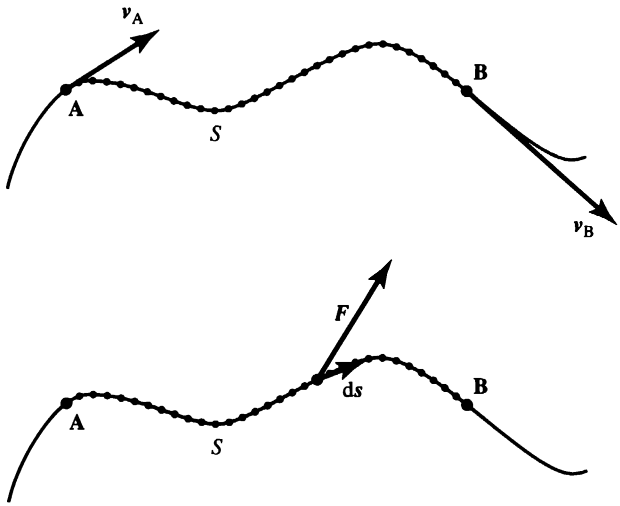
a

$$\Delta W = \int_A^B \boldsymbol{F} \ \mathrm{d}\boldsymbol{s}. \tag{2.12}$$

V některých případech se tento integrál dá vypočítat snadno předem, protože síla působící na částici závisí jen na její poloze jednoduchým způsobem. Za těchto okolností můžeme napsat, že práce vykonaná nad částicí je rovna s opačným znaménkem změně jiné veličiny nazývané *potenciální energie, P.E.* O takových silách říkáme, že jsou „konzervativní“:

$$\Delta W = -\Delta P.E. \quad \text{(pro konzervativní síly, } \boldsymbol{F}\text{)}. \tag{2.13}$$

Mimochodem toto označení, které používáme ve fyzice, je nešťastné. Výraz „konzervativní síly“ neznamená, že *síly* se zachovávají, ale spíše, že síly jsou takové, že *energie* objektů, na které tyto síly působí *může* být zachována. Připouštím, že je to velmi zavádějící, ale nemohu s tím nic dělat.[3]



OBR. 2.1 $\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}.$

Celková energie částice je součet její kinetické energie a potenciální energie:

$$E = K.E. + P.E. \tag{2.14}$$

Působí-li na částici pouze konzervativní síly, celková energie částice se nemění:

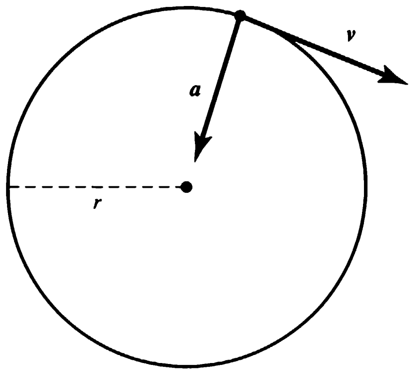
$$\Delta E = \Delta K.E. + \Delta P.E. = 0 \quad \text{(s konzervativními silami).} \tag{2.15}$$

Působí-li však také *nekonzervativní* síly – síly, které se nedají vyjádřit žádným potenciálem – potom změna energie částice je rovna práci těchto sil:

$$\Delta E = \Delta W \quad \text{(s nekonzervativními silami).} \tag{2.16}$$

Tuto část přehledu ukončíme tím, že shrneme všechna pravidla pro různé druhy sil. Než to ale uděláme, uvedu ještě vzorec pro zrychlení, který je velmi užitečný. Pohybuje-li se v daném okamžiku nějaký objekt po kružnici poloměru r konstantní rychlostí v, potom jeho zrychlení míří do středu kružnice a má velikost v^2/r (viz obr. 2.2). Je to takové dokreslení k tomu všemu, o čem jsem hovořil, ale je dobře

[3] Síla je považována za konzervativní, jestliže celková práce, kterou tato síla vykonává nad částicí při přemisťování jednoho místa do druhého, je táž nezávisle na tom, po jaké trajektorii se částice pohybuje. Celková práce závisí jen na koncových bodech trajektorie. Zejména práce vykonávaná konzervativní silou nad částicí, která se pohybuje podél uzavřené trajektorie, z počátku opět do téhož bodu, je vždy nulová. Viz *Přednášky* díl I., kap. 14.3.



OBR. 2.2 Vektory rychlosti a zrychlení při kruhovém pohybu konstantní rychlostí.

si tento vztah zapamatovat, protože by člověka bolela záda, kdyby si ho měl pořád odvozovat.[4]

$$|\boldsymbol{a}| = \frac{v^2}{r} \tag{2.17}$$

TAB. 2.1

	Platí vždy	*Obecně neplatí (platí jen pro malé rychlosti)*
Síla	$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$	$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$
Hybnost	$\boldsymbol{p} = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$
Energie	$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	$E = \frac{1}{2}mv^2\ (+mc^2)$

TAB. 2.2

Platí pro konzervativní síly	*Platí pro nekonzervativní síly*
$\Delta P.E. = -\Delta W$	*P.E. není definována*
$\Delta E = \Delta K.E. + \Delta P.E. = 0$	$\Delta E = \Delta W$

Definice: kinetická energie, $K.E. = \frac{1}{2}mv^2$; *práce,* $W = \int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}$

[4] Viz *Přednášky*, díl I., kap. 11.6

2.4 Síly a jejich potenciály

Abych pokračoval dále v linii výkladu, uvedu nyní řadu zákonů sil a vzorce pro jejich potenciální energie.

TAB. 2.3

	Síla	*Potenciální energie*
Gravitace u povrchu Země	$-mg$	mgz
Gravitace mezi částicemi	$-Gm_1m_2/r^2$	$-Gm_1m_2/r$
Elektrické náboje	$q_1q_2/4\pi\varepsilon_0r^2$	$q_1q_2/4\pi\varepsilon_0r$
Elektrické pole	$q\boldsymbol{E}$	$q\varphi$
Ideální pružina	$-kx$	$\frac{1}{2}kx^2$
Tření	$-\mu N$	*Žádná!*

Nejdříve máme gravitaci na povrchu Země. Síla míří svisle dolů, ale na jejím znamení nezáleží. Mějte na paměti jen směr síly, protože kdoví, jak jste si zvolili osy souřadnic. (Třeba vaše osa z míří dolů – i to je dovoleno). Síla je tedy rovna $-mg$ a její potenciální energie mgz, kde m je hmotnost objektu, g je konstanta (gravitační zrychlení u povrchu Země, jinak by vzorec neplatil) a z je výška nad zemí nebo nad nějakou jinou úrovní. To znamená, že hodnotu potenciální energie můžete zvolit rovnou nule v kterémkoli místě chcete. Potenciální energii budeme využívat tak, že se budeme zajímat jen o její *změny.* Potom zřejmě nezáleží na tom, přičteme-li k ní konstantu.

Dále je na řadě gravitace v prostoru mezi částicemi. Tato síla je centrální a je úměrná součinu hmotností obou částic dělenému vzdáleností mezi nimi na druhou. Můžete to zapsat jako $-mm'/r^2$ nebo $-m_1m_2/r^2$ nebo jakýmkoli jiným způsobem. Je zase dobré si pamatovat, kterým směrem síla působí a nedělat si starosti se znamením. Musíte ovšem vědět, že gravitační síla je úměrná převrácené druhé mocnině vzdálenosti mezi částicemi. A jaké má tedy vlastně znamení? Hmotné objekty se *přitahují,* takže síla působí opačným směrem, než jakým míří polohový vektor. Z toho vidíte, že já si znamení nepamatuji. Vím jen *fyzikálně,* kam síla míří – částice se přitahují, to je všechno, co potřebuji vědět.

Potenciální energie mezi dvěma částicemi je $-Gm_1m_2/r$. Mám potíže si zapamatovat, jak se potenciální energie mění. Podívejme se na to: částice ztrácejí potenciální energii, když se sbližují, to znamená, že když je r menší, potenciální energie musí klesnout, takže je záporná. Alespoň doufám. Se znameními jsem vždycky na štíru.

Pokud jde o elektřinu, síla je úměrná součinu nábojů q_1 a q_2 dělenému vzdáleností mezi nimi na druhou. Ale konstanta úměrnosti se nepíše do čitatele (jako G u gravitace), ale do jmenovatele jako $4\pi\varepsilon_0$. Elektrická síla míří radiálně, jako u gravitace, ale s opačným zákonem znamení; náboje stejného znamení se *odpuzují.* A proto znamení elektrické potenciální energie je opačné než u gravitační potenciální energie. A ovšem konstanta úměrnosti je jiná, $1/4\pi\varepsilon_0$ místo G.

Několik technických poznámek k zákonům elektřiny. Síla působící na náboj q může být vyjádřena jako $q\boldsymbol{E}$, kde $\boldsymbol{E}$ je intenzita elektrického pole, a potenciální energie jako $q\varphi$, kde φ je elektrický potenciál. Zde $\boldsymbol{E}$ je vektorové pole, φ je skalární pole, q se měří v *coulombech,* φ ve *voltech* a energie v obvyklých jednotkách, v *joulech.*

V naší tabulce vzorců máme jako další případ ideální pružinu. Síla, která natáhne ideální pružinu o vzdálenost x je konstanta k krát x. Zase si musíte uvědomit, co jednotlivá písmenka znamenají: x je vzdálenost, o kterou vychýlíme pružinu z rovnovážné polohy, a síla $-kx$ ji pak vrací zpátky. Přidávám znamení jenom abych vyjádřil, že pružina je tažena zpět. Víte zatraceně dobře, že pružina táhne věci *nazpátek* a netlačí je dál dopředu, když za ni zatáhnete. Potenciální energie je teď $\frac{1}{2}kx^2$. Když natahujete pružinu, konáte práci, takže když je pružina natažena, bude její potenciální energie kladná. Takže vzdálenost se znamením je snadná – aspoň pro pružinu.

Vidíte, že takové detaily jako jsou znaménka, která si nemohu zapamatovat, mohu zkusit zrekonstruovat logickou úvahou – tak zjistím věci, které si nepamatuji.

Pokud jde o tření, potom síla tření při pohybu na suchém povrchu je $-\mu N$. Zase si musíme ujasnit, co tyto symboly znamenají. Smýkáme-li po sobě dvě tělesa, která jsou k sobě přitlačována silou, jejíž složka kolmá k dotýkajícím se povrchům je N, potom síla potřebná k tomu, aby udržela předmět v pohybu je μ krát N. Snadno zjistíte, jaký směr má síla tření – míří opačně ke směru pohybu.

Ve sloupečku Potenciální energie v tabulce 2.3 je u tření uvedeno Žádná! Tření nezachovává energii, a proto nemáme žádný vzorec pro potenciální energii tření. Tlačíte-li předmět po podložce jedním směrem, konáte práci. Budete-li táhnout zpátky, budete zase konat práci, takže projdete-li celý cyklus tam a zpět, nebude změna energie nulová. Vykonali jste práci, a tak tření neodpovídá žádná potenciální energie.

2.5 Učení fyzice na příkladu

To jsou všechna pravidla, na která si vzpomínám jako na nezbytná. Takže řeknete: „Dobrá, je to velmi jednoduché. Naučím se nazpaměť tu celou zatracenou tabulku a budu znát celou fyziku." Tak by to ovšem nešlo.

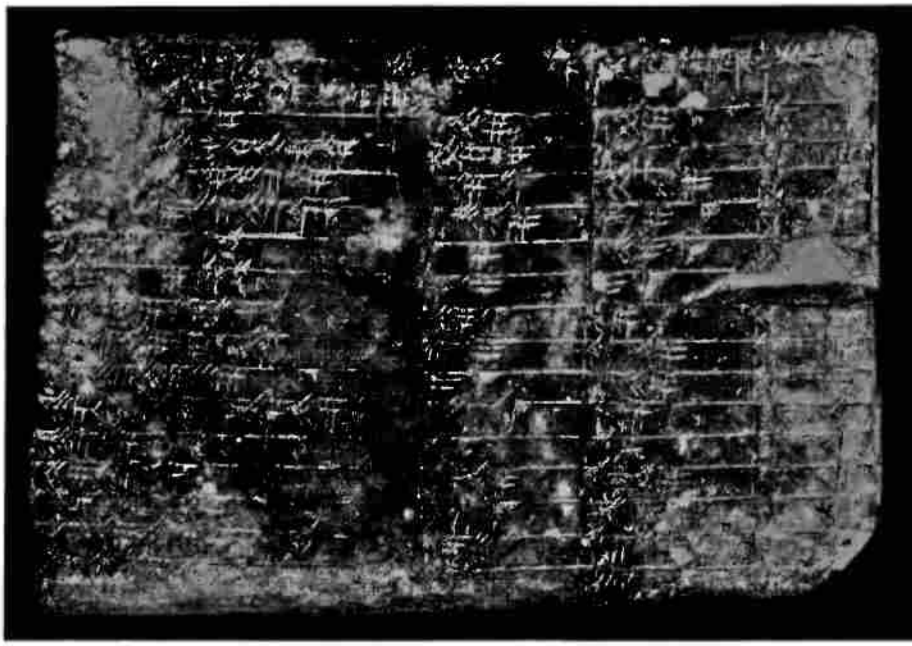
Vlastně by to možná šlo ze začátku, ale bylo by to stále těžší a těžší, jak jsem naznačil v předchozí přednášce. Proto se musíme dále naučit, jak používat matematiku ve fyzice, abychom porozuměli *světu*. Rovnice nám ukazují cestu, takže je používáme jako nástroj, ale k tomu musíme vědět, o kterých *předmětech* vlastně rovnice vypovídají.

Metodu, jak ze známých věcí odvozovat neznámé a jak řešit úlohy, je skutečně velmi nesnadné někoho naučit a já sám vlastně nevím, jak to udělat. Nevím, co vám sdělit, aby vás to změnilo z někoho, kdo *neumí* analyzovat nové situace a řešit problémy, na někoho, kdo to *umí*. V případě matematiky vás mohu naučit pravidla, která vás změní z někoho, kdo neumí derivovat, na někoho, kdo to umí. Ale v případě fyziky nevím, jak to udělat.

Protože to, co se děje fyzikálně, chápu *intuitivně*, je pro mne obtížné to sdělit. Mohu vám jen ukázat příklady. Proto ve zbývající části přednášky a v přednášce následující si ukážeme spoustu malých příkladů uplatnění fyzikálních jevů v průmyslu a různě jinde. Ukážu vám, jak to, co už znáte, vám umožní pochopit a zkoumat, co se děje ve skutečnosti. Jen pomocí příkladů se budete moci chytit.

Podařilo se najít mnoho matematických textů starých Babyloňanů. Je mezi nimi i celá knihovna matematických cvičení pro studenty. A co je zajímavé – Babyloňané uměli řešit kvadratické rovnice a měli dokonce tabulky na řešení kubických rovnic. Uměli řešit úlohy o trojúhelnících (viz obr. 2.3) a uměli spoustu jiných věcí, ale nikdy nenapsali žádný algebraický vzorec. Staří Babyloňané neznali způsob, jak zapisovat vzorce. Místo toho řešili prostě jeden příklad za druhým – to bylo všechno. Podstata byla v tom, že se budete prostě dívat na příklady, a tím se je naučíte řešit. Bylo to proto, že staří Babyloňané ještě neznali sílu obecných matematických výrazů.

Dnes máme jiný problém – pomocí mocných vzorců nedokážeme naučit studenty, jak pochopit fyziku *fyzikálně*. Můžeme napsat zákony, ale stále ještě neumíme vysvětlit, jak je chápat z hlediska fyziky. Jediný způsob, jak pochopit fyziku fyzikálně, z nedostatku jiné metody, je použít nudný, zdlouhavý způsob starých Babyloňanů, řešením spousty příkladů, až vám podstata věci sama dojde. To je všechno, co pro vás mohu udělat. A studenti, kterým *nedošla* myšlenka Babyloňanů, už propadli, a ti, kterým ta myšlenka došla, nakonec umřeli, takže to vyšlo nastejno. Dejme se tedy do toho!



OBR. 2.3 Pythagorejské trojice na tabulce Plimpton 322 kolem r. 1700 př. Kr.

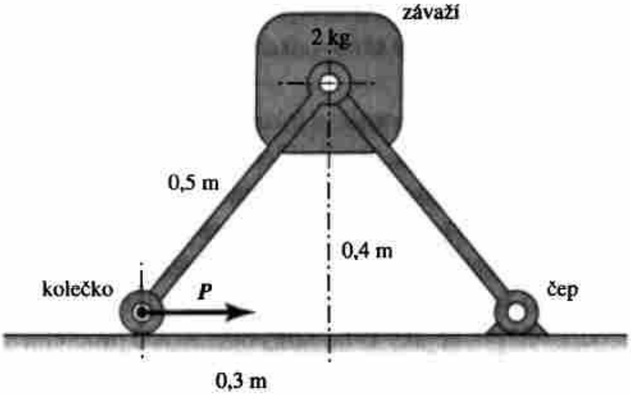
2.6 Fyzikální porozumění fyzice

První úloha, kterou jsem se zabýval v předchozí přednášce, obsahuje mnoho fyzikálních aspektů. Byly to dvě tyče, kolečko, čep a závaží – o hmotnosti 2 kg, pokud si vzpomínám. Geometrické poměry tyčí byly 0,3, 0,4 a 0,5 a otázka zněla, jak velká musí být vodorovná síla působící na kolečko, aby udržela závaží v poloze ukázané na obr. 2.4.

Trochu jsme se s tím potýkali (ve skutečnosti jsem to musel řešit dvakrát, než jsem dostal správný výsledek), ale zjistili jsme, že vodorovná síla působící na kolečko odpovídá hmotnosti $\frac{3}{4}$ kg, jak je vidět na obr. 2.5.

Nechme teď stranou rovnice a chvíli se zamysleme. Pak si vyhrňte rukávy a zamávejte rukama a bude vám skoro jasné, jaká musí být odpověď – aspoň *mně* ano. A teď musím naučit *vás*, jak to udělat.

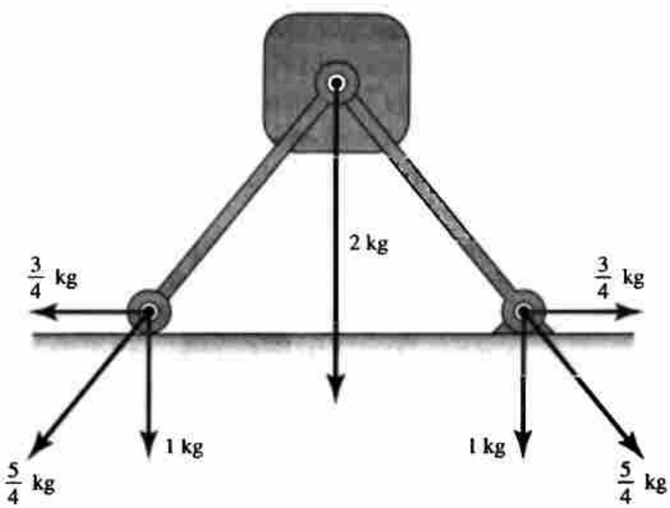
Můžete si říct: „Síla, kterou působí závaží, míří přímo dolů a odpovídá hmotnosti 2 kg. Závaží je přitom vyváženo rovnoměrně na dvou nohách. Takže svislá síla každé nohy musí být dost velká, aby udržela 1 kg. Odpovídající vodorovná složka působící na každou nohu musí být zlomkem svislé složky tak, aby jejich poměr odpovídal poměru stran pravoúhlého trojúhelníka 3 4. Takže vodorovná složka působící na kolečko odpovídá tíze tělesa o hmotnosti $\frac{3}{4}$ kg – středník.“



OBR. 2.4 Jednoduchý stroj z kapitoly 1.

Podívejme se, jestli je to v pořádku. Podle této úvahy, přiblížíme-li kolečko mnohem blíž k nehybnému čepu, aby vzdálenost mezi nohami byla mnohem menší, očekávali bychom, že na kolečko bude působit mnohem menší síla. Je to pravda, že když se závaží zvedne tááákhle vysoko, síla na kolečko bude malá? Áááno! (Viz obr. 2. 6.)

Jestliže to necítíte, je těžké vysvětlit *proč*. Ze zkušenosti ale víte, že budete-li se snažit podepírat něco žebříkem a postavíte žebřík téměř *svisle*, bude pro vás snazší ho udržet, aby nesklouzl. Ale bude-li žebřík opřen pod velkým úhlem, bude



OBR. 2.5 Rozdělení sil vyvolaných závažím prostřednictvím tyčí na kolečko a čep.

pěkně těžké břemeno udržet. Skutečně, posunete-li žebřík tak, že jeho druhý konec bude jen nízko nad zemí, zjistíte, že potřebujete skoro nekonečnou vodorovnou sílu k udržení zátěže v této poloze.

Všechny tyto věci můžete prostě *vycítit*. *Nemusíte* je ovšem vyciťovat, můžete je zjistit pomocí nákresů a výpočtů. Jak se ale problémy stávají složitějšími a snažíte-li se pochopit přírodu v komplikovanějších situacích, pak bude záležet na tom, jak dovedete výsledek odhadnout a vycítit, *aniž byste prováděli skutečný výpočet*. Čím více se vám to bude dařit, tím budete *mnohem a mnohem* lepší. Právě v tom byste měli získat cvik při řešení různých úloh. Až budete mít někdy čas a nebudete potřebovat znát odpověď pro nějaký kvíz, zamyslete se nad problémem a zkuste, jste-li schopni porozumět tomu, proč se váš systém tak chová, jen orientačně, bez ohledu na přesná čísla.

Jak vysvětlit, jak se to dělá, nevím. Vzpomínám si, jak jsem se jednou pokoušel učit někoho, kdo měl velké potíže s fyzikou, ačkoliv byl velmi dobrý v matematice. Uvedu typický příklad problému, který nemohl za žádnou cenu vyřešit: „Máte kruhový stolek s třemi nohami. Kde se o něj musíte opřít, aby byl stolek co nejméně stabilní?"

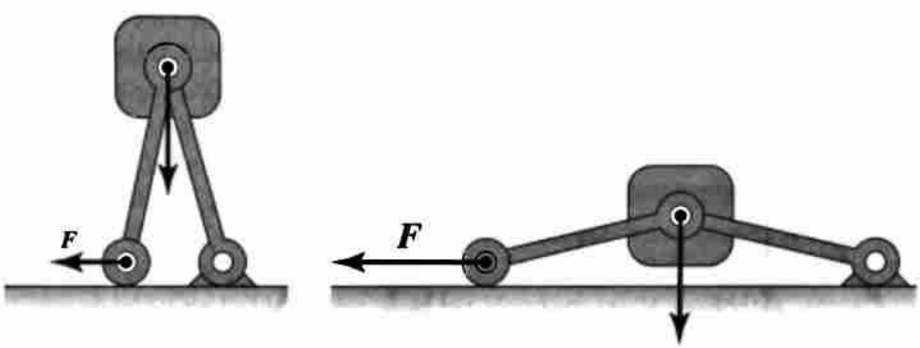
Student postupoval takto: „Pravděpodobně přesně nad jednou nohou. Ale musel bych vypočítat, jaké síly to vyvolá v různých místech a podobně."

Řekl jsem mu: „Nechte stranou výpočty. Dovedete si představit skutečný stolek?"

„Ale takovým způsobem se to přece nemá dělat!"

„Nezáleží na tom, co se *má* nebo nemá. Tady máte *skutečný* stolek s různými nohami, vidíte? Kde myslíte, že byste se mohl opřít? Co se stane, budete-li tlačit právě v místě nad jednou nohou?"

„Nic."



OBR. 2.6 Síla působící na kolečko se mění s výškou závaží.

Řekl jsem: „Ano, to je správně. A co se stane, budete-li tlačit dolů na kraji, právě uprostřed mezi dvěma nohami?"

„Stolek se převrátí."

Řekl jsem: „Ano. To už je lepší."

Podstata je v tom, že student si neuvědomil, že toto nejsou jen matematické problémy. Úloha se týkala skutečného stolku s nohami. Přesně řečeno to vlastně nebyl *skutečný* stolek. Předpokládali jsme, že je dokonale kruhový, nohy přesně svislé atd. Ale zhruba řečeno úloha *přibližně* popisovala skutečný stolek a víme-li ze zkušenosti, jak se chová *skutečný* stolek, můžeme si udělat velmi dobrou představu o tom, jak se bude chovat *tento* stolek, bez jakéhokoliv počítání. Víte přece zatraceně dobře, kde se musíte opřít, aby se stolek převrátil!

Takže nevím sice, jak tyto věci *vysvětlit.* Ale jakmile si jednou uvědomíte, že tyto úlohy jsou *fyzikální* a nikoli matematické, moc vám to pomůže.

Chtěl bych nyní uplatnit tento postup na celé řadě úloh. Za prvé je to navrhování mechanismů, za druhé pohyb umělých družic, za třetí pohon rakety, za čtvrté analýza svazků a pak, zbude-li nám čas, rozpad pionů a pár dalších věcí. Jsou to všechno dost náročné problémy, ale dají se na nich postupně ilustrovat různé přístupy. Tak se do toho pustíme.

2.7 Navrhování mechanismů

Začneme navrhováním mechanismů. Máme následující úkol. Dvě tyče, každá půl metru dlouhá, jsou upevněny v čepech, nesou závaží o hmotnosti 2 kg (není vám to povědomé?) na kolečko na konci levé tyče působí nějaký pohon a pohybuje jím vodorovně tam a zpět konstantní rychlostí 2 metry za sekundu. Je to jasné? A otázka zní: *jak velká bude působící síla, nachází-li se závaží ve výšce 0,4 m?* (viz obr. 2.7)

Můžete si pomyslet: „Vždyť jsme to už *vyřešili*! Vodorovná síla potřebná k udržení závaží odpovídá hmotnosti $\frac{3}{4}$ kg."

Já ale namítnu: „Síla *neodpovídá* $\frac{3}{4}$ kg, protože závaží se *pohybuje.*"

Váš protiargument: „Když se předmět pohybuje, potřebuje k tomu nějakou sílu? Nepotřebuje!"

„Ale síly *je* zapotřebí k tomu, aby se *změnil* pohyb předmětu."

„Ano, ale kolečko se pohybuje stálou rychlostí!"

„To je pravda, kolečko se *pohybuje* stálou rychlostí 2 metry za sekundu Ale co *závaží?* Také se pohybuje stálou rychlostí? Pokusme se do toho *vcítit:* pohybuje se závaží někdy rychleji a někdy pomaleji?"

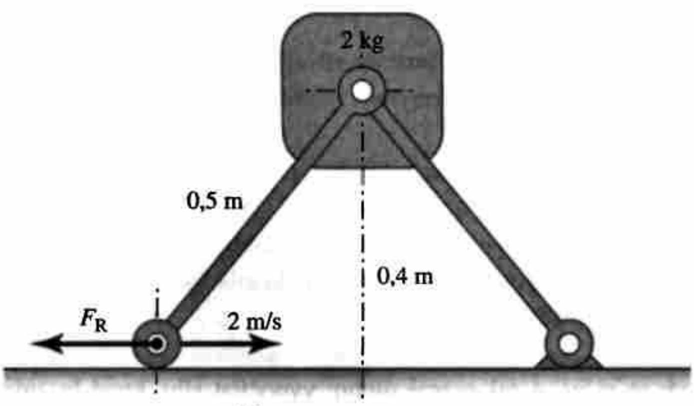
„Snad..."

„Takže jeho pohyb se *mění.* A tak máme úlohu: vypočítat sílu, která by udržovala kolečko v pohybu konstantní rychlostí 2 metry za sekundu, když se závaží nachází ve výšce 0,4 m..."

Zkusme si představit, jak se mění pohyb závaží. Bude-li závaží v nejvyšším bodě a kolečko skoro přímo pod ním, závaží se těžko bude moci pohybovat nahoru a dolů. V této poloze se závaží *nepohybuje* příliš rychle. Ale je-li úplně dole, jak jsme před chvílí uvažovali, a zatlačíte-li kolečko jen nepatrně doprava, závaží se musí zvednout panečku pěkně rychle, aby uhnulo kolečku z cesty. Takže tlačíme-li kolečko, závaží začne stoupat velmi rychle a pak se zpomalí, je to tak? Stoupá-li napřed rychle a pak zpomaluje, kam v tom případě míří zrychlení? Zrychlení musí mířit *dolů*. Je to jako kdybych ho vyhodil vzhůru a ono se zpomalovalo. Je to něco jako při pádu, takže síla musí být *redukována*. To znamená, že vodorovná síla, kterou musím působit na kolečko bude *menší*, než kdyby se kolečko nepohybovalo. Musíme tedy spočítat, oč bude síla menší. (Důvod, proč jsem se tím vším zabýval, je ten, že neumím zachovávat správná znaménka v rovnicích, takže nakonec musím vždy najít správné znaménko na základě fyzikální úvahy).

Mimochodem, musel jsem tento problém řešit asi čtyřikrát, protože pokaždé jsem udělal chybu, ale nakonec jsem to vyřešil. Proto velmi oceňuji, podaří-li se vám vyřešit úlohu napoprvé. Člověk se může splést v mnoha věcech. Mně se třeba podařilo zaměnit čísla, zapomněl jsem umocnit na druhou, kladl jsem špatné znaménko u času a dělal mnoho podobných chyb, ale nicméně *teď* to mám dobře a můžu vám ukázat, jak se to může správně udělat. Musím se ale upřímně přiznat, že mi to zabralo fůru času, než jsem na to přišel. (Jsem ale stejně rád, že ještě stále mám své poznámky!)

Abychom mohli spočítat sílu, musíme znát zrychlení. Toto zrychlení ale nemůžeme zjistit jen pohledem na obrázek se všemi rozměry zafixovanými v daném okamžiku. Abychom zjistili změnu, nemůžeme stav fixovat. Nemůžeme říct: „Tohle je 0,3, tohle je 0,4, tohle je 0,5, rychlost je 2 metry za sekundu, jaké je zrychlení?“ Dospět ke zrychlení není snadné. Jediná cesta jak najít zrychlení, je



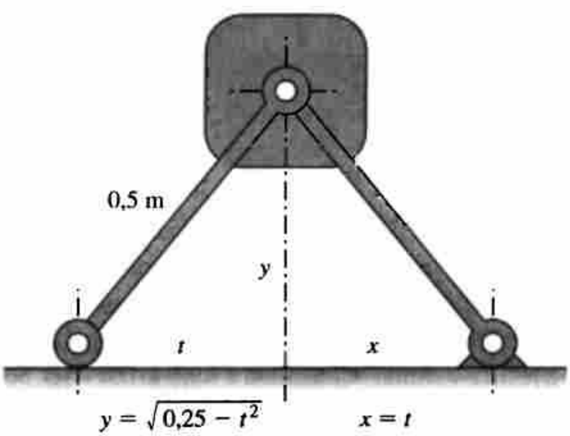
OBR. 2.7 Jednoduchý stroj v pohybu.

určit pohyb obecně a zderivovat ho podle času.[5] Pak můžeme dosadit číselnou hodnotu času, která odpovídá našemu konkrétnímu obrázku.

Budu tedy muset analyzovat tento problém v obecnější podobě, kdy se závaží nachází v nějaké libovolné poloze. Řekněme, že čep a kolečko jsou u sebe v okamžiku $t = 0$ a že vzdálenost mezi nimi je $2t$, protože kolečko se pohybuje rychlostí 2 metry za sekundu. Čas, v němž chceme provádět analýzu je 0,3 sekundy *předtím*, než jsou oba čepy u sebe, to znamená, že $t = -0{,}3$. Potom jejich vzdálenost $2t$ bude vlastně *záporná*. Ale stejně tak dobře můžeme vzít $t = 0{,}3$ a nechat vzdálenost $2t$. Nakonec dostaneme spoustu špatných znamének, ale jak víte, podle mého žonglování se znaménky na začátku, když jsem hledal správné znaménko síly, dobře to dopadne. Raději nechám matematiku stranou a určím znaménko z fyzikální úvahy. Takže to bychom měli. Vy to ale prosím vás nedělejte, je to dost obtížné a nebezpečné a chce to praxi.

Připomínám, co znamená t. Je to čas předtím, než se kolečko a nehybný čep dostanou k sobě, jakýsi záporný čas. Někomu to může připadat šílené, ale nemůžu si pomoci, tak jsem to dělal.

Podle geometrie úlohy je závaží stále v poloviční vodorovné vzdálenosti mezi kolečkem a upevněným čepem. Umístíme-li tedy počátek naší souřadné soustavy v místě čepu, bude souřadnice x závaží $x = \frac{1}{2}(2t) = t$. Délka tyčí je 0,5, takže pro výšku závaží, jeho souřadnici y, dostaneme z Pythagorovy věty $y = \sqrt{0{,}25 - t^2}$, (viz obr. 2.8). Dovedete si představit, že když jsem to počítal poprvé velmi pečlivě, vyšlo mi $y = \sqrt{0{,}25 + t^2}$?



OBR. 2.8 Určení výšky závaží pomocí Pythagorovy věty.

[5] Viz *Alternativní řešení* na str. 77, kde je uveden způsob, jak najít zrychlení závaží bez derivování.

Dále potřebujeme zrychlení, a to má dvě složky – vodorovnou a svislou. Kdybychom měli zrychlení ve vodorovném směru, musela by působit také vodorovná složka síly a museli bychom sledovat, jak působí prostřednictvím tyče na kolečko a vypočítat to. Tato otázka je trochu snazší, než by se zdálo, protože *nemáme* žádné vodorovné zrychlení. Souřadnice x závaží je vždy v poloviční vzdálenosti kolečka, pohybuje se v témž směru, ale poloviční rychlostí. Závaží se tedy pohybuje vodorovným směrem konstantní rychlostí 1 metr za sekundu. Zaplať pán Bůh, žádné zrychlení do strany! Tím se úloha zjednodušuje a musíme se starat jen o zrychlení při pohybu nahoru a dolů.

Abych našel zrychlení, musím derivovat výšku závaží podle času dvakrát. Nejdřív abych zjistil rychlost ve svislém směru a potom zrychlení. Výška je $y = \sqrt{0{,}25 - t^2}$ Musíte to umět zderivovat *rychle* a tak dostanete

$$y' = \frac{-t}{\sqrt{0{,}25 - t^2}} \tag{2.18}$$

Výsledek je záporný, i když se závaží pohybuje *vzhůru.* Ale mám ve svých znaméncích takový zmatek, že to raději *nechám takhle.* V každém případě vím, že rychlost míří nahoru, takže výsledek by byl špatně, pokud by t bylo kladné. Ale t by mělo být skutečně záporné a tak je to v pořádku.

Nyní spočítáme zrychlení. Je řada způsobů, jak se to dá udělat. Můžete použít obvyklé metody, ale já se přidržím své nové „supermetody", kterou jsem vám demonstroval v předchozí přednášce. Napíšeme si znovu y, potom si řeknete: „První výraz, který chci derivovat má mocnitel 1, a je to $-t$. Derivace $-t$ je -1. Další výraz, který chci derivovat má mocnitel minus jednu polovinu, je to výraz $0{,}25 - t^2$. Jeho derivace je $-2t$. *Hotovo*!"

$$\begin{aligned} y' &= -t(0{,}25 - t^2)^{-1/2} \\ y'' &= -t(0{,}25 - t^2)^{-1/2}\left[1\ \frac{-1}{(-t)} - \frac{1}{2}\cdot\frac{-2t}{(0{,}25 - t^2)}\right] \end{aligned} \tag{2.19}$$

Teď známe zrychlení v kterémkoli okamžiku. Abychom našli sílu, musíme ho násobit hmotností. Proto „setrvačná síla" – myslím tím další sílu, která musí vzhledem ke zrychlení působit navíc ke gravitaci – je hmotnost 2 kg násobená zrychlením. Dosaďme čísla: t je 0,3. Druhá odmocnina z $0{,}25 - t^2$ je rovna druhé odmocnině 0,25 minus 0,09, což je 0,16 a druhá odmocnina z toho je 0,4 – jak pohodlné! Je to správně? Jistě pane; druhá odmocnina je stejná jako samo y, a když t je 0,3 podle našeho obrázku $y = 0{,}4$. Mýlka je vyloučena.

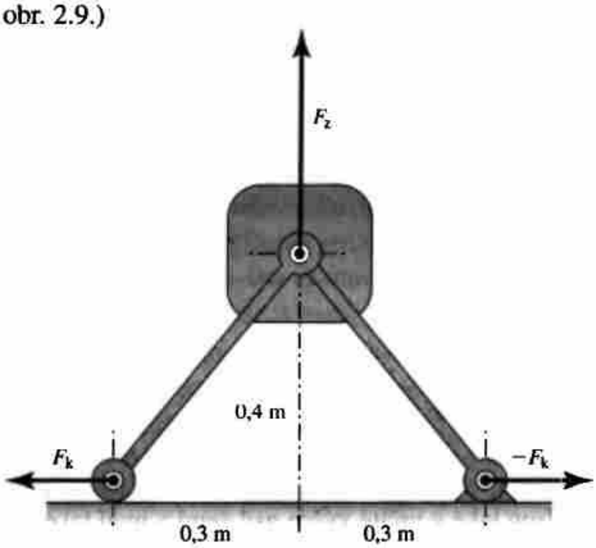
(Při počítání provádím pořád kontroly, protože dělám tolik chyb. Jeden způsob kontroly je provádět matematiku velmi pečlivě. Druhý způsob je stále sledovat, jestli čísla, která vycházejí, dávají smysl, jestli popisují to, co se ve skutečnosti děje.)

Počítejme dále. (Když jsem to počítal poprvé, vyšlo mi $0{,}25 - t^2 = 0{,}4$ místo 0,16 a chvíli mi trvalo, než jsem to opravil.) Nakonec nám vyjde nějaké číslo, které jsem vypočítal. Je to asi 3,9.[6]

Takže zrychlení je 3,9, a teď tedy přejdeme k síle. Síla ve svislém směru, která odpovídá tomuto zrychlení je 3,9 krát 2 kilogramy krát g... Ne, to není pravda. Zapomněl jsem, že teď nemáme žádné g. Pravé zrychlení je 3,9. Svislá síla gravitace je 2 kg krát gravitační zrychlení 9,8, tedy g, a svislá složka síly tyče působící na závaží je součet těchto dvou sil, přičemž jedna z nich má znaménko minus. Obě složky mají opačná znaménka. Po jejich odečtení dostaneme:

$$F_z = ma - mg = 7{,}8 - 19{,}6 = -11{,}8 \text{ newtonů.} \qquad (2.20)$$

To je ale *svislá* síla působící na *závaží*. Jak velká je *vodorovná* síla působící na kolečko? Odpověď známe – vodorovná síla působící na kolečko musí být rovna třem čtvrtinám poloviny svislé složky působící na závaží. Došli jsme k tomu už dříve. Síla působící dolů je vyrovnávána dvěma nohami, takže se musí dělit dvěma a geometrie je taková, že poměr vodorovné složky ke svislé je $\frac{3}{4}$. Odpověď tedy zní, že vodorovná síla působící na kolečko je rovna třem osminám svislé síly působící na závaží. Když jsem to spočítal, dostal jsem číslo 7,35 pro gravitační sílu a 2,925 pro setrvačnou sílu. Jejich rozdíl je 4,425 newtonů – asi o 3 newtony méně než je síla potřebná k tomu, aby udržovala závaží ve stejné poloze nehybné. (Viz obr. 2.9.)



$$F_k = \frac{F_z}{2} \times \frac{0{,}3}{0{,}4} \approx 4{,}425 \text{ newtonů}$$

OBR. 2.9 Užití podobnosti trojúhelníků k určení síly působící na kolečko.

[6] 3,906 25

Tak se mimochodem navrhují stroje – musíte zjistit, jak velkou potřebujete sílu, abyste uvedli zařízení do pohybu.

Teď se asi zeptáte – a je to správný způsob, jak postupovat?

Nic takového neexistuje! Neexistuje žádný „správný" způsob, jak se má něco dělat. Některý způsob může být správný, ale není to *ten* správný způsob. Můžete to dělat jakýmkoli jiným způsobem, jak se vám zachce. (Promiňte, musím ale připustit, že existují *nesprávné* způsoby, jak něco dělat...)

Kdybych byl dostatečně bystrý, stačilo by mi se jen podívat na náš problém a řekl bych vám rovnou, jaká ta síla bude. Protože ale *nejsem* dostatečně bystrý, musím to spočítat *nějakým* způsobem, tím nebo jiným. Způsobů jak to udělat, je *mnoho.* Ukážu vám to ještě na jednom jiném způsobu, který je velmi užitečný, zejména máte-li za úkol navrhovat skutečné stroje. Úloha se trochu zjednodušuje tím, že nohy jsou stejně dlouhé atd. Nechtěl jsem komplikovat číselný výpočet. Ale *fyzikální podstata* je taková, že můžete vypočítat celý systém i jiným způsobem, i když geometrie není tak jednoduchá. A teď k té zajímavé, jiné metodě.

Máte-li spoustu pák, které pohybují spoustou závaží, můžete postupovat následujícím způsobem. Když uvedete celé zařízení do pohybu a všechna závaží se začnou pohybovat pomocí pák, vykonáte určité množství práce W. Během jakéhokoliv daného času dodáváte zařízení určitý výkon, a ten je mírou vaší práce, $\mathrm{d}W/\mathrm{d}t$. Za stejnou dobu se nějakou rychlostí mění také energie E všech závaží a tyto dvě věci musí vzájemně souhlasit. Rychlost, jakou pracujete, se musí rovnat rychlosti změny celkové energie všech závaží:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}. \tag{2.21}$$

Z přednášek si možná vzpomínáte, že výkon je roven síle násobené rychlostí:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \frac{\boldsymbol{F}\ \mathrm{d}\boldsymbol{s}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}\ \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{s}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}. \tag{2.22}$$

A tak máme

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}\ \ \boldsymbol{v}. \tag{2.23}$$

Myšlenka tedy spočívá v tom, že v daném okamžiku mají závaží nějakou rychlost a tedy i kinetickou energii. Jsou také v určité výšce nad zemí a mají také potenciální energii. Takže vypočítáme-li, jak rychle se závaží pohybují a kde jsou, můžeme zjistit jejich celkovou energii. Tu pak derivujeme podle času a tato deri-

---

[7] Viz *Přednášky*, díl I., kap. 13

vace se bude rovnat součinu příslušné složky síly působící na pohybující se závaží a jeho rychlosti.

Zkusme aplikovat tuto metodu na náš problém.

Působím-li na kolečko silou $\boldsymbol{F}_k$, když to se zrovna pohybuje rychlostí $\boldsymbol{v}_k$, potom rychlost změny energie celé té zatracené věci v čase se musí rovnat *velikosti* síly násobené rychlostí $F_k v_k$. Síla a rychlost mají totiž v této chvíli stejný směr. To neplatí obecně. Kdybych se vás zeptal na sílu v nějakém *jiném směru,* nemohl bych ji zjistit tímto způsobem přímo; touto cestou dostanu jen složku síly, která koná práci. (Samozřejmě, sílu bychom mohli zjistit nepřímo, protože víme, že působí podél tyče. I kdybychom měli více spojených tyčí, tato metoda by fungovala. Museli bychom ovšem vzít sílu ve směru pohybu.)

Ale co práce vykonávaná všemi těmi napěťovými silami, kolečkem, čepem a dalšími mechanismy, které udržují celé zařízení ve správném pohybu? Ty nevykonávají *žádnou* práci, za předpokladu, že *na ně* nepůsobí během pohybu jiné síly. Například pokud tam sedí ještě někdo jiný a tahá za jednu nohu, zatímco já tlačím na druhou, musím vzít v úvahu i práci, kterou dělá ten druhý chlapík. Ale nikdo další tam není, takže při $v_k = 2$ máme

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = 2F_k. \tag{2.24}$$

Takže spočítám-li $\mathrm{d}E/\mathrm{d}t$, bude všechno hotovo; stačí dělit dvěma a ejhle – máme *sílu.*

Jste připraveni? Tak jedeme!

Celková energie závaží se skládá ze dvou částí – kinetické a potenciální energie. Potenciální energii zjistíme snadno: je to mgy (viz tabulka 2.3). Už víme, že $y = 0{,}4$ m, $m = 2$ kg a $g = 9{,}8$ m s^{-2}. Potenciální energie je 2 krát 9,8 krát 0,4 = = 7,84 joulů. A teď kinetická energie. Když si s tím trochu pohrajeme, dostaneme rychlost závaží a napíšeme pro ni kinetickou energii. Uděláme to ve chvilce. Tak najdu celkovou energii a všechno bude hotovo.

Ne, všechno nebude hotovo, protože já *nepotřebuji* celkovou energii. Potřebuji derivaci celkové energie podle času a vy nemůžete zjistit, jak rychle se něco mění v čase tím, že spočítáte čemu se to rovná *teď!* Buď byste museli zjistit, čemu se to rovná ve dvou blízkých okamžicích, teď a chvíli později, nebo, chcete-li použít matematický formalismus, najít odpovídající hodnotu v libovolném čase t a pak derivovat podle času. Záleží na tom, co z toho je snazší. Numericky může být mnohem jednodušší spočítat geometrii pro dvě blízké polohy, než řešit geometrii obecně a pak derivovat.

(Většina lidí se okamžitě pouští do řešení matematiky a derivuje, protože nemá dost zkušeností s aritmetikou, aby mohla ocenit úžasnou účinnost a snadnost provádění výpočtů s čísly místo s písmeny. Přesto ale, provedeme to s písmeny.)

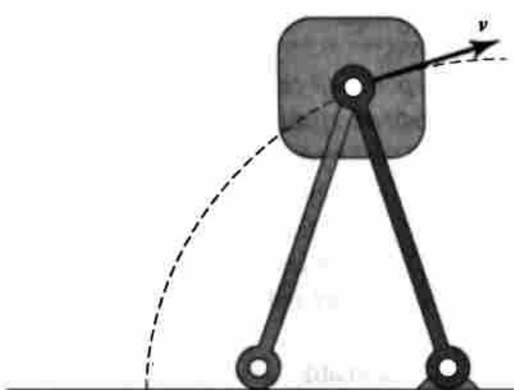
Takže zase, máme řešit úlohu, kde $x = t$ a $y = \sqrt{0{,}25 - t^2}$, tak abychom byli schopni vypočítat derivaci. Napřed potřebujeme potenciální energii. Tu dostaneme snadno, je to mg krát výška y, a to nám dává

$$\begin{aligned} P.E. &= mgy = 2\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \times \sqrt{0{,}25 - t^2}\ \text{m} \\ &= 19{,}6\ \text{newtonů} \times \sqrt{0{,}25 - t^2}\ \text{m} \\ &= 19{,}6\sqrt{0{,}25 - t^2}\ \text{joulů}. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Kinetická energie je zajímavější a její výpočet obtížnější. Je rovna $\frac{1}{2}mv^2$ Musíme tedy vypočítat druhou mocninu rychlosti a s tím je spojena spousta hraní. Druhá mocnina rychlosti je rovna druhé mocnině její x-složky plus druhá mocnina její y-složky. Složku ve směru y bych mohl spočítat, jak jsem to udělal dříve. Složka ve směru x, jak jsem už ukázal, je rovna 1, takže bych mohl obě složky rychlosti umocnit na druhou a sečíst. Ale předpokládejme, že jsem to ještě nedělal a já bych se chtěl pokusit určit rychlost nějakým *jiným* způsobem.

Po určitém přemýšlení dobrý konstruktér obyčejně musí provést výpočet z geometrických principů a uspořádání stroje. Například, protože čep je nehybný, závaží se musí pohybovat po kruhové trajektorii. Jaký směr tedy musí mít rychlost? *Nemůže* mít složku rychlosti *rovnoběžnou* s tyčí, protože tím by se měnila délka tyče, že? Vektor rychlosti musí být tedy k tyči *kolmý* (viz. obr. 2.10).

Třeba si někdo z vás řekne: „Fajn, tenhle trik se musím naučit." Ale ne. Tenhle trik se hodí jen pro zvláštní případ úlohy, většinou nefunguje. Stává se velmi zřídka, že potřebujete zjistit rychlost něčeho, co se otáčí kolem pevného bodu. Neexistuje žádné pravidlo v tom smyslu, že „rychlosti jsou kolmé k tyčím" nebo něco podobného. Musíme využívat zdravý smysl tak často, jak to jen jde. Co je



OBR. 2.10 Závaží se pohybuje po kružnici, takže jeho rychlost je kolmá k tyči.

tady důležité, je obecný přístup geometrické analýzy stroje a ne nějaké speciální pravidlo.

Takže teď máme směr rychlosti. Vodorovná složka rychlosti, jak už víme, je 1, protože to je poloviční rychlost kolečka. Ale pozor! Rychlost je přepona pravoúhlého trojúhelníka, který je podobný trojúhelníku, který má za svou přeponu tyč. Najít velikost rychlosti není obtížnější, než najít její poměr k vodorovné složce, a ten můžeme zjistit z druhého, podobného trojúhelníka, o němž už všechno víme (viz obr. 2.11).

Jako výsledek dostaneme pro kinetickou energii

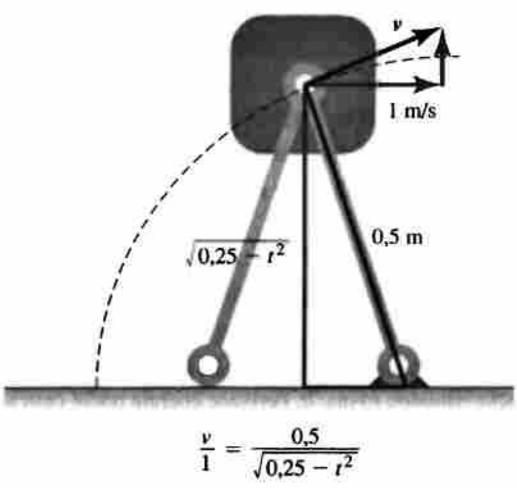
$$K.E. = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2} \times 2\text{kg} \times \left(\frac{0{,}5}{\sqrt{0{,}25 - t^2}}\,\text{m/s}\right)^2 = \frac{1}{1 - 4t^2}\,\text{joulů}. \quad (2.26)$$

Pokud jde o znaménka, je kinetická energie jistě kladná a potenciální energie je kladná, protože jsem měřil vzdálenost od podlahy. Takže znaménka jsou v pořádku. V kterémkoli okamžiku bude celková energie

$$E = K.E. + P.E. = \frac{1}{1 - 4t^2} + 19{,}6\sqrt{0{,}25 - t^2}. \quad (2.27)$$

Abych pomocí tohoto triku našel sílu, musím energii zderivovat a dělit dvěma a všechno bude hotovo. (Tento způsob vypadá zdánlivě jednoduše, ale to klame. Přísahám, že jsem to musel zkoušet několikrát, než mi to vyšlo.)

Teď zderivujeme energii podle času. Nebudu se s tím už zdržovat, předpokládám, že už víte, jak derivovat. Takže máme odpověď pro dE/dt (které je náhodou dvojnásobkem síly, kterou hledáme):



OBR. 2.11 Určení rychlosti závaží pomocí podobnosti trojúhelníků.

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{8t}{(1-4t^2)^2} - \frac{19{,}6\,t}{(0{,}25-t^2)^{1/2}} \tag{2.28}$$

Tím jsem skončil. Musím jen dosadit 0,3 za čas t a dostanu

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}(0{,}3) &= \frac{2{,}4}{0{,}4096} - 19{,}6 \times \frac{0{,}3}{0{,}4} \\ &\approx -8{,}84 \text{ wattů.} \end{aligned} \tag{2.29}$$

Podívejme se ještě, jestli to dává smysl. Kdyby se zařízení nepohybovalo a nemusel bych se starat o kinetickou energii, byla by celková energie rovna potenciální a její derivace by nám dala sílu působící na závaží.[8] A opravdu, vychází stejný výsledek, jaký jsme dostali v předchozí přednášce, 2 krát 9,8 krát $\frac{3}{4}$.

Znaménko $\mathrm{d}E/\mathrm{d}t$ je záporné, ať už to znamená cokoliv. V každém případě gravitační část síly je záporná a setrvační část síly je kladná. To znamená, že obě míří opačnými směry, a to je vše, co potřebuji vědět. Vím, kam působí gravitační část síly. Abych udržoval závaží, musím na kolečko *tlačit,* takže setrvačná část musí celkovou sílu *zmenšovat.* Můžete dosadit čísla a jistě vám vyjde stejná síla jako předtím:

$$\begin{aligned} 2F_\mathrm{k} &= \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \approx -8{,}84 \\ F_\mathrm{k} &\approx -4{,}42 \text{ newtonů.} \end{aligned} \tag{2.30}$$

To je důvod, proč jsem to prováděl tolikrát. Po prvním výpočtu, když jsem byl zcela uspokojen svým špatným výsledkem, jsem se rozhodl to zkusit jinak, úplně jiným způsobem. Dostal jsem úplně jiný výsledek a také se mi zdál v pořádku! Když usilovně pracujete, přicházejí chvíle, kdy si pomyslíte: „Tak jsem konečně zjistil, jak je matematika nejednoznačná!" Ale brzy se ukáže, že chybu jste udělali vy, tak jako já.

Nicméně, to byly tedy dva způsoby řešení úlohy. Nikdy neexistuje jen jedna, unikátní cesta, jak řešit konkrétní problém. Při stále větší vynalézavosti můžete najít postupy, které vyžadují více nebo méně námahy, ale to záleží na zkušenosti.[9]

---

[8] Derivace energie podle polohy kolečka udává velikost síly působící na kolečko. Ale protože v tomto speciálním případě je poloha kolečka náhodou rovna $2t$, derivace energie podle času se rovná dvojnásobku síly působící na kolečko.

[9] Viz *Alternativní řešení*, které začíná na str. 77 a udává tři další přístupy k řešení tohoto problému.

2.8 Úniková rychlost na povrchu Země

Nezbývá mi příliš mnoho času, ale další úloha, kterou se chci zabývat, se týká pohybu planet. Budu se k ní muset vrátit, protože ve zbývajícím čase vám rozhodně nebudu moci říct všechno. První otázka zní, jaké rychlosti musí být dosaženo k opuštění zemského povrchu. Jak rychle se něco musí pohybovat, aby mohlo uniknout z dosahu zemské přitažlivosti?

Jeden způsob, jak to zjistit, by byl spočítat pohyb pod vlivem zemské přitažlivosti. Druhý způsob je založen na zákonu zachování energie. Předmět, který se vzdálí nekonečně daleko, bude mít nulovou kinetickou energii a potenciální energii takovou, jaká vyplývá ze zákona pro gravitační potenciál. Příslušný vzorec najdeme v tabulce 2.3 a vidíme, že potenciální energie pro nekonečně vzdálené částice je nulová.

Celková energie něčeho, co opouští Zemi právě únikovou rychlostí, musí být tedy stejná, jako když se objekt vzdálí do nekonečna a zemská přitažlivost ho zpomalí na nulovou rychlost (předpokládáme, že nepůsobí žádné jiné síly). Je-li M hmotnost Země, R poloměr Země a G všeobecná gravitační konstanta, zjistíme, že druhá mocnina únikové rychlosti musí být $2GM/R$:

$$(K.E. + P.E.) \text{ v } \infty, v = 0 \qquad (K.E. + P.E.) \text{ při } R, v = v_{\text{úniková}}$$

$$(zachování\ energie)$$

$$\begin{array}{llll} P.E. \text{ v } \infty = -\dfrac{GMm}{\infty} = 0 & & P.E. \text{ při } R & = -\dfrac{GMm}{R} \\ K.E. \text{ při } v = 0 = \dfrac{m0^2}{2} = 0 & & K.E. \text{ při } v = v_{\text{úniková}} & = \dfrac{mv^2_{\text{úniková}}}{2} \\ + & & + & \\ \hline & 0 = & \multicolumn{2}{l}{\left(-\dfrac{GMm}{R} + \dfrac{mv^2_{\text{úniková}}}{2}\right)} \end{array}$$

$$v^2_{\text{úniková}} = \frac{2GM}{R} \tag{2.31}$$

Shodou okolností gravitační zrychlení blízko zemského povrchu g, je rovno GM/R^2, protože zákon síly pro hmotnost m je $mg = GMm/R^2$. Protože gravitační zrychlení si snáze pamatujeme, můžu psát $v^2 = 2gR$. Platí $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, poloměr Země se rovná 6 400 km a tak úniková rychlost vychází rovna

$$v_{\text{úniková}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6400 \times 1000} = 11{,}200\ \text{m/s}. \tag{2.32}$$

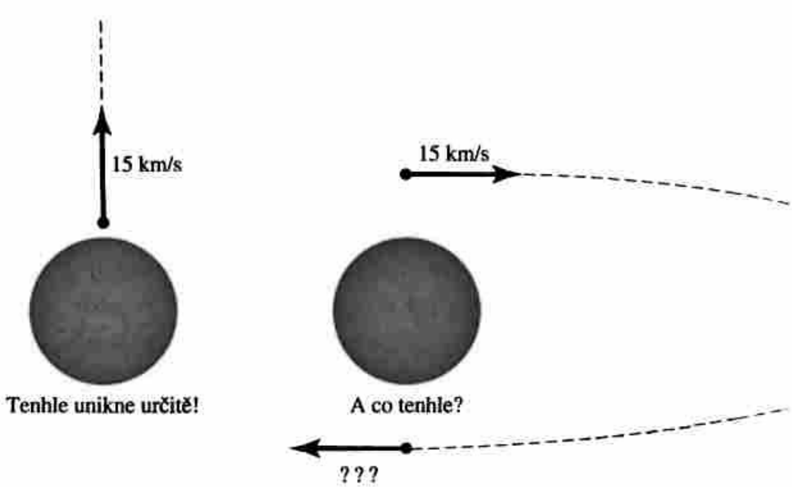
Musíte se tedy pohybovat rychlostí 11 kilometrů za sekundu, abyste unikli, což znamená pěkně rychle!

Dále se zmíním o tom, co se stane, bude-li se těleso pohybovat rychlostí 15 kilometrů za sekundu, ale vy ho vystřelíte v nějaké vzdálenosti od Země *rovnoběžně* se zemským povrchem. Při rychlosti 15 km/s má těleso jistě dostatek energie k tomu, aby uniklo z dosahu Země, je-li vystřeleno svisle vzhůru. Ale je také možné, aby uniklo, když *není* vystřeleno svisle vzhůru? Nebylo by možné, že by se vzdálilo a pak se vrátilo zpět? Odpověď není samozřejmá a vyžaduje trochu přemýšlení. Můžete říct: „Jak víme, že má dost energie, aby uniklo, když jsme nepočítali únikovou rychlost pro *takový* směr? Nemůže se stát, že boční zrychlení způsobené zemskou přitažlivostí bude dostatečné k tomu, aby vrátilo těleso zpět (viz obr. 2.12)?"

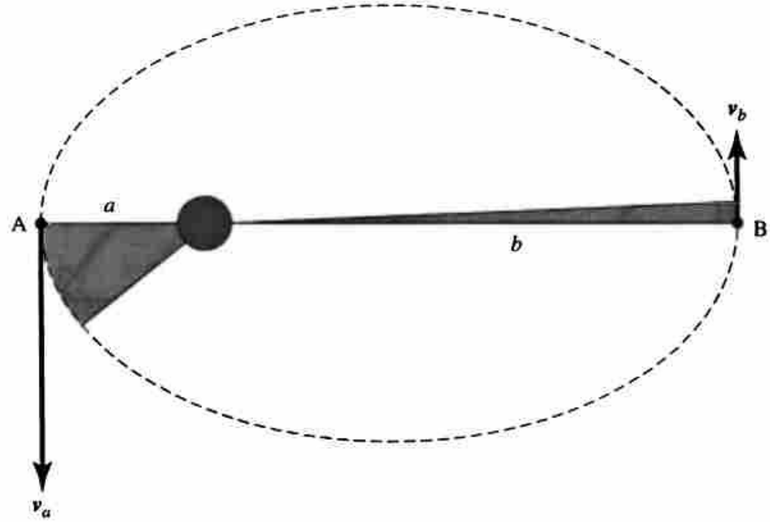
V principu *je* to možné. Znáte zákon, podle kterého průvodič tělesa opisuje stejné plochy za stejnou dobu, takže víte, že když se těleso vzdálí daleko, musí se pohybovat nějak do strany. Není jasné, jestli část pohybu, který potřebujete k úniku, nebude probíhat do strany, takže ani při rychlosti 15 kilometrů za sekundu byste neunikli.

Ve skutečnosti se ukazuje, že při rychlosti 15 kilometrů za sekundu těleso unikne. Unikne vždy, pokud je rychlost větší, než úniková rychlost, kterou jsme právě vypočítali. Jestliže *může* uniknout, pak *unikne* – i když to není samozřejmé a později se vám to pokusím ukázat. Ale abych alespoň naznačil, jak se to chystám udělat, a vy byste si s tím mohli sami pohrát, řeknu vám následující.

Použijeme zákon zachování energie ve dvou bodech, A a B, které odpovídají nejkratší a nejdelší vzdálenosti od Země, a a b (viz obr. 2.13). Naším úkolem je vypočítat b. Známe celkovou energii tělesa v bodě A a ta je rovna jeho energii v bodě B, protože energie se zachovává. Známe-li tedy rychlost v bodě B, mů-



OBR. 2.12 Zaručuje nám dosažení únikové rychlosti skutečně únik?



OBR. 2.13 Vzdálenost a rychlost družice v perihéliu a aféliu.

žeme spočítat potenciální energii a tím i b. Ale my přece neznáme rychlost v bodě B!

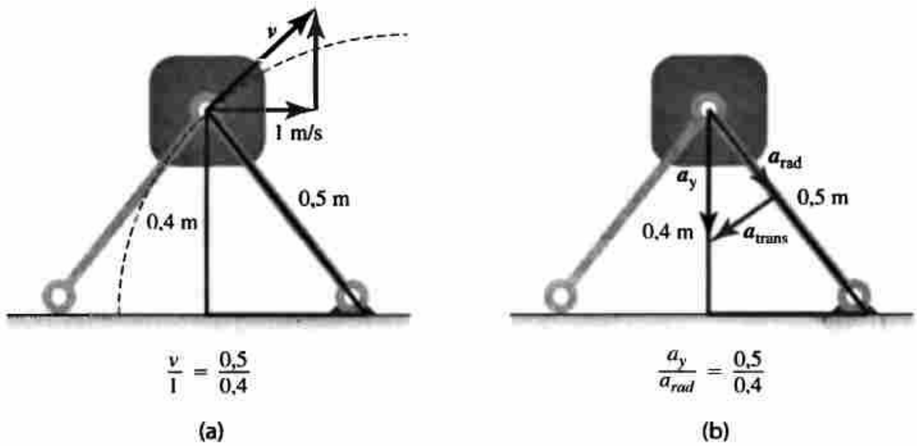
Ale ano, známe. Ze zákona o tom, že průvodiče opisují stejné plochy za stejnou dobu, víme, že rychlost v bodě B musí být menší než rychlost v bodě A, v určitém poměru. Ve skutečnosti je to a ku b. Zjistíme-li na základě tohoto faktu rychlost v bodě B, můžeme najít vzdálenost b vzhledem k a, a to uděláme příště.

Alternativní řešení Michael A. Gottlieb

Uvádíme tři další přístupy k řešení úlohy o navrhování mechanismů, která byla rozebírána v odstavci 2.7 této kapitoly.

A Určení zrychlení závaží pomocí geometrie

Závaží je ve vodorovném směru stále uprostřed mezi kolečkem a nehybným čepem, takže jeho rychlost je 1 m/s, poloviční rychlost kolečka. Závaží se pohybuje po kružnici se středem v čepu, takže její rychlost je kolmá k tyči. Z podobnosti trojúhelníků dostaneme rychlost závaží (viz obr. 2.14a).



OBR. 2.14

Protože se závaží pohybuje po kružnici, radiální složka jeho zrychlení je podle rovnice 2.17

$$a_{rad} = \frac{v^2}{r} = \frac{(1{,}25)^2}{0{,}5} = 3{,}125.$$

Zrychlení závaží ve svislém směru je součet jeho radiální a příčné složky (viz obr. 2.14b). Opět z podobnosti trojúhelníků dostáváme svislé zrychlení

$$a_y = \frac{a_y}{a_{rad}} \times a_{rad} = \frac{0{,}5}{0{,}4} \times 3{,}125 = 3{,}90625.$$

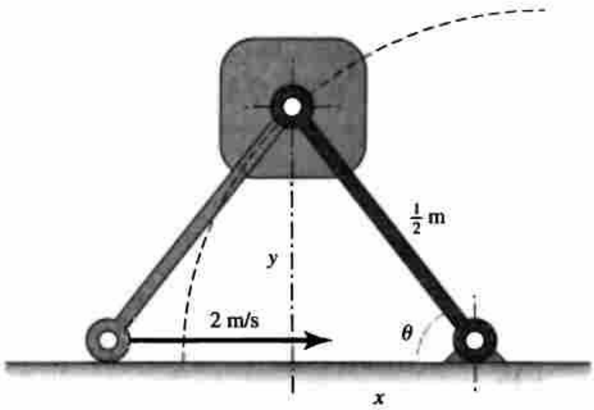
B Určení zrychlení závaží pomocí trigonometrie

Závaží se pohybuje po kruhovém oblouku poloměru $\frac{1}{2}$, takže jeho pohybová rovnice může být vyjádřena pomocí úhlu, který tyče svírají se zemí (viz obr. 2.15)

$$x = \tfrac{1}{2}\cos\theta$$
$$y = \tfrac{1}{2}\sin\theta$$

Vodorovná složka rychlosti závaží je 1 m/s (polovina rychlosti kolečka). Proto $x = t$, $dx/dt = 1$ a $d^2x/dt^2 = 0$. Svislé zrychlení můžeme spočítat dvojím derivováním y podle t. Nejdřív ale, protože $t = \frac{1}{2}\cos\theta$, napíšeme

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{2}{\sin\theta}.$$



OBR. 2.15

Proto

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \tfrac{1}{2}\cos\theta \cdot \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \tfrac{1}{2}\cos\theta \cdot \left(-\frac{2}{\sin\theta}\right) = -\operatorname{cotg}\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = \frac{1}{\sin^2\theta}\,\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\sin^2\theta} \cdot \left(-\frac{2}{\sin\theta}\right) = -\frac{2}{\sin^3\theta}$$

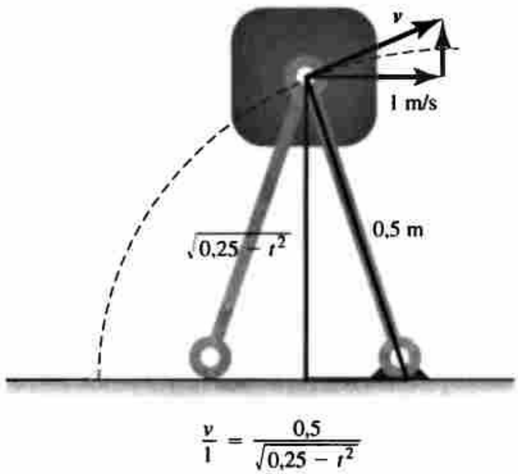
Když $x = t = 0{,}3$, máme $y = 0{,}4$ a $\sin\theta = 0{,}8$ (platí $y = \frac{1}{2}\sin\theta$). Velikost svislého zrychlení je tedy

$$a_y = \left|\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right| = \frac{2}{(0{,}8)^3} = 3{,}90625.$$

C Určení síly působící na závaží pomocí momentu síly a momentu hybnosti

Moment síly působící na závaží je $\tau = xF_y - yF_x$. Závaží se pohybuje ve vodorovném směru rychlostí 1 m/s, takže na něj nepůsobí žádná vodorovná síla: $F_x = 0$. Položíme-li $x = t$, moment síly se redukuje na $\tau = tF_y$. Moment síly je časová derivace momentu hybnosti, takže určíme-li moment hybnosti závaží $\boldsymbol{L}$, můžeme ho derivovat a dělením t dostaneme F_y:

$$F_y = \frac{\tau}{t} = \frac{1}{t}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}.$$



OBR. 2.16

Moment hybnosti závaží se dá najít snadno, protože závaží se pohybuje po kružnici. Jeho moment hybnosti je prostě roven délce tyče r násobené hybností závaží, což je jeho hmotnost m krát rychlost v. Rychlost najdeme třeba Feynmanovou geometrickou metodou (viz obr. 2.16) nebo derivováním pohybové rovnice závaží.

Shromáždíme-li všechny tyto výsledky, máme

$$F_y = \frac{1}{t}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{t}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(rmv) = \frac{rm}{t}\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{0{,}5}{\sqrt{0{,}25 - t^2}}\right)$$

$$= \frac{0{,}5\ \ 2}{t}\cdot\frac{0{,}5t}{(0{,}25 - t^2)^{3/2}} = \frac{4}{(1 - 4t^2)^{3/2}}\,.$$

V okamžiku $t = 0{,}3$ je $F_y = 7{,}812\,5$. Dělíme-li 2 kg, dostaneme svislé zrychlení, které jsme našli už dříve: 3,906 25.

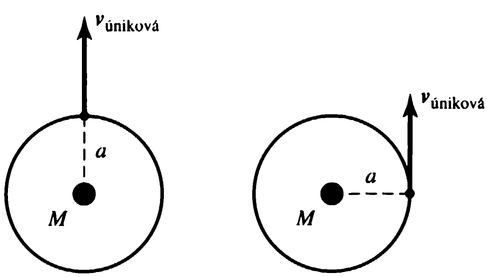
3 *Úlohy a řešení*

PŘEHLEDOVÁ PŘEDNÁŠKA C

Budeme pokračovat v přehledovém výkladu o tom, jak fyzikové řeší různé úlohy. Všechny úlohy, které jsem vybral, jsou pracné, komplikované a obtížné. Řešení jednoduchých úloh přenechám vám. Také trpím nemocí všech profesorů – nikdy jim nezbývá dost času a také já jsem vymyslel víc úloh, než kolik jich stačím předvést. Abych výklad urychlil, napsal jsem některé věci na tabuli předem. Je to ovšem zase profesorská iluze; myslí si, že když budou mluvit o více věcech, také více věcí naučí. Existuje ovšem jen konečné tempo, v němž je lidský mozek schopen věci přijímat. Obyčejně na to zapomínáme a vykládáme látku příliš rychle. Takže já se pokusím postupovat pomalu a uvidíme, kam až se dostaneme.

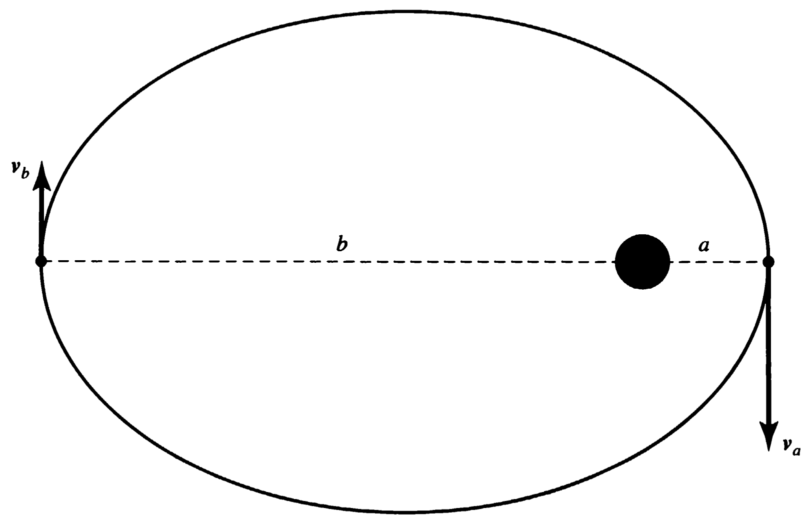
3.1 **Pohyb oběžnic**

Poslední problém, o němž jsme hovořili, se týkal pohybu umělých družic. Diskutovali jsme o tom, jestli částice pohybující se kolmo k poloměru Slunce nebo planety nebo nějakého tělesa hmotnosti M ve vzdálenosti a únikovou rychlostí odpovídající této vzdálenosti skutečně unikne z dosahu přitažlivosti tohoto tělesa. Není to totiž samozřejmé. *Bylo by to,* kdyby se částice pohybovala přímo vzhůru, radiálně. Bude-li se však pohybovat kolmo k poloměru, je to jiná otázka, a předem nevíme, unikne-li nebo ne. (Viz obr. 3.1)

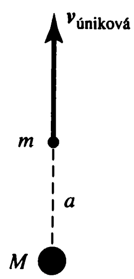


OBR. 3.1 Úniková rychlost mířící radiálně nebo kolmo k poloměru.

Vzpomeneme-li si na Keplerovy zákony a přidáme některé další, jako zákon zachování energie, zjistíme, že pokud částice *neunikne,* bude se pohybovat po elipse. Můžeme vypočítat, jak daleko se dostane, a o to se nyní pokusíme. Je-li perihélium elipsy *a,* jak daleko bude afélium *b?* (Mimochodem, když jsem se pokoušel napsat tuto úlohu na tabuli, zjistil jsem, že nevím jak se správně píše slovo perihélium!). (Viz obr. 3.2)



OBR. 3.2 Rychlost a vzdálenost družice na eliptické orbitě v perihéliu a aféliu.



OBR. 3.3 Úniková rychlost od tělesa hmotnosti *M* ve vzdálenosti *a*.

Na poslední přednášce jsme vypočítali únikovou rychlost pomocí zákona zachování energie (viz obr. 3.3).

$$K.E. + P.E. \text{ v } a = K.E. + P.E. \text{ v } \infty$$

$$\frac{mv_{\text{úniková}}^2}{2} - \frac{GmM}{a} = 0 + 0$$

$$\frac{v_{\text{úniková}}^2}{2} = \frac{GM}{a} \tag{3.1}$$

$$v_{\text{úniková}} = \sqrt{\frac{2GM}{a}}$$

To je tedy vzorec pro únikovou rychlost v radiální vzdálenosti a. Předpokládejme nyní, že rychlost v_a je libovolná a že se pokoušíme najít b jako funkci v_a. Zákon zachování energie nám říká, že součet kinetické a potenciální energie v perihéliu se musí rovnat jejich součtu v aféliu. To bychom na první pohled mohli použít k výpočtu b:

$$\frac{mv_a^2}{2} - \frac{GmM}{a} = \frac{mv_b^2}{2} - \frac{GmM}{b}. \tag{3.2}$$

Infelizamente[1] však neznáme v_b, takže neexistuje-li nějaký další způsob nebo metoda výpočtu v_b, nemohli bychom z rovnice (3.2) určit b.

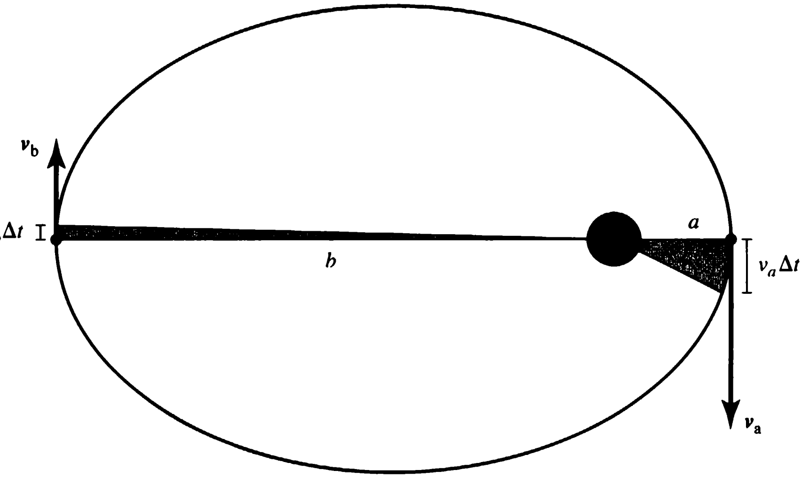
Vzpomeňme si však na Keplerův zákon stálosti plošných rychlostí. Víme, že průvodič oběžnice opíše za daný čas stejnou plochu v aféliu jako v perihéliu. Během krátkého časového intervalu Δt se částice v perihéliu posune o vzdálenost $v_a\,\Delta t$, takže opsaná plocha je asi $av_a\Delta t/2$. V aféliu, kde se částice posune o $v_b\Delta t$, bude opsaná plocha asi $bv_b\Delta t/2$. Zákon plošných rychlostí nám říká, že obě tyto plochy jsou stejné, což znamená, že rychlosti se mění nepřímo úměrně poloměrům. (Viz obr. 3.4)

$$\begin{aligned} av_a\Delta t/2 &= bv_b\Delta t/2 \\ v_b &= \frac{a}{b}v_a. \end{aligned} \tag{3.3}$$

To nám dává vztah mezi v_a a v_b, který můžeme dosadit do rovnice (3.2). Pak dostaneme rovnici k určení b:

$$\frac{mv_a^2}{2} - \frac{GmM}{a} = \frac{m\left(\frac{a}{b}v_a\right)^2}{2} - \frac{GmM}{b}. \tag{3.4}$$

[1] Infelizamente znamená v brazilské portugalštině „bohužel“ (Feynman působil delší dobu v Brazílii).



OBR. 3.4 Použití Keplerova zákona stálosti plošných rychlostí k určení rychlosti oběžnice v aféliu.

Dělením m a přeskupením dostaneme

$$\frac{a^2v_a^2}{2}\left(\frac{1}{b}\right)^2 - GM\left(\frac{1}{b}\right) + \left(\frac{GM}{a} - \frac{v_a^2}{2}\right) = 0. \tag{3.5}$$

Zadíváme-li se chvíli na rovnici (3.5), mohli bychom si říci: „Dala by se vynásobit b^2 a pak bychom měli kvadratickou rovnici pro b. Také bychom ji mohli nechat tak jak je a řešit kvadratickou rovnici pro $1/b$; oba způsoby jsou možné. Řešení pro $1/b$ je

$$\begin{aligned}\frac{1}{b} &= \frac{GM}{a^2v_a^2} \pm \sqrt{\left(\frac{GM}{a^2v_a^2}\right)^2 + \frac{v_a^2/2 - GM/a}{a^2v_a^2/2}} \\ &= \frac{GM}{a^2v_a^2} \pm \left(\frac{GM}{a^2v_a^2} - \frac{1}{a}\right).\end{aligned} \tag{3.6}$$

Nechci tady dále diskutovat o algebře. Kvadratické rovnice řešit umíte a víte, že máme dvě řešení pro b. Jedna z nich je náhodou $b = a$, a to je dobře, protože při pohledu na rovnici (3.2) hned vidíme, že když b bude rovno a, rovnice bude splněna. (To samozřejmě neznamená, že b je a.) Druhé řešení nám dá následující vyjádření b pomocí a:

$$b = \frac{a}{\dfrac{2GM}{av_a^2} - 1}. \tag{3.7}$$

Je otázka, můžeme-li napsat vzorec takovým způsobem, aby vztah mezi rychlostí v_a a únikovou rychlostí ve vzdálenosti a byl okamžitě zřejmý. Všimněme si, že podle rovnice (3.1) $2GM/a$ je druhá mocnina únikové rychlosti. Proto můžeme napsat

$$b = \frac{a}{(v_{\text{úniková}}/v_a)^2 - 1} \tag{3.8}$$

To je náš konečný výsledek a je velmi zajímavý. Předpokládejme napřed, že v_a je menší než úniková rychlost. Za těchto okolností očekáváme, že částice neunikne, takže dostaneme rozumnou hodnotu pro b. Skutečně, je-li v_a menší než $v_{\text{úniková}}$, potom $v_{\text{úniková}}/v_a$ je větší než 1, druhá mocnina je také větší než 1 a když odečteme 1, dostaneme pěkné kladné číslo. Potom a dělené tímto číslem nám dá b.

Abychom zhruba ověřili, jak přesná je naše analýza, může být dobré pohrát si s numerickým výpočtem orbity, který jsme prováděli v 9. přednášce.[2] Zjistili bychom, jak blízká je hodnota b, kterou jsme vypočítali, s hodnotou b, kterou nám dává rovnice (3.8). Proč by ale tyto hodnoty neměly souhlasit přesně? Protože, jak víme, numerická metoda integrování zachází s časem jako se sledem malých kousků místo spojitého procesu, a proto není dokonalá.

Našli jsme tedy b pro případ, že v_a je menší než $v_{\text{úniková}}$. (Mimochodem, známe-li b i a, známe také velkou poloosu elipsy a můžeme vypočítat periodu oběhu z rovnice (3.2), chceme-li.)

Další zajímavá věc. Předpokládejme nejprve, že v_a je přesně rovna únikové rychlosti. Potom $v_{\text{úniková}}/v_a$ je rovna 1 a rovnice (3.8) nám říká, že b je nekonečné. To znamená, že naše orbita *není* eliptická, že se vzdaluje do nekonečna. (Dá se ukázat, že v tomto speciálním případě je to parabola.) Takže nám vychází, že nacházíte-li se poblíž nějaké hvězdy nebo planety, bez ohledu na to, kterým směrem se pohybujete, dosáhnete-li únikové rychlosti, potom uniknete z dosahu přitažlivosti. Nenecháte se chytit, i když se nebudete pohybovat správným směrem.

Ještě zbývá otázka, co se stane, bude-li v_a *převyšovat* únikovou rychlost. Potom $v_{\text{úniková}}/v_a$ bude menší než 1 a b vyjde záporné. To nic neznamená, není žádné takové reálné b. Fyzikálně toto řešení vypadá asi tak: při velmi velké rychlosti, mnohem větší než úniková rychlost, přilétající částice je odchylována. Její dráha ale není eliptická, je to hyperbola. Takže trajektorie objektů, které se pohybují kolem Slunce, nemusí být jen elipsy, jak si myslel Kepler, ale zobecníme-li situace i na větší rychlosti mohou to být jak elipsy, tak paraboly a hyperboly. (Sice jsme si zde nedokazovali, že jsou to elipsy, paraboly nebo hyperboly, ale je to tak.)

---

[2] Viz *Přednášky,* díl I., kap. 9.7.

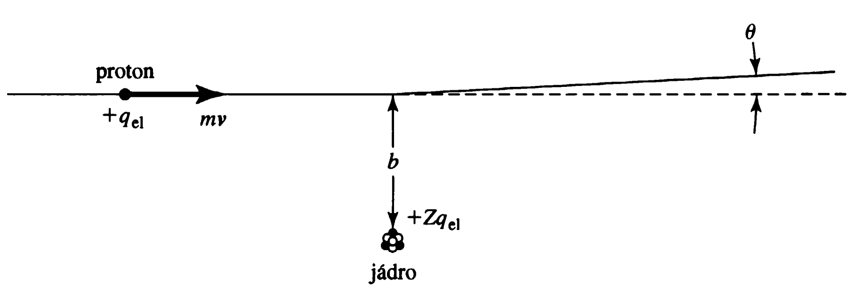
3.2 Objev atomového jádra

Záležitost s hyperbolickou dráhou tělesa v gravitačním poli je zajímavá. Má i jinou důležitou historickou aplikaci, kterou vám chci ukázat; je zobrazena na obr. 3.5. Uvažujeme limitní případ *mimořádně* velké rychlosti částice a relativně malé působící síly. Předpokládejme, že objekt se pohybuje tak rychle, že v prvním přiblížení vlastně letí podél přímky (viz obr. 3.5).

Mějme atomové jádro s nábojem $+Zq_{el}$ (kde $-q_{el}$ je náboj elektronu) a nabitou částici, která ho míjí ve vzdálenosti b. Může to být nějaký ion (původně se pokus prováděl s částicí alfa), na tom nezáleží. Můžete si třeba zvolit proton hmotnosti m, rychlosti v a náboje $+q_{el}$ (v případě částice alfa to bylo $+2q_{el}$). Proton nepoletí úplně přesně po přímce, ale bude se odchylovat o velmi malý úhel. Otázka zní – o jaký úhel? Nebudu to počítat přesně, ale jen odhadem, abychom si udělali představu, jak se tento úhel mění v závislosti na b. Budu také pracovat v nerelativistickém přiblížení, i když je v tomto případě snadné vzít v úvahu relativistické efekty. Vede to jen k malé změně, kterou si můžete sami vypočítat. Je zřejmé, že čím větší bude b, tím menší bude úhel odchýlení. A proto nás zajímá, jestli se tento úhel bude zmenšovat úměrně druhé mocnině b, třetí mocnině b, úměrně b, nebo nějak jinak. Chceme tedy o tom mít nějakou představu.

Tímto způsobem ostatně přistupujeme ke každému složitějšímu nebo neobvyklému problému. Nejdříve si uděláme hrubou představu, pak se vrátíme, a až problému porozumíme lépe, vyřešíme ho přesněji.

Takže naše první hrubá analýza bude vypadat nějak následovně. Jak proton prolétá mimo částici, působí na něj ze strany jádra *boční* síly. Síla působí ovšem i v jiných směrech, ale právě tato boční síla způsobuje, že se proton odchýlí od přímky, po níž by se pohyboval, kdyby na něj jádro nepůsobilo. Nyní má tedy složku rychlosti kolmou k přímce. Jinými slovy boční síla mu udělila určitou hybnost v tomto směru.



OBR. 3.5 Rychlý proton je při průchodu v blízkosti atomového jádra odchylován elektrickým polem.

Jak velká je tato boční síla? Bude se ovšem měnit při pohybu protonu podél jádra, ale přibližně musí záviset na b a její maximální velikost (když je proton jádru nejblíže) bude rovna

$$\text{boční síla} \approx \frac{Zq_{\mathrm{el}}^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2} = \frac{Ze^2}{b^2}. \tag{3.9}$$

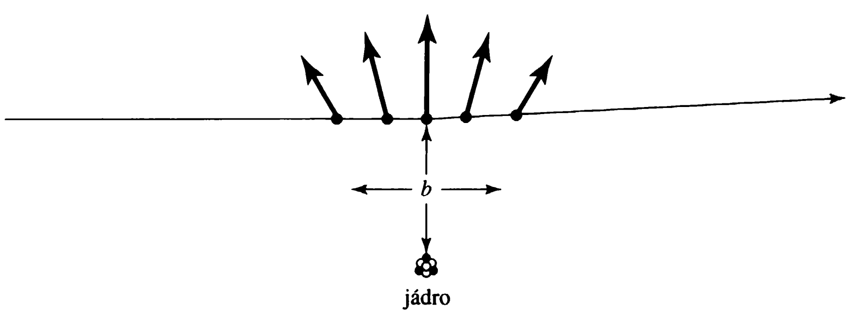
(Dosadil jsem e^2 místo $\frac{q_{\mathrm{el}}^2}{4\pi\varepsilon_0}$, abych mohl zapisovat rovnice stručněji.[3])

Kdybych věděl, jak dlouho tato síla působí, mohl bych odhadnout velikost hybnosti dodaného protonu. *Jak dlouho* tedy tato síla působí? Určitě nepůsobí, když je proton na míle daleko, ale zhruba řečeno síla této řádové velikosti působí po dobu, po níž je proton v řádovém sousedství jádra. V jaké vzdálenosti? Více méně po dobu, kdy míjí jádro ve vzdálenosti b. Takže doba, po níž boční síla působí má řádově velikost vzdálenosti dělené rychlostí v (viz obr. 3.6).

$$\text{čas} \approx \frac{b}{v}. \tag{3.10}$$

Newtonův zákon říká, že síla je rovna časové změně hybnosti. Násobíme-li tedy sílu časem, v němž působí, dostaneme změnu hybnosti. Hybnost, kterou získá proton v bočním směru, je rovna

$$\begin{aligned}\text{boční hybnost} &= \text{boční síla} \quad \text{čas}\\ &\approx \frac{Ze^2}{b^2}\cdot\frac{b}{v} = \frac{Ze^2}{bv}.\end{aligned} \tag{3.11}$$



OBR. 3.6 Elektrická síla jádra působí účinně na proton po dobu úměrnou jejich nejbližší vzdálenosti.

[3] Tato historická konvence byla zavedena v *Přednáškách*, díl I, kap. 32.2. Dnes je označení e v tomto kontextu typicky vyhrazeno pro elementární náboj.

Není to *úplně* přesné. Kdybychom provedli přesné integrování, dostali bychom ještě číselný koeficient, něco jako 2,716. Ale teď se pokoušíme jen o řádový odhad velikostí, jak závisí na různých písmenkách.

Pokud jde o hybnost v *přímém* směru, můžeme pro náš účel předpokládat, že se nezmění; zůstane stejná, jako když proton na jádro nalétal, tj. mv:

$$\text{hybnost v přímém směru} = mv. \tag{3.12}$$

(To je jediná věc, kterou byste museli změnit, kdybyste chtěli vzít v úvahu teorii relativity.)

Jaký je tedy koneckonců úhel odchýlení? Víme, že boční hybnost je Ze^2/bv, hybnost v přímém směru mv a poměr těchto dvou hybností je tangens úhlu odchýlení, resp. přímo úhel odchýlení, protože je malý (viz obr. 3.7).

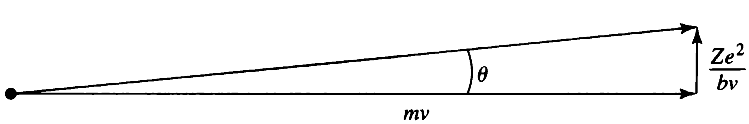
$$\theta \approx \frac{Ze^2}{bv}\bigg/ mv = \frac{Ze^2}{bmv^2}. \tag{3.13}$$

Rovnice (3.13) ukazuje, jak úhel θ závisí na rychlosti, hmotnosti, náboji a tzv. „srážkovém parametru" b nalétající částice. Kdybyste propočítali velikost tohoto úhlu integrováním síly místo pouhým odhadem, ukázalo by se, že tam skutečně ještě chybí číselný koeficient a že je přesně roven 2. Nevím, jestli jste se už dostali tak daleko v integrálním počtu nebo ne. Jestli to ještě neumíte, nevadí, není to důležité. V každém případě správný výsledek je

$$\theta = \frac{2Ze^2}{bmv^2}. \tag{3.14}$$

Ve skutečnosti můžete vypočítat výsledek přesně pro jakoukoli hyperbolickou dráhu, ale na tom nezáleží. Všechno můžete pochopit i na našem případě pro malé úhly odchýlení. Rovnice (3.14) ovšem nebude platit, když úhel odchýlení bude 30 ° nebo 50 °, pak se naše přiblížení ukáže příliš hrubým.

To, o čem jsme hovořili, našlo velmi zajímavé použití v historii fyziky. Tímto způsobem totiž Rutherford objevil, že atom má jádro. Jeho myšlenka byla velmi jednoduchá. Uspořádal pokus tak, že částice alfa z radioaktivního zdroje procházely štěrbinami, aby získaly určitý směr a zobrazovaly se na stínítku z oxidu zinečnatého. Při dopadu na stínítko vyvolávaly scintilační záblesky a Rutherford



OBR. 3.7 Přímá a boční složka hybnosti protonu udávají úhel odchýlení.

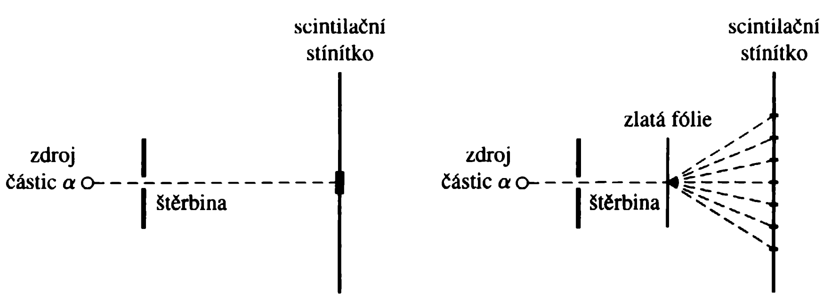
mohl pozorovat jejich světelnou stopu přímo v místě naproti štěrbině. Ale když postavil mezi štěrbinu a stínítko zlatou fólii, scintilace se občas objevily úplně jinde! (Viz obr. 3.8).

Důvod spočíval samozřejmě v tom, že částice alfa, které míjely malá atomová jádra ve zlaté fólii, byly odchylovány. Měřením úhlů odchýlení a zpětným použitím rovnice (3.14) mohl Rutherford zjišťovat vzdálenosti b, při nichž docházelo ke značnému odchylování. Velkým překvapením ovšem bylo, že tyto vzdálenosti byly mnohem menší než rozměr atomu!

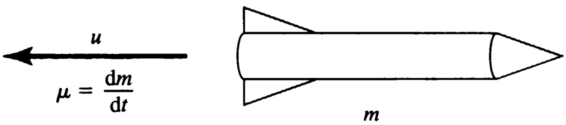
Než Rutherford provedl svůj pokus, panoval názor, že kladný náboj atomu není soustředěn v nějakém bodě ve středu atomu, ale že je rovnoměrně rozložen v celém jeho objemu. Za takových okolností by na částice alfa nikdy nemohla působit tak velká síla, aby vyvolala pozorovaná odchýlení. Kdyby totiž částice letěla vně atomu, nebyla by dostatečně blízko kladnému náboji, a kdyby prolétala atomem, působil by na ni kladný náboj s obou stran a také by nevyvolal potřebnou sílu. Pozorováním velkých úhlů odchýlení bylo tedy dokázáno, že uvnitř atomu jsou zdroje velkých elektrických sil, a usouzeno že musí existovat bod ve středu atomu, kde je celý kladný elektrický náboj soustředěn. Měřením úhlů odchýlení až k jejich největším velikostem a pozorováním toho, jak často k takovým odchýlením dochází, bylo možno získat odhad, jak malé musí být b. Podařilo se tak změřit velikost atomového jádra a ukázalo se, že tato velikost je 10^{-5}krát menší než velikost atomu. Tímto způsobem bylo objeveno, že atomová jádra existují.

3.3 Základní rovnice rakety

Další problém, o němž bych chtěl hovořit, je úplně jiné povahy. Souvisí s pohybem rakety. Nejdříve budu uvažovat o letu rakety ve volném prostoru, bez působení gravitace nebo jiných vlivů. Raketa je konstruována tak, aby mohla nést velké množství paliva. Je to druh motoru, který vystřikuje zplodiny paliva dozadu



OBR. 3.8 Rutherfordův pokus s odchylováním částic alfa, který přivedl k objevu atomového jádra.



OBR. 3.9 Raketa hmotnosti m vyvrhuje za sekundu palivo v množství $\mu = dm/dt$ rychlostí u.

a tyto zplodiny se pohybují vůči raketě stále stejnou rychlostí. Není to tak, že by se motor zapínal a vypínal. Raketu nastartujeme a ta pak vystřeluje palivo, dokud ho nespotřebuje. Předpokládejme, že proud plynů uniká v množství μ kilogramů za sekundu a pohybuje se rychlostí u. (Viz obr. 3.9)

Můžete se zeptat: „A není to totéž? Hmotnost za sekundu, není to vlastně rychlost?"

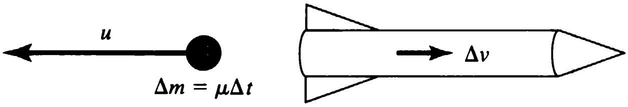
Ne. Mohu dosáhnout velkého toku hmotnosti za sekundu buď tím, že vezmu velký kus hmoty a pomalu ho odsunu, nebo mohu brát menší kusy a *odhazovat* je velkou rychlostí. Takže vidíte, že jde o dvě různé věci.

Dále vzniká otázka, jak velkou rychlost může raketa po určité době získat. Uvažujme třeba, že spotřebuje 90 procent své hmotnosti. To znamená, že když spotřebuje všechno palivo, hmotnost schránky, která zbude, je jedna desetina hmotnosti celé rakety i s palivem na startu. Jakou rychlost raketa dosáhne?

Každý rozumně uvažující člověk by řekl, že není možné, aby raketa letěla rychleji než rychlostí u. To ale není pravda, jak za chvíli ukážu. Možná, že se vám to bude zdát naprosto zřejmé, a pak je to v pořádku. Ale ve skutečnosti se to dá následující úvahou zdůvodnit.

Podívejme se na raketu v nějakém okamžiku, kdy se pohybuje určitou rychlostí. Budeme-li se pohybovat spolu s raketou a pozorovat ji po dobu Δt, co uvidíme? Zjistíme, že spotřebovala určité množství paliva, které je ovšem rovno rychlosti ztráty hmotnosti μ násobené časem Δt. A rychlost vylétající hmotnosti je u. (Viz obr. 3.10)

Jak rychle se bude raketa pohybovat vpřed v okamžiku, když tuto hmotnost vystřelila dozadu? Její rychlost musí být taková, aby byl splněn zákon zachování hybnosti. Jinak řečeno, raketa nabere malý přírůstek rychlosti Δv takovým způsobem, že je-li hmotnost rakety se zbývajícím palivem v tomto okamžiku rovna m, po-



OBR. 3.10 Raketa získává rychlost Δv během časového intervalu Δt tím, že vystřeluje hmotnost Δm rychlostí u.

tom m krát Δv musí vyrovnávat hybnost plynů vystřelovaných během této doby, tj. Δm krát u. A to je celá teorie rakety. Její základní rovnice zní:

$$m\Delta v = u\Delta m. \tag{3.15}$$

Mohli bychom dosadit $\mu\Delta t$ za Δm a kdybychom si trochu pohráli, zjistili bychom, *jak dlouho* to trvá, než raketa získá danou rychlost.[4] *Naším* úkolem ale je najít konečnou rychlost, a to můžeme zjistit přímo ze vztahu (3.15):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta v}{\Delta m} &= \frac{u}{m} \\ dv &= u\frac{dm}{m}. \end{aligned} \tag{3.16}$$

Abychom našli rychlost, kterou raketa získá, startuje-li z klidu, musíme zintegrovat u (dm/m) od počáteční do konečné hmotnosti. O u předpokládejme, že je konstantní, takže ji můžeme vytknout před integrál a dostaneme

$$v = u\int_{m_{\text{počáteční}}}^{m_{\text{konečná}}} \frac{dm}{m}. \tag{3.17}$$

Možná, že víte, čemu se rovná integrál z dm/m, možná, že ne. Předpokládejme, že to nevíte. Řeknete si „$1/m$ je tak jednoduchá funkce, že *musím* vědět, čeho je to derivace. Když budu derivovat různé funkce, musím na to přijít."

Ukazuje se ale, že to není tak jednoduché. Budete-li derivovat různé mocniny m a podobné věci, nedostanete $1/m$. Takže když nevíme, jak to zintegrovat, zkusíme jiný způsob. Použijeme numerické integrování.

Pamatujte si: kdykoli v matematické analýze narazíte, můžete vždycky použít aritmetický přístup.

3.4 Numerické integrování

Nechť počáteční hmotnost rakety s palivem je 10 a jako jednoduché přiblížení vezměme, že za stejnou dobu vždy ubude jedna jednotka hmotnosti. Dále budeme měřit všechny rychlosti v jednotkách u, protože pak dostaneme jednoduchý vztah $\Delta v = \Delta m/m$.

[4] Startuje-li raketa v okamžiku $t = 0$ s hmotností m_0 a $\mu = dm/dt$ je konstantní, potom $m = m_0 - \mu t$ a rovnice (3.16) dává $dv = u\mu dt/(m_0 - \mu t)$. Integrováním najdeme $v = -u \ln[1 - (\mu t/m_0)]$. Z řešení pro t vyplyne, že doba potřebná k dosažení rychlosti v je $t(v) = (m_0/\mu)(1 - e^{-v/u})$.

Chceme najít výslednou nahromaděnou rychlost. Uvažme: po ztrátě první jednotky hmotnosti – jak velkou rychlost raketa získá? Je to jednoduché, máme

$$\Delta v = \frac{\Delta m}{m} = \frac{1}{10}.$$

Není to ale přesné. Když odvrhnete jednu jednotku hmotnosti, zbývající reagující hmotnost *není* 10. Když ukončíte odvrhávání první jednotky hmotnosti, bude zbývající hmotnost jen 9. Vystřelíme-li Δm, hmotnost rakety bude $m - \Delta m$, takže bude lepší napsat

$$\Delta v = \frac{\Delta m}{m - \Delta m} = \frac{1}{9}.$$

Ale ani to není přesně vzato správné. Platilo by to, kdyby raketa vystřelovala zplodiny paliva po kouscích, ale ona ho vystřeluje nepřetržitě. Na začátku je její hmotnost 10, na konci první jednotky času 9, takže v průměru je to něco jako 9,5. Můžeme říct, že během doby, kdy raketa vystřeluje první část paliva, hodnota $m = 9{,}5$ je efektivní průměrná akce, která reaguje proti $\Delta m = 1$. Raketa tak získá přírůstek hybnosti rovný číselně $v = 1/9{,}5$:

$$\Delta v \approx \frac{\Delta m}{m - \Delta m/2} = \frac{1}{9{,}5}.$$

Zavedení těchto polovinek do výpočtu je užitečné, protože pak potřebujete méně kroků k dosažení vyšší přesnosti. Samozřejmě pořád to není úplně přesné. Kdybychom chtěli počítat pečlivěji, mohli bychom zavést menší kousky hmoty, třeba $m = 1/10$ a analyzovat úlohu přesněji. Uděláme to ale jen zhruba, s naším přírůstkem $m = 1$, a budeme pokračovat.

Hmotnost rakety s palivem je teď jen 9. Tryskami na zádi vystřelíme další porci plynů a zjistíme, že Δv je 1/9? Ne 1/8? Ne. Je to $\Delta v = 1/8{,}5$, protože hmotnost je vystřelována spojitě od 9 k 8 a v průměru tedy zhruba 8,5. Pro další jednotku času dostaneme $\Delta v = 1/7{,}5$ a tak docházíme k tomu, že odpověď na naši otázku je součet 1/9,5, 1/8,5, 1/7,5, 1/6,5 až do konce, ra-ta-ta-ta-bum. V posledním kroku přejdeme od dvou jednotek hmotnosti k jedné, průměrná hmotnost bude 1,5 a nakonec nám zbude jedna jednotka hmotnosti.

Nakonec vypočítáme všechny tyto poměry (je to jednoduché, jsou to samá poctivá čísla a máme to za chvíli), prostě je sečteme a dostaneme odpověď 2,268. Znamená to, že konečná rychlost je 2,268krát větší než rychlost vystřelovaných plynů. To je odpověď na tuto otázku, nic jiného nezbývá.

$$\begin{array}{ll} 1/9{,}5 & 0{,}106 \\ 1/8{,}5 & 0{,}118 \\ 1/7{,}5 & 0{,}133 \\ 1/6{,}5 & 0{,}154 \\ 1/5{,}5 & 0{,}182 \\ 1/4{,}5 & 0{,}222 \\ 1/3{,}5 & 0{,}286 \\ 1/2{,}5 & 0{,}400 \\ 1/1{,}5 & \underline{0{,}667} \\ & 2{,}268 \end{array} \qquad v \approx 2{,}268\, u \tag{3.18}$$

Teď byste mohli říct: „Nelíbí se mi dosažená přesnost, je to trochu nedbalé. Je sice hezké říct, že v prvním kroku se hmotnost mění z 10 na 9, tedy v průměru je 9,5. Ale v posledním kroku se mění ze 2 na 1, tedy z dvojnásobku, a bereme také průměr 1,5. Nebylo by lépe rozdělit poslední krok třeba na polovinu, abychom dosáhli trochu lepší přesnosti?" To je ovšem jen technický problém aritmetiky.

Podívejme se na poslední krok. Během první poloviny času klesá hmotnost ze 2 na 1,5, v průměru je to 1,75. Vezmu tedy 1/1,75krát polovina jednotky pro naše $\Delta m/m$. Pak udělám totéž s druhou polovinou, hmotnost klesá z 1,5 na 1, v průměru je 1,25:

$$\Delta v \approx \frac{0{,}5}{(2+1{,}5)/2} + \frac{0{,}5}{(1{,}5+1)/2} = \frac{0{,}5}{1{,}75} + \frac{0{,}5}{1{,}25} = 0{,}686.$$

Můžeme tedy skutečně dosáhnout zlepšení v posledním kroku. Můžeme je ovšem vylepšit všechny kroky stejným způsobem, chcete-li si s tím dát námahu. V posledním kroku vám vyjde 0,686 místo 0,667, což znamená, že naše odpověď byla trochu podhodnocena. Spočítáme-li to lépe, dostaneme $v \approx 2{,}287\ u$. Poslední desetinné místo opravdu není spolehlivé, ale náš odhad je docela blízký a přesná odpověď nemůže být daleko od hodnoty 2,3.

Teď vám musím říci, že integrál $\int_1^x \mathrm{d}m/m$ je opravdu jednoduchá funkce a objevuje se v mnoha situacích. Lidé proto sestavili jeho hodnoty do tabulek a dali mu jméno, říká se mu přirozený logaritmus, ln x. A podíváte-li se do tabulek na hodnotu ln 10, najdete, že se rovná 2,302585:

$$v = u \int_1^{10} \frac{\mathrm{d}m}{m} = \ln(10)u = 2{,}302585\, u \tag{3.19}$$

Můžete dosáhnout přesnosti na tolik desetinných míst stejnou technikou, jakou jsme použili, přejdete-li k mnohem jemnějšímu dělení, něco jako $m = 1/1\,000$ nebo tak, místo 1. Právě tak byly logaritmy počítány.

V každém případě jsme dosáhli dobrého výsledku ve velmi krátké době, aniž bychom použili integrování a nahlížení do tabulek. Proto pořád zdůrazňuji, že v naléhavých případech vždycky můžete použít aritmetiku.

3.5 Chemické rakety

Velmi zajímavá je otázka raketového pohonu. Všimněte si nejdříve, že rychlost, kterou raketa nakonec dosáhne, je úměrná u, rychlosti tryskajících plynů. Proto bylo věnováno tolik úsilí tomu, aby plyny opouštěly raketu co největší rychlostí. Spalujete-li peroxid vodíku s tím nebo oním, kyslík s vodíkem a podobně, získáte určité množství chemické energie na jeden gram paliva. A navrhnete-li vyústění a trysky správně, můžete dosáhnout toho, že velké procento této chemické energie se přemění v kinetickou energii vyletujících plynů. Nemůžete přirozeně dostat víc než 100 %, takže pro dané palivo existuje horní mez dosažitelné rychlosti rakety při ideální konstrukci a daném poměru koncové a počáteční hmotnosti. Je to dáno tím, že existuje horní mez dosažitelné rychlosti u, kterou umožňuje daná chemická reakce.

Uvažujme dvě chemické reakce, a a b, v nichž se uvolňuje stejně velká energie na jeden atom, ale v nichž atomy mají různou hmotnost m_a a m_b. Potom, jsou-li u_a a u_b rychlosti plynů, máme

$$\frac{m_a u_a^2}{2} = \frac{m_b u_b^2}{2}. \tag{3.20}$$

Rychlosti budou tedy větší pro reakce s lehčími atomy, protože z $m_a < m_b$ podle rovnice 3.20 plyne $u_a > u_b$. To je důvod, proč většina druhů paliva používaného v raketách je z lehkých látek. Inženýři by nejraději spalovali helium s vodíkem, ale bohužel tato směs nehoří, a tak musí používat například směs kyslíku a vodíku.

3.6 Iontové rakety

Místo chemických reakcí byla také navržena metoda, při níž dochází k ionizaci atomů, a vzniklé ionty jsou pak urychlovány elektrickým polem. Pak můžete dosáhnout *strašných* rychlostí, protože ionty můžete urychlovat, na jaké rychlosti chcete. A tak mám pro vás další úlohu.

Mějme tzv. raketu na iontový pohon. Z jejího zadního konce budeme vypouštět ionty cesia urychlované elektrostatickým urychlovačem. Ionty vycházejí z přední části rakety a mezi předním a zadním koncem rakety je přiloženo vysoké napětí V_0. V našem zvláštním případě je to zcela reálné napětí, např. $V_0 = 200\,000$ voltů!

Otázka zní, jak velký tah tím raketa získá. Je to jiná úloha, než jakou jsme řešili předtím, kdy jsme zjišťovali rychlost pohybu rakety. Tentokrát chceme vědět, jaká síla bude působit na raketu upevněnou na testovací stolici (viz obr. 3.11).

Schůdná cesta, jak to zjistit, je následující. Předpokládejme, že během času Δt raketa vystřelí množství iontů hmotnosti $\Delta m = m\Delta t$ rychlostí u. Potom odcházející hybnost je $(\mu\Delta t)u$ a podle zákona akce a reakce stejnou hybnost v opačném směru získá raketa. Kdyby se nacházela ve volném prostoru, vzlétla by. Tentokrát je ale udržována na testovací stolici a hybnost získaná pohybem iontů dělená časem představuje sílu potřebnou k udržení rakety na místě. Celková hybnost iontů *za sekundu* je $(\mu\Delta t)u/\Delta t$. Tedy tažná síla rakety je prostě μu, uvolňovaná hmotnost za sekundu krát rychlost, kterou tato hmotnost opouští raketu. Stačí jen spočítat pro cesiové ionty, jaká hmotnost se uvolňuje za sekundu a jakou rychlostí se pohybuje:

$$\begin{aligned} \text{tah} &= \frac{\Delta\,(\text{hybnost})}{\Delta t} \\ &= (\mu\Delta t)u/\Delta t \\ &= \mu u. \end{aligned} \tag{3.21}$$

Nejdříve určíme rychlost iontů. Kinetická energie cesiových iontů, které vylétají z rakety, je rovna jejich náboji násobenému napětím urychlovače. To je vlastně definice napětí. Je to rozdíl potenciálních energií vztažený k jednotce náboje, stejně tak jako intenzita pole je síla vztažená k jednotce náboje. Napětí musíme vynásobit nábojem, abychom dostali rozdíl potenciálních energií.

Ion cesia je jednovalentní, má náboj jednoho elektronu, takže

OBR. 3.11 Iontová raketa na testovací stolici.

$$\frac{m_{Cs^+}u^2}{2} = q_{el}V_0$$
$$u = \sqrt{2V_0\frac{q_{el}}{m_{Cs^+}}} \tag{3.22}$$

Spočítejme to q_{el}/m_{Cs+}. Náboj jednoho molu iontů[5] je známé číslo 96 500 coulombů na mol. Hmotnost jednoho molu se nazývá atomová hmotnost a podíváte-li se do periodické tabulky, zjistíte, že pro cesium činí 0,133 kg/mol.

Řeknete si: „Co s těmi moly? Radši bych se jich zbavil."

Skutečně se jich zbavíme; potřebujeme totiž znát jen *poměr* mezi nábojem a hmotností. Tento poměr mohu určovat u jednoho atomu nebo u jednoho molu a poměr je stále stejný. Takže pro rychlost vystupujících plynů dostáváme

$$u = \sqrt{2V_0\frac{q_{el}}{m_{Cs^+}}} = \sqrt{400\,000\cdot\frac{96\,500}{0{,}133}} \tag{3.23}$$
$$\approx 5{,}387\times 10^5 \text{ m/s}.$$

Mimochodem, rychlost 5×10^5 m/s je mnohem větší, než jakou byste získali v nějaké chemické reakci. Chemické reakce jsou záležitostí napětí řádově jednoho voltu a tento iontový pohon poskytuje 200 000krát více energie než chemický.

To je sice pěkné, ale nám rychlost nestačí, potřebujeme tažnou sílu. Takže budeme muset násobit rychlost změnou hmotnosti v čase, μ. Chci najít odpověď vyjádřenou pomocí elektrického proudu, který vychází z rakety, protože ten je úměrný hmotnosti iontů za sekundu. Chci tedy zjistit, jak velká je tažná síla na jeden ampér.

Nechť z rakety vytéká jeden ampér – jak velká je to hmotnost? Je to jeden coulomb za sekundu nebo 1/96 500 molů za sekundu, vzhledem k tomu, kolik coulombů je obsaženo v jednom molu. Ale jeden mol váží 0,133 kilogramů, takže máme 0,133/96 500 kilogramů za sekundu a to je časový tok hmotnosti:

$$1 \text{ ampér} = 1 \text{ coulomb/s} \rightarrow \frac{1}{96\,500}\text{ mol/s}$$
$$\mu = \left(\frac{1}{96\,500}\text{ mol/s}\right)\cdot(0{,}133 \text{ kg/mol}) \tag{3.24}$$
$$= 1{,}378\times 10^{-6} \text{ kg/s}.$$

Vynásobíme μ rychlostí u, abychom našli tažnou sílu *na ampér*, a výsledek je

[5] Jeden mol je $6{,}02\times 10^{23}$ atomů.

$$\begin{aligned}\text{tah na ampér} &= \mu u = (1{,}378 \times 10^{-6}) \cdot (5{,}387 \times 10^{5}) \\ &\approx 0{,}74 \text{ newtonů/ampér.}\end{aligned} \tag{3.25}$$

Dostali jsme méně než tři čtvrtiny newtonu na ampér – a to je všivě nízká, mizerná hodnota. Ampér sice není bůhvíjak velký proud, ale získat 100 ampérů nebo 1 000 ampérů dá pěknou práci a stejně to sotva vydá na pořádný tah. Je těžké získat dostatečné množství iontů.

Podívejme se ještě, kolik energie se spotřebovalo. Je-li proud jeden ampér, prochází nám náboj jednoho coulombu za sekundu potenciálovým rozdílem 200 000 voltů. Abych našel energii v joulech, vynásobím náboj napětím, protože volt není nic jiného než energie na jednotku náboje (joule/coulomb). Spotřebovává se tedy 1 × 200 000 joulů za sekundu, což je 200 000 wattů:

$$1 \text{ coulomb/s} \times 200\,000 \text{ voltů} = 200\,000 \text{ wattů.} \tag{3.26}$$

Získáváme jen 0,74 newtonů z 200 000 wattů. což je z energetického hlediska pěkně pitomý stroj. Poměr tahu k výkonu je jen $3{,}7 \times 10^{-6}$ newtonů na watt, což je velmi, velmi málo:

$$\text{tah/výkon} \approx \frac{0{,}74}{200\,000} = 3{,}7 \times 10^{-6} \text{ newtonů/watt.} \tag{3.27}$$

Takže, i když myšlenka vypadá krásně, vyžaduje obrovskou energii, abychom se s raketou vůbec někam dostali.

3.7 Fotonové rakety

Jiný návrh raketového pohonu vycházel také z poznatku, že čím rychleji bude raketa vystřelovat palivo, tím lépe. Proč tedy nevyužít *fotony,* to je přece nejrychleji se pohybující věc na světě, proč nevyzařovat z rakety *světlo.* Posadíte se na záď rakety, rozsvítíte baterku a už získáte tah! Snadno ale odhadnete, že byste mohli vyzařovat obrovské množství světla a moc velký tah byste nepocítili. Ze zkušenosti víte, že když rozsvítíte baterku, neporazí vás to na zem. I kdybyste měli stowattovou žárovku a její světlo zaostřili, nepocítili byste prakticky nic. Je tedy velmi nepravděpodobné, že by na jeden watt světla mohla připadnout znatelná tahová síla. Přesto však zkusme spočítat tažný výkon fotonové rakety.

Každý foton, který vystřelíme dozadu, odnáší určitou hybnost p a určitou energii E a vztah mezi nimi pro fotony udává, že energie je rovna hybnosti násobené rychlostí světla.

$$E = pc. \tag{3.28}$$

U fotonu je tedy poměr hybnosti k energii roven $1/c$. To znamená, že bez ohledu na to, kolik fotonů používáme, hybnost unášená nazad za jednu sekundu odpovídá určitému množství energie, která vytéká za sekundu. Toto množství energie je jednoznačné, je fixováno a má hodnotu jedna lomeno rychlostí světla.

Ale hybnost za sekundu představuje sílu potřebnou k udržení rakety na místě, zatímco energie vyvrhovaná za sekundu je výkon motoru generujícího fotony. Takže poměr takové síly k výkonu je také $1/c$ (c má hodnotu $3 \quad 10^8$ m/s), neboli $3{,}3 \quad 10^{-9}$ newtonů na watt. Je to tisíckrát horší než cesiový iontový motor a milionkrát horší než chemický motor. To jsou některé úvahy o návrhu raketového pohonu.

(Uvádím vám všechny tyto složité a polonové věci, abyste si uvědomili, že už jste se *naučili něco,* co vám umožní pochopit mnohé z toho, co se dnes ve světě děje.)

3.8 Elektrostatický deflektor protonového svazku

Další úloha, kterou jsem si na vás připravil, abyste viděli, čím se můžete zabývat, je následující. V Kelloggově laboratoři[6] máme Van de Graaffův generátor, který urychluje protony napětím 2 miliony voltů. Rozdíl potenciálů je vytvářen elektrostaticky, pohybujícím se nabitým pásem. Protony procházejí tímto potenciálovým rozdílem, nabírají spoustu energie a vycházejí z urychlovače v podobě svazku.

Předpokládejme, že z nějakých experimentálních důvodů potřebujeme, aby protony vycházely z urychlovače pod nějakým úhlem, takže je třeba je odchýlit. Nejpraktičtější způsob, jak to udělat, je použít magnet. Nicméně můžeme se také pokusit udělat to elektricky. Také se to tak dělá, a to vám chci právě ukázat.

Vezmeme dvě vodivé zakřivené desky, které jsou u sebe velmi blízko ve srovnání s jejich poloměrem křivosti, řekněme asi ve vzdálenosti $d = 1$ cm, a jsou odděleny izolátorem. Desky jsou zakřiveny do kruhového oblouku a my se budeme snažit k nim přiložit co nejvyšší napětí ze zdroje, takže elektrické pole mezi deskami bude odchylovat protonový svazek podél kružnice (viz obr. 3.12).

Přiložíte-li k deskám napětí vyšší než asi 20 kV na 1 cm ve vakuu, budete mít problémy s výbojem. Stačí malá netěsnost, jíž se dostane dovnitř nečistota, a je pak těžké zabránit jiskření. Zvolíme si tedy napětí na deskách 20 kilovoltů. (Nebudu *řešit* tento problém numericky; chtěl jsem ho jen pomocí čísel *vysvětlit*, a tak budu dále označovat napětí na deskách V_d.) Teď bychom chtěli vědět, jaký musí být poloměr zakřivení desek, aby se protony s energií 2 MeV mezi nimi odchylovaly.

---

[6] Kelloggova laboratoř záření na Caltechu provádí experimenty v jaderné fyzice, částicové fyzice a astrofyzice.

Závisí to prostě na dostředivé síle. Je-li m hmotnost protonu, potom rovnice (2.17) nám říká, že mv^2/R se musí rovnat síle, která bude protony přitahovat ke středu. A tato síla je rovna náboji protonu, našemu známému q_{el}, násobenému intenzitou elektrického pole mezi deskami:

$$q_{el}\mathcal{E} = m\frac{v^2}{R}. \tag{3.29}$$

Je to vlastně Newtonův zákon – síla se rovná hmotnost krát zrychlení. Abychom ho mohli použít, musíme ale znát rychlost protonů vycházejících z Van de Graaffova urychlovače.

Tuto rychlost zjistíme, budeme-li vědět, jakým potenciálem byly protony urychleny. Jsou to 2 miliony voltů a toto napětí budu označovat V_0. Zákon zachování energie nám říká, že kinetická energie protonu, $mv^2/2$, je rovna náboji protonu násobenému napětím, kterým proton prošel. Odtud přímo najdeme v^2:

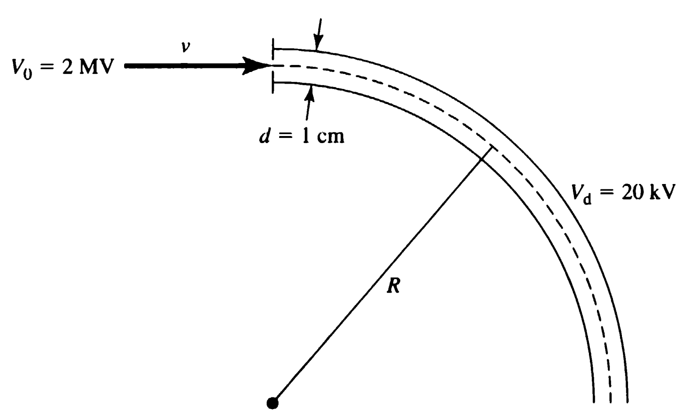
$$\frac{mv^2}{2} = q_{el}V_0$$

$$v^2 = \frac{2q_{el}V_0}{m}. \tag{3.30}$$

Dosadíme-li v^2 z rovnice (3.30) do rovnice (3.29), dostaneme

$$q_{el}\mathcal{E} = m\frac{\left(\frac{2q_{el}V_0}{m}\right)}{R} = \frac{2q_{el}V_0}{R} \tag{3.31}$$

$$R = \frac{2V_0}{\mathcal{E}}.$$



OBR. 3.12 Elektrostatický deflektor protonového svazku.

Tato jednoduchá rovnice mi udává vztah mezi intenzitou elektrického pole, napětím, které urychlilo protony, a zakřivením desek. Takže budu-li znát elektrické pole mezi deskami, snadno zjistím potřebné zakřivení.

Co je to vlastně elektrické pole? Nebudou-li desky příliš zakřiveny, bude elektrické pole mezi nimi přibližně všude stejné. Přiložím-li k deskám napětí, budou mít náboje na jedné a druhé desce různou energii. Tento rozdíl energií vztažený k jednotce náboje, to je právě elektrické napětí, jeho fyzikální *význam*. Přenesu-li náboj q z jedné desky na druhou v konstantním elektrickém poli $\mathcal{E}$, síla působící na náboj bude $q\mathcal{E}$ a rozdíl energií $q\mathcal{E}d$, kde d je vzdálenost mezi deskami. Násobím-li *intenzitu pole* vzdáleností, dostanu potenciál. Napětí na deskách je tedy

$$V_{\mathrm{d}} = \frac{\text{rozdíl energií}}{\text{náboj}} = \frac{q\mathcal{E}d}{q} = \mathcal{E}d$$
$$\mathcal{E} = V_{\mathrm{d}}/d. \tag{3.32}$$

Dosadím z rovnice (3.32) do rovnice (3.31) a po úpravách dostávám výraz pro poloměr křivosti. Je to $2V_0/V_{\mathrm{d}}$ krát vzdálenost mezi deskami:

$$R = \frac{2V_0}{(V_{\mathrm{d}}/d)} = 2\frac{V_0}{V_{\mathrm{d}}}d. \tag{3.33}$$

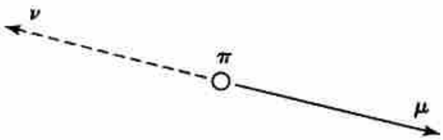
V našem případě poměr V_0 k V_{d}, 2 miliony voltů ke 20 kilovoltům, je jako 100 : 1, a $d = 1$ centimetr. Poloměr křivosti musí tedy být 200 cm neboli 2 metry.

Učinili jsme předpoklad, že elektrické pole mezi deskami je homogenní. A co když nebude homogenní? Jak dobrý bude náš deflektor? Bude vyhovovat, protože při zakřivení s poloměrem 2 metry jsou naše desky téměř ploché a pole *je* téměř homogenní. Dostaneme-li svazek někam doprostřed, bude to v pořádku. Ale i kdyby se to nepodařilo, bude to stejně dobré; u jedné desky je pole hodně silné, u druhé hodně slabé a přibližně se to vyrovnává. Jinak řečeno, budeme-li využívat pole někde uprostřed, bude náš odhad výborný. I když nebude úplně dokonalý, bude při našich rozměrech zatraceně blízko skutečnosti. Pro $R/d = 200 : 1$ je téměř přesný.

3.9 Určení hmotnosti pionu

Už sice nemám čas, ale prosil bych vás, abyste se ještě minutku zdrželi, abych vám mohl něco říci o ještě jednom problému. Je to historický způsob, jímž byla změřena hmotnost mezonu π (pionu). Pion byl vlastně poprvé *objeven* na foto-

OBR. 3.13 Stopy mezonů π, které se rozpadají na mion a neviditelnou (elektricky neutrální) částici.



OBR. 3.14 Rozpad klidového mezonu π na mion a neutrino, které mají stejně velké hybnosti opačného směru. Celková energie mionu a neutrina se musí rovnat klidové energii mezonu π.

grafických deskách, na nichž byly zachyceny stopy mezonů μ[7]. Na těchto deskách se objevovaly stopy nějaké neznámé částice, která se náhle zastavila, a z tohoto místa pak vycházela další stopa, která měla stejné vlastnosti jako stopy mionů. Miony byly totiž už známy dříve, ale mezon π byl objeven právě z těchto snímků. Vycházelo se z předpokladu, že na opačnou stranu než mion musí letět neutrino, které nezanechává stopu, protože je elektricky neutrální (obr. 3.13).

Klidová energie mionu byla známa jako 105 MeV a jeho kinetickou energii bylo možno zjistit z vlastností jeho stopy jako 4,5 MeV. Jak bychom mohli za těchto předpokladů najít hmotnost mezonu π? (Viz obr. 3.14).

Nechť pion je v klidu a rozpadá se na mion a neutrino. Známe klidovou energii mionu, jeho kinetickou energii, a tedy i jeho celkovou energii. Musíme však také zjistit energii neutrina. Podle teorie relativity hmotnost pionu krát rychlost světla na druhou je jeho energie, a ta se celá musí rozdělit mezi mion a neutrino. Když pion zmizí, zůstanou po něm mion a neutrino a podle zákona zachování energie se součet jejich energií musí rovnat klidové energii pionu:

---

[7] „Mezon μ" je zastaralý název pro mion, elementární částici se stejným nábojem, jako má elektron, ale s hmotností 207krát větší. Na rozdíl od pionu (mezonu π) mion není mezon v dnešním významu tohoto slova.

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu. \tag{3.34}$$

Musíme tedy spočítat jak energii mionu, tak energii neutrina. Zjistit energii mionu je snadné, vlastně ji známe. Sečteme prostě kinetickou energii 4,5 MeV a klidovou energii 105 MeV a dostaneme $E = 109{,}5$ MeV.

A co s energií neutrina? To bude horší. Ale ze zákona zachování hybnosti můžeme zjistit *hybnost* neutrina. Je totiž přesně rovna hybnosti mionu a míří opačným směrem – to je náš klíč. Vidíte, že tady postupuji zpětně – budeme-li znát hybnost neutrina, mohli bychom vypočítat jeho energii. Tak se o to pokusme. Hybnost mionu spočítáme ze vzorce $E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$ Zvolíme systém jednotek, v němž $c = 1$, takže $E^2 = m_0^2 + p^2$ Pro hybnost mionu pak máme

$$p_\mu = \sqrt{E_\mu^2 - m_\mu^2} = \sqrt{(109{,}5)^2 - (105)^2} \approx 31 \text{ MeV} \tag{3.35}$$

Ale hybnost neutrina je stejně velká a opačného směru. Vynecháme-li znaménka a zajímáme-li se jen o velikost, dostaneme hybnost neutrina také 31 MeV. A co jeho energie?

Protože neutrino má nulovou klidovou hmotnost, jeho energie se rovná jeho hybnosti krát c. Mluvili jsme o tom v souvislosti s „fotonovou raketou". Zachováme-li v této úloze $c = 1$, bude energie neutrina číselně rovna jeho hybnosti, 31 MeV. Tím jsme skončili, energie mionu je 109,5 MeV, energie neutrina 31 MeV, takže celková energie použitá v reakci je 140,5 MeV, a ta musí odpovídat klidové hmotnosti pionu:

$$m_\pi = E_\mu + E_\nu \approx 109{,}5 + 31 = 140{,}5 \text{ MeV}. \tag{3.36}$$

A právě tímto způsobem byla energie pionu původně určena.

To je všechno, nač mi vystačil čas. Děkuji vám. Uvidíme se v příštím trimestru. Hodně štěstí!

4 Dynamické účinky a jejich aplikace

PŘEHLEDOVÁ PŘEDNÁŠKA D

Chtěl bych upozornit, že moje dnešní přednáška bude jiná než ostatní v tom, že budu hovořit o velkém množství předmětů, které jsem vybral jen pro zajímavost a pro vaši zábavu. Nebudete-li něčemu rozumět pro přílišnou složitost, tak na to prostě zapomeňte; není to vůbec důležité.

Každý předmět, který studujeme, můžeme samozřejmě zkoumat do větších a větších podrobností, rozhodně větších podrobností, než je potřeba pro první přiblížení. Ve zkoumání dynamiky rotujících těles bychom mohli pokračovat téměř do nekonečna, ale pak by nám nezbyl čas dozvědět se něco jiného z fyziky. Takže se budeme muset s tímto problémem rozloučit.

Možná, že se někdy v budoucnu k rotaci těles vrátíte, každý ze svého hlediska, buď jako mechanický inženýr nebo jako astronom, který si dělá starosti s rotací hvězd, či kvantový fyzik, který zkoumá rotaci z hlediska kvantové mechaniky. Ale teď je to poprvé, kdy ponecháme předmět nedokončený, otevřený. Zatím máme spoustu načatých myšlenek, myšlenkových nití, které někam směřují a zatím nemají pokračování. Rád bych vám ukázal, kam vedou, abyste mohli lépe ocenit, co už o tom víte.

Většina mých přednášek až doteď byla ve velké míře teoretických, plných rovnic a podobně, a mnoho z vás, kteří se zajímáte o praktické inženýrské problémy, jistě touží vidět nějaké příklady „lidského důvtipu", který dokáže tyto teoretické poznatky využívat. Je-li tomu tak, naše dnešní téma je ideálně střiženo pro vaše potěšení. Za posledních několik let není totiž nic znamenitějšího v mechanickém inženýrství než praktické uplatnění inerciální navigace.

Dramatickou ilustrací této skutečnosti byla plavba ponorky *Nautilus* pod polárním ledem. Posádka nemohla pozorovat hvězdy, mapy mořského dna pod ledovou pokrývkou prakticky neexistovaly a uvnitř lodi nebylo možno nijak zjistit, kde se vlastně nacházíte. A přesto ponorka v každém okamžiku přesně znala svou polohu.[1] Tato plavba by nebyla možná bez rozvoje inerciální navigace, a proto vám

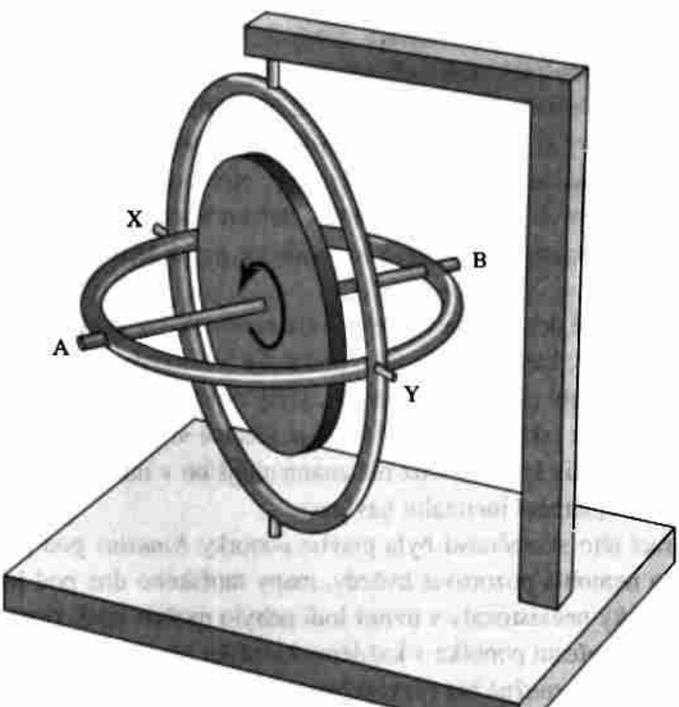
[1] V roce 1958 americká ponorka Nautilus, první ponorka na jaderný pohon na světě, vyplula z Havajských ostrovů do Anglie a 3. srpna míjela severní pól. Pod ledovým příkrovem strávila celkem 95 hodin.

chci dnes vysvětlit, jak to funguje. Ale než se k tomu dostanu, bude dobře, když se seznámíme s několika staršími, méně citlivými přístroji, abyste mohli plně ocenit principy a problémy spojené s vývojem mnohem jemnějších a nádhernějších přístrojů, který následoval.

4.1 Demonstrační gyroskop

Pokud jste nějakou takovou věc ještě neviděli, obr. 4.1 vám ukazuje demonstrační gyroskop upevněný v Cardanově závěsu.

Jakmile setrvačník roztočíme, zachovává si směr osy rotace, i když přístroj zvedneme a pohybujeme jím kolem dokola v libovolném směru. Osa rotace gyroskopu AB zůstává v prostoru fixována. Při praktickém použití, když gyroskop musí být udržován v chodu, se používá malý motorek, aby vyrovnával tření v ložiscích osy.



OBR. 4.1 Demonstrační gyroskop.

Pokusíte-li se změnit směr osy AB tím, že zatlačíte bod A směrem dolů (působíte momentem síly ve směru osy XY), bod A se nebude pohybovat směrem dolů, ale pootočí se do strany, směrem k bodu Y na obr. 4.1. Působení momentu síly na gyroskop ve směru kterékoli osy (kromě osy rotace) vyvolává otáčení gyroskopu kolem osy kolmé jak ke směru momentu síly, tak osy rotace.

4.2 Směrový gyroskop

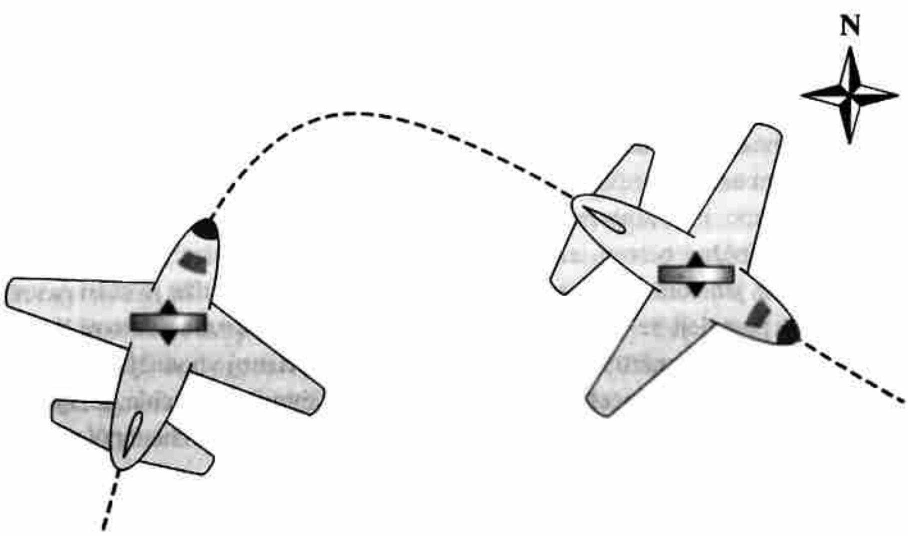
Začnu od nejjednodušší možné aplikace gyroskopu. V letadle, které zatáčí z jednoho směru do druhého, ukazuje osa gyroskopu, nastavená např. vodorovně, stále týmž směrem. To je velmi užitečné. Když letadlo provádí různé pohyby, můžete udržovat stále stejný směr – říká se tomu směrový gyroskop. (Viz obr. 4.2)

Řeknete si: „To je jako kompas".

Není to jako kompas, protože gyroskop nedovede najít sever. Používá se následovně: když je letadlo na zemi, můžete si seřídit gyroskop podle magnetického kompasu tak, aby jeho osa ukazovala stejným směrem, třeba na sever. Až pak poletíte, gyroskop si zachová svou orientaci, takže ho můžete vždycky použít k určení severního směru.

„A proč bychom tedy nemohli použít prostě kompas?"

Použití magnetického kompasu v letadle je velmi obtížné, protože jeho střelka kmitá a naklání se při pohybu a je obklopena železem a dalšími materiály ovlivňujícími magnetické pole.



OBR. 4.2 Směrový gyroskop zachovává svou orientaci v zatáčejícím letadle.

Na druhé straně, když se letadlo uklidní a pohybuje se po nějakou dobu rovnoměrně přímočaře, zjistíte, že gyroskop už neukazuje přesně na sever. Je to způsobené třením v ložiscích závěsu. Letadlo se pomalu obracelo, naklánělo, vznikalo tření a na osu gyroskopu působily malé silové momenty. Docházelo k precesi a směr osy rotace už nebyl týž jako na začátku. Takže čas od času musí pilot seřizovat směrový gyroskop podle magnetického kompasu, řekněme za hodinu nebo v delších intervalech, podle toho, jak jemně je přístroj vyroben a jak malé má tření.

4.3 Umělý horizont

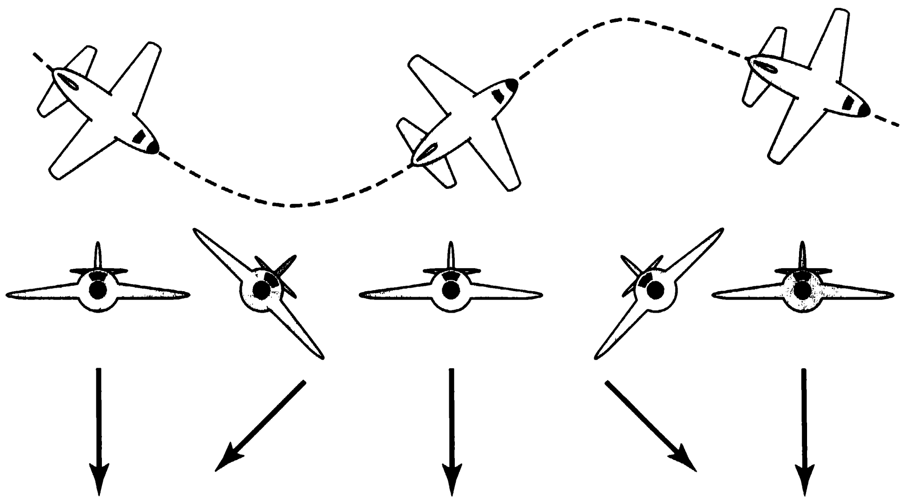
Stejný způsob využívá i umělý horizont, přístroj, který ukazuje stoupání. Když je letadlo na zemi, nastavíte osu gyroskopu vertikálně. Pak začnete stoupat, letadlo nabírá rychlost a vydává stále vyšší svist. Osa gyroskopu přitom udržuje vertikální směr, i když je třeba ji čas od času seřídit. Podle čeho ale můžeme umělý horizont seřizovat?

Můžeme využít gravitační sílu, abychom zjistili svislý směr. Ale jak víte, pohybujete-li se po zakřivené dráze, působí ještě odstředivá síla a není snadné určit směr tíže. V delším časovém úseku, v průměru, gravitace ale *má* určitý směr – pokud ovšem letadlo nakonec neskončí v letu střemhlav! (Viz obr. 4.3)

A tak když vezmeme v úvahu, co se stane, když zatížíme ložiska závěsu v bodě A na obr. 4.1, nastavíme nakonec gyroskop tak, aby rotoval kolem vertikální osy, s bodem A dole. Letí-li letadlo přímočaře ve vodorovné rovině, tíže působí přímo dolů a rotační osa je udržována ve vertikálním směru. Začne-li letadlo zatáčet, výsledná zdánlivá tíže se snaží odchýlit osu od svislého směru, ale gyroskop klade odpor v podobě precese a osa se odchyluje od vertikály jen velmi pomalu. Když letadlo ukončí svůj manévr, začne tíže působit opět svisle dolů. V dalším časovém úseku, v průměru se tíže bude snažit orientovat osu gyroskopu ve svislém směru.

Je to podobné jako srovnávání směrového gyroskopu s magnetickým kompasem. Místo toho, abychom prováděli toto porovnávání každou hodinu nebo tak, děje se to průběžně během letu. Přestože gyroskop má tendenci odchylovat se velmi pomalu, jeho orientace se zachovává díky *zprůměrování* tíže za delší časové úseky. Čím pomaleji se gyroskop odchyluje, tím jsou přirozeně časové úseky, během nichž toto průměrování nastává, delší a tím je přístroj vhodnější pro složitější manévrování. Není neobvyklé, když letadlo manévruje tak rychle, že vychýlí směr tíže třeba na půl minuty. Průměrujeme-li tedy třeba jenom během půl minuty, umělý horizont nebude správně ukazovat.

Přístroje, které jsem právě popsal – umělý horizont a směrový gyroskop jsou základem automatického pilotování letadel. Informace, které tyto přístroje udávají, se využívají k řízení letadla v určitém směru. Jestliže se např. letadlo odchýlí od



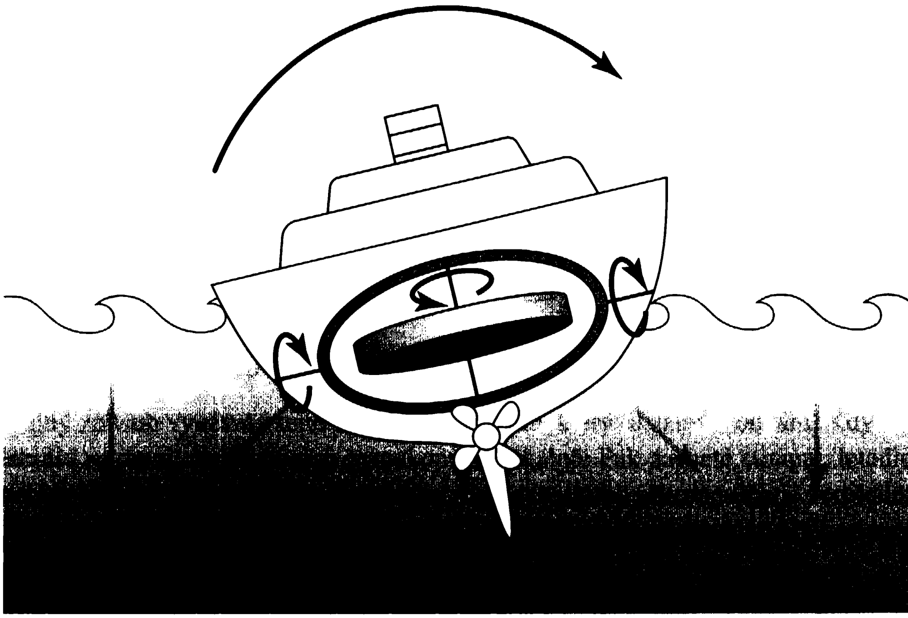
OBR. 4.3 Zdánlivý směr tíže v manévrujícím letadle.

osy směrového gyroskopu, sepnou se elektrické kontakty, které uvedou do chodu další zařízení, a nakonec nějaké páčky otočí letadlo opět do správného směru. Srdcem automatického pilota jsou takové gyroskopy.

4.4 Gyroskop ke stabilizaci plavidel

Jiná zajímavá aplikace gyroskopů, která se dnes už nepoužívá, ale byla kdysi navržena a zkonstruována, sloužila ke stabilizaci lodí. Každý si hned pomyslí, že se prostě roztočí velké kolo na ose spojené s lodí, ale to není pravda. Kdybyste orientovali osu takového kola např. svisle a nějaká síla by zvedala příď lodi vzhůru, výsledek by byl ten, že gyroskop by začal precedovat do strany a loď by se převrátila. Takže to by nešlo. Gyroskop sám o sobě nemůže nic stabilizovat.

Jak se to dělá, nám ilustruje princip inerciální navigace. Použitý trik spočívá v následujícím. Někde na lodi je umístěn velmi malý, ale dokonale sestrojený *řídící* gyroskop, jehož osa míří dejme tomu ve vertikálním směru. V okamžiku, kdy se loď malinko odchýlí od vertikály, elektrické kontakty řídícího gyroskopu roztočí obrovský *servogyroskop,* který se používá ke stabilizaci lodi. Byly to zřejmě největší gyroskopy, jaké kdy byly sestrojeny (viz obr. 4.4). Osa servogyroskopu byla obvykle orientována svisle, ale byla upevněna otočně, takže mohla být nakláněna kolem osy kolébání lodi. Když se loď začala naklánět doprava nebo doleva, potom aby se tento pohyb vyrovnal, servogyroskop byl natáčen *dozadu* nebo *dopředu.* Víte, jak jsou gyroskopy tvrdohlavé a pohybují se vždy nesprávným směrem. Stočí-li se osa gyroskopu v podélném směru, vznikne moment síly, který brání

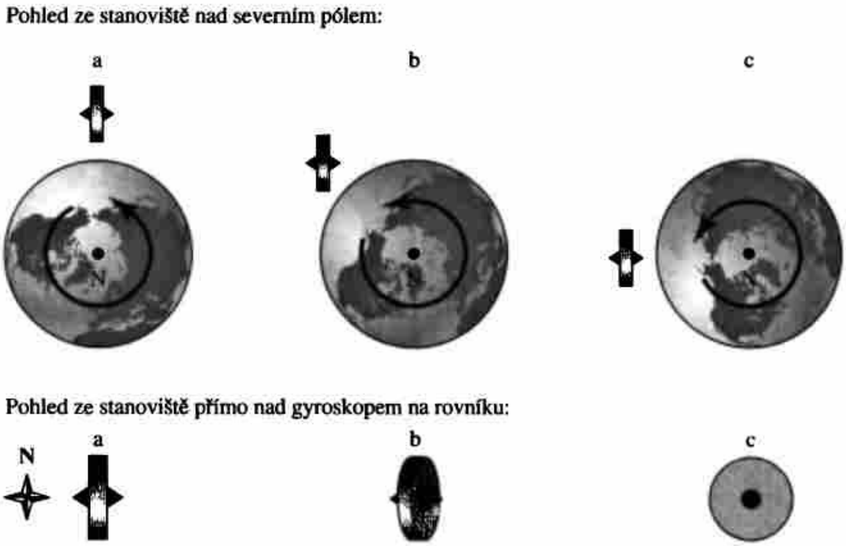


OBR. 4.4 Gyroskop ke stabilizaci lodi: zvedání gyroskopu dopředu vytváří silový moment, který nakloní loď do strany.

lodi v kolébání do strany. *Podélné* houpání lodi se ovšem tímto gyroskopem neodstraní, ale u velkých lodí je tento pohyb relativně malý.

4.5 Gyrokompas

Chtěl bych teď popsat jiný přístroj používaný na lodích, gyrokompas. Na rozdíl od směrového gyroskopu, který se stále odchyluje od severu a musí být pravidelně seřizován, gyrokompas skutečně sever vyhledává. Je dokonce lepší než magnetický kompas, protože směřuje k *pravému* severu, ve směru zemské rotační osy. Pracuje takto: Představme si, že se díváme na zeměkouli odněkud nad severním pólem a pozorujeme, jak se otáčí proti směru hodinových ručiček. Přitom jsme někde umístili gyroskop, třeba na rovníku a nastavili jeho osu ve směru východ – západ, rovnoběžně s rovníkem, jako na obr. 4.5a. Představme si na chvíli, že máme ideální volný gyroskop v Cardanově závěsu. (Mohla by to být také koule vznášející se v oleji, ale museli bychom vyloučit tření. Po šesti hodinách bude gyroskop stále ukazovat stejným absolutním směrem (nepůsobí žádné silové momenty způsobené třením), ale postavíme-li se vedle něho na rovníku, uvidíme, že se zvolna natáčí. Za dalších šest hodin bude směřovat přímo vzhůru, jak je ukázáno na obr. 4.5c.



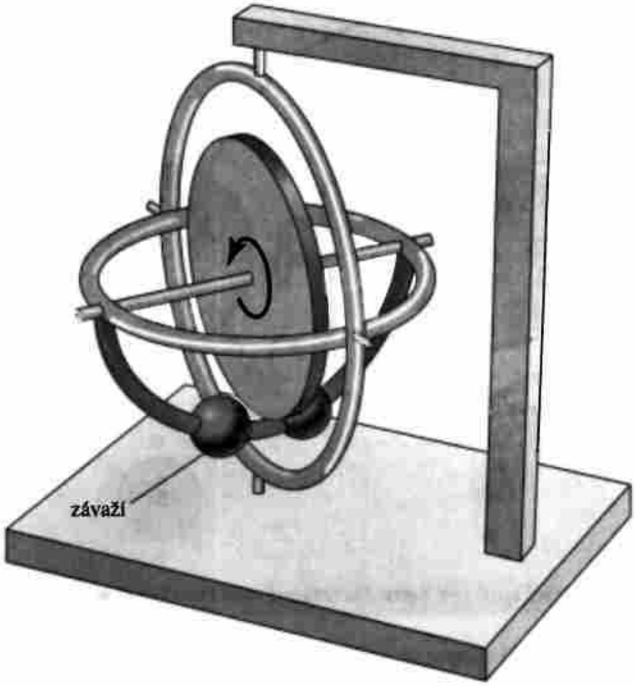
OBR. 4.5 Volný gyroskop rotující spolu se Zemí zachovává svou orientaci v prostoru.

Teď si představte, co se stane, zatížíme-li gyroskop závažím jako na obr 4.6. Závaží bude mít tendenci udržovat osu rotace gyroskopu kolmou ke směru tíže. Jak se zeměkoule otáčí, závaží se bude zvedat. Při tomto stoupání se ovšem závaží bude snažit vracet zpátky dolů a to vyvolá moment síly rovnoběžný se zemskou rotací. Gyroskop se opět bude otáčet pod pravým úhlem. V tomto zvláštním případě, když si to spočítáte, to znamená, že místo aby zvedal závaží, gyroskop se pootočí. A tak nasměruje svou osu na sever, jak je ukázáno na obr. 4.7.

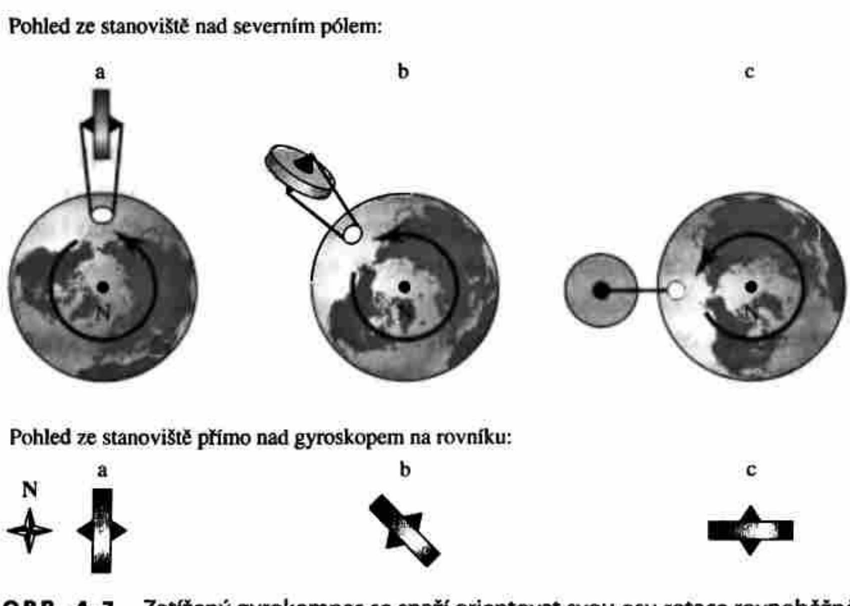
Předpokládejme tedy, že osa gyroskopu nakonec směřuje k severu. Zůstane tak? Nakreslíme-li si stejný obrázek s osou mířící k severu (viz obr. 4.8), potom při rotaci Země se rameno se závažím otáčí kolem osy gyroskopu a závaží zůstává dole. Na osu nepůsobí žádný moment ze strany závaží a osa bude směřovat k severu i nadále.

Ukazuje-li tedy osa gyrokompasu k severu, není žádný důvod, proč by tak neměla zůstat. Natáčí-li se jen trochu západo-východním směrem, rotace Země způsobí, že závaží bude vracet osu gyrokompasu k severu. Proto je to přístroj, který si sám hledá sever. (Zkonstruuji-li ho *právě takto*, bude se blížit k severu, pak ho projde, vychýlí se trochu na druhou stranu a vrátí se zpět, bude trochu kmitat sem a tam, takže je třeba zavést určitý útlum).

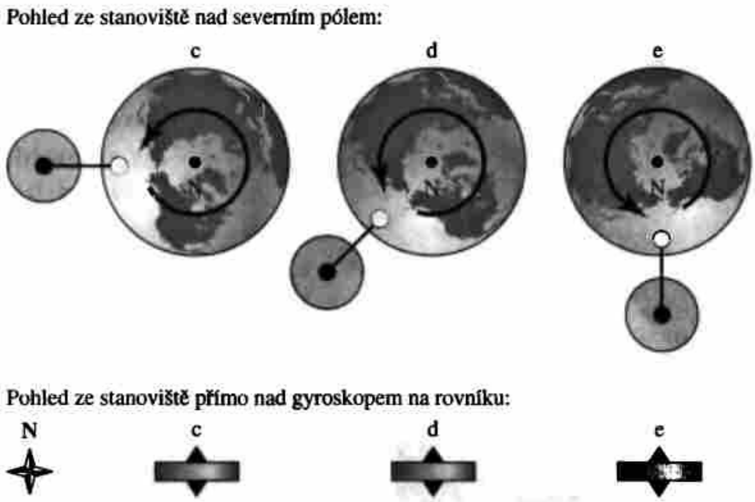
Sestrojili jsme si umělý gyrokompas jako takovou hračku, která je na obr. 4.9. Náš gyroskop nemá bohužel *všechny* osy volné. Má volné jen dvě a musíte trochu zapřemýšlet, abyste se přesvědčili, že je to skoro totéž. Roztočíme zařízení, aby-



OBR. 4.6 Ukázka zatíženého gyroskopu, který má snahu udržovat rotační osu kolmou ke směru tíže.



OBR. 4.7 Zatížený gyrokompas se snaží orientovat svou osu rotace rovnoběžně s rotační osou Země.



OBR. 4.8 Gyrokompas s osou rotace rovnoběžnou s rotační osou Země má snahu uchovat tento směr.

chom simulovali zemskou rotaci a tíži nahradíme gumovým páskem připevněným ke gyroskopu, podobně jako když působilo závaží na konci raménka. Když začnete gyroskop roztáčet, bude nejdřív vykonávat malou precesi, ale když budete dost trpěliví a necháte ho rotovat, uklidní se. Jediný směr, kdy vydrží rotovat, aniž by se snažil otočit do nějakého jiného směru, je rovnoběžný s osou rotace rámu, který nám nahrazuje Zemi. Takže gyrokompas se ustálí, velmi jemně, a ukazuje k severu. Když přestanu s roztáčením, osa bude driftovat, protože v ložiscích působí tření a různé silové momenty. Skutečné setrvačníky vždycky driftují; ideální neexistují.

4.6 Zdokonalení návrhu a konstrukce gyroskopů

Nejlepší gyroskopy, které se podařilo vyrobit před nějakými deseti lety driftovaly asi 2–3 stupně za hodinu. Tím byla také omezena přesnost inerciální navigace. Přesněji nebylo možné určit váš směr v prostoru. Například když jste se vydali na desetihodinový výlet ponorkou, osa vašeho směrového gyroskopu se mohla stočit od správného směru až o 30 stupňů. (Gyrokompas a umělý horizont ukazovaly správně, protože byly „kontrolovány" gravitací, ale volně rotující směrový gyroskop nemohl být přesný.)

Vývoj inerciální navigace si vyžadoval konstrukci mnohem lepších gyroskopů, u nichž by nekontrolovatelné třecí síly způsobující precesi byly maximálně potlačeny. Umožnila to řada vynálezů, které v té době vznikly a chtěl bych vám ilustrovat jejich obecné principy.

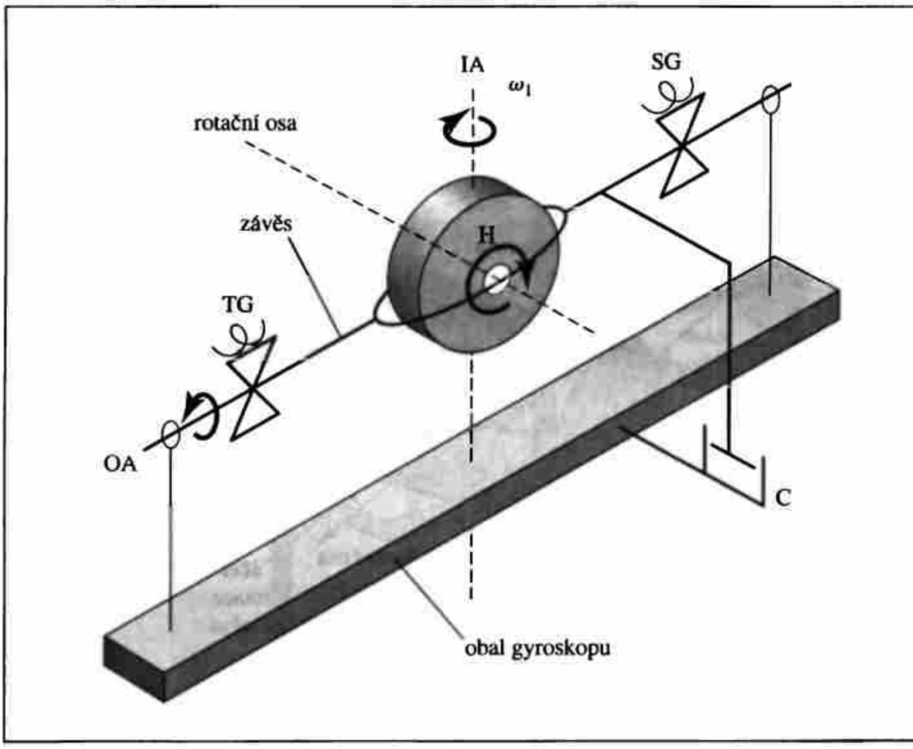
OBR. 4.9 Feynman předvádí umělý gyrokompas.

Především gyroskopy, o nichž jsme dosud mluvili, měly dva stupně volnosti, protože existovaly dva směry, v nichž se osa rotace mohla natáčet. Ukázalo se, že je lepší, když se musíte zabývat v daném čase jen pohybem v jednom směru. Tedy je lepší seřídit gyroskopy tak, abyste mohli uvažovat rotaci každého z nich jen kolem jedné osy. Takový „gyroskop s jedním stupněm volnosti" je zobrazen na obr. 4.10. (Musím poděkovat panu Skullovi z Laboratoře pro tryskový pohon nejen za zapůjčení těchto diapozitivů, ale také za to, že mi vysvětlil všechno, co se v minulých několika letech dělo.)

Setrvačník gyroskopu rotuje kolem vodorovné osy (na obrázku „osa rotace"), která se může volně natáčet pouze kolem jedné osy IA, a nikoli dvou os. Přesto však je to užitečný přístroj, a to z následujícího důvodu. Představte si, že gyroskop se pootočí kolem vstupní svislé osy IA, protože vůz nebo loď zatáčí. Pak se setrvačník gyroskopu bude snažit konat precesi kolem vodorovné osy (OA). Přesněji řečeno začne působit moment síly na výstupní osu OA a nebude-li mu bráněno, setrvačník bude precedovat kolem této osy. Budeme-li mít signální generátor (SG), který bude detekovat úhel, o který se setrvačník pootočil, zjistíme, že loď zatáčí.

Je tu několik zajímavých okolností, které bychom měli vzít v úvahu. Zvláště delikátní je záležitost se silovým momentem působícím na výstupní osu. Ten musí být výhradně výsledkem rotace kolem vstupní osy, a to s naprostou přesností. Všechny *ostatní* silové momenty působící na výstupní osu představují šum a musíme se jich zbavit, abychom se vyhnuli zmatku. Obtíž způsobuje i to, že setrvačník sám je těžký a musí být podpírán v čepech na koncích výstupní osy. To je skutečný problém, protože tam vzniká tření, které je neznámé a neurčité.

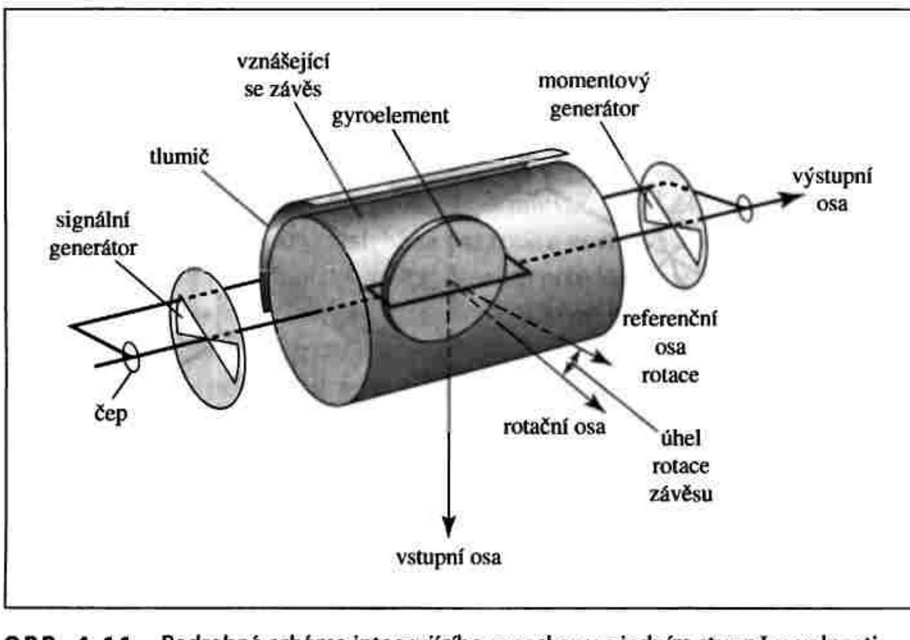
Proto první a hlavní nápad, který vedl ke zdokonalení gyroskopů, byl umístit setrvačník do nádoby a nechat ji vznášet se v oleji. Nádobka je vlastně válec zcela obklopený olejem a může se otáčet kolem své výstupní osy na obr. 4.11. Tíha nádoby spolu se setrvačníkem a vzduchem uvnitř je vyrovnávána tíhou vy-



OBR. 4.10 Zjednodušené schéma gyroskopu s jedním stupněm volnosti. Použit originální přednáškový diapozitiv. (SG – signální generátor, TG – momentový generátor)

tlačeného oleje (alespoň jak nejpřesněji to jde), takže je dokonale vybalancována. Čepy, v nichž se otáčí výstupní osa, nesou nepatrné zatížení, takže lze použít jemná ložiska z drahokamů, podobně jako u osy hodinek. Je to vlastně jen hrot a kámen. Taková ložiska nemusí být v tomto případě namáhána příliš velkými postranními silami a mají velmi malé tření. To byla tedy první velká inovace – nechat setrvačník, aby se vznášel a použít jako opory ložiska z drahokamů.

Další důležité zlepšení spočívalo ve snaze nikdy skutečně *nepoužít* gyroskop k tomu, aby vyvolával nějaké síly, nebo alespoň velké síly. Zatím jsme pojednávali o této záležitosti v tom smyslu, že setrvačník koná precesi kolem výstupní osy a my měříme, jak daleko tato precese postoupila. Ale existuje i jiná zajímavá technika pro měření rotace kolem vstupní osy. Je založena na následující myšlence (viz obr. 4.10 a 4.11). Předpokládejme, že máme přístroj pečlivě zkonstruován, takže projde-li jím určité množství elektrického proudu, můžeme velmi jemně vyvolat určitý silový moment na výstupní osu – máme jakýsi elektromagnetický momentový generátor. Pak použijeme přístroj se zpětnou vazbou s *obrovským* zesílením mezi signálním generátorem a momentovým generátorem. Otočí-li se loď kolem vstupní osy, setrvačník začne konat precesi kolem výstupní osy, ale jakmile se pohne jen o *vlásek*, signální generátor oznámí „Hej, zatáčí!" a momentový generátor okamžitě zapůsobí na výstupní osu, zabrání její precesi a udrží ji nehybnou.



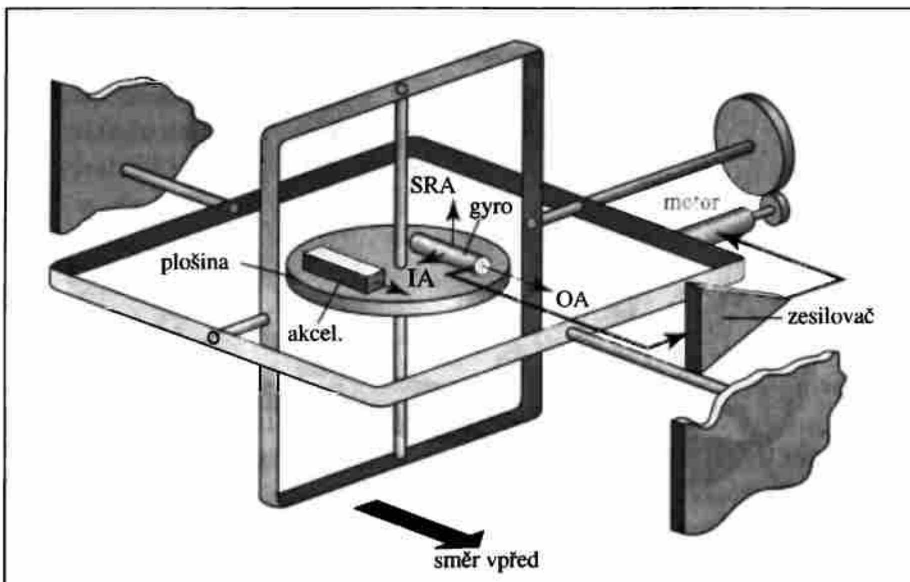
OBR. 4.11 Podrobné schéma integrujícího gyroskopu s jedním stupněm volnosti. Použit originální přednáškový diapozitiv.

A pak se zeptáme: „Jak je těžké udržet ji v klidu?" Jinými slovy měříme, kolik „šťávy" prochází momentovým generátorem. V podstatě tedy měříme silový moment, který vyvolává precesi setrvačníku tím, že měříme, jak velký moment je třeba k jeho vyrovnání. Tento princip zpětné vazby je velmi důležitý při navrhování a vývoji gyroskopů.

Jiné zajímavé použití zpětné vazby, které se dokonce používá ještě častěji, je ukázáno na obr. 4.12.

Gyroskop je vlastně malá nádobka (na obrázku 4.12 gyro) na vodorovné plošině, uprostřed nosného rámce. Zatím si nemusíte všímat akcelerátoru (akcel), teď nás zajímá jen gyroskop. Na rozdíl od předchozího uspořádání rotační osa gyroskopu (SRA) míří vertikálně, ale výstupní osa OA je stále vodorovná. Představíme-li si, že rámec je zabudován v letadle, které letí ukázaným směrem na (obrázku směr vpřed), potom vstupní osa IA je osa náklonu letadla ve svislé rovině. Naklání-li se letadlo nahoru nebo dolů, setrvačník gyroskopu začne vykonávat precesi kolem výstupní osy a signální generátor vyprodukuje signál.

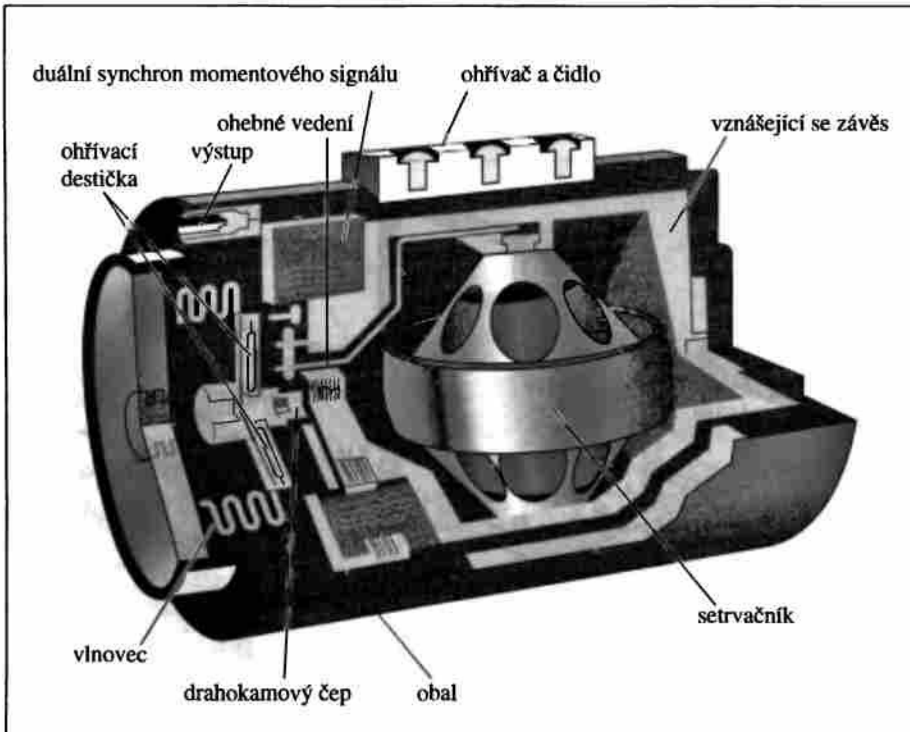
Avšak místo toho, aby vyvolal silový moment, zpětná vazba působí následovně. Jakmile se letadlo začne otáčet kolem vstupní osy, rámec, který udržuje gyroskop k letadlu, se pootočí na opačnou stranu, *proti pohybu.* Jinými slovy pomocí zpětné vazby udržujeme plošinu nehybnou a gyroskopem nikdy ve skutečnosti nepohybujeme. To je panečku mnohem lepší, než když necháme gyro-



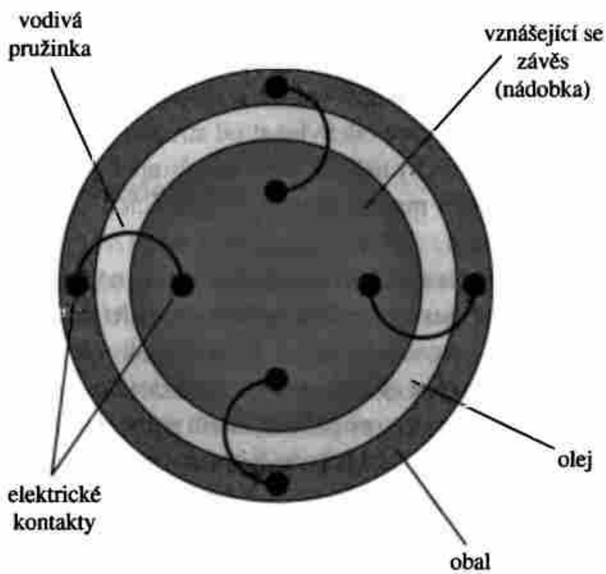
OBR. 4.12 Schéma stabilní plošiny pro gyroskop s jedním stupněm volnosti. Použit originální přednáškový diapozitiv.

skop točit a houpat se a snažíme se určit náklon letadla měřením výstupu signálního generátoru. Je mnohem snazší potlačovat signál tímto způsobem, kdy se plošina vůbec nenaklání a gyroskop udržuje osu stále ve stejném směru. My prostě *vidíme* úhel náklonu, když porovnáme sklon plošiny vzhledem k podlaze letadla.

Obrázek 4.13 představuje řez skutečným gyroskopem s jedním stupněm volnosti a jeho stavbu. Kolo setrvačníku vypadá na obrázku velmi velké, ale celý přístroj se vejde do dlaně mé ruky. Setrvačník je uvnitř nádoby, která se vznáší ve velmi malém objemu oleje. Všechen se vejde do štěrbiny obklopující nádobu, ale to stačí k tomu, aby miniaturní drahokamová ložiska na koncích osy nenesla téměř žádnou váhu. Kolo gyroskopu se stále otáčí. Ložiska, v nichž se otáčí, nemusejí být úplně bez tření, protože gyroskopem otáčí malý motorek. Jsou tam také elektromagnetické cívky (duální synchrony momentového signálu), které detekují velmi slabé pohyby nádobky setrvačníku a získávají signál zpětné vazby. Ten pak buď vyvolá moment síly působící na nádobku ve směru výstupní osy nebo natočí plošinu, na níž je upevněna nádobka kolem vstupní osy.



OBR. 4.13 Řez skutečným integrujícím gyroskopem s jedním stupněm volnosti. Použit originální přednáškový diapozitiv.



OBR. 4.14 Elektrické propojení obalu s volným závěsem gyroskopu s jedním stupněm volnosti.

Je tu jeden trochu obtížnější technický problém. Abychom dodali energii motorku, který otáčí setrvačníkem, musíme předávat elektřinu z nehybné části přístroje do rotující nádobky. Dráty musí být s nádobkou v kontaktu, ale tyto kontakty musí být prakticky bez tření, což je obtížné dosáhnout. Dělá se to takto: Čtyři pečlivě vyrobené pružinky tvaru půlkružnice jsou propojeny s vodiči nádobky, jak je vidět na obr. 4.14.

Pružinky jsou zhotoveny z velmi kvalitního materiálu, podobně jako péro u hodinek, jen ještě jemnějšího. Jsou vyváženy tak, že když je nádobka v nulové pozici, nepůsobí na ni žádným silovým momentem. Jestliže se nádobka jen trochu pootočí, pružinky vyvolají nepatrný silový moment. Protože jsou tak dokonale vyrobeny, známe přesně velikost tohoto momentu, dokonce ho můžeme vyjádřit rovnicí, a elektrický obvod zpětné vazby ho může vykompenzovat.

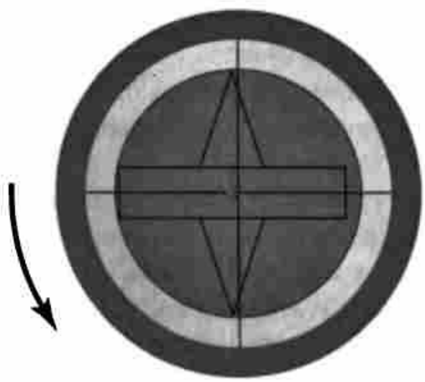
Značné tření vzniká také při rotaci nádobky v oleji, které vytváří moment síly vzhledem k výstupní ose. Ale i zákon tření při pohybu v tekutém oleji je velmi dobře znám. Tento moment je přesně úměrný rychlosti rotace nádobky. A tak může být počítačovou částí obvodu zpětné vazby vykompenzován stejně jako tomu bylo u pružinek.

Základní princip všech těchto různých přístrojů není ani tak v tom, aby všechno bylo dokonalé, ale aby to bylo určité a dobře definované.

Tento přístroj je něco jako zázračný „vozík tažený jedním koněm“ [2] Všechno je uděláno na absolutní hranici možností současné mechaniky a konstruktéři se stále snaží to zdokonalit. Nejvážnější problém spočívá asi v následujícím. Co se stane, jestliže se osa setrvačníku bude malinko odchylovat od středu nádoby, jak je ukázáno na obr. 4.15? Potom těžiště nádoby nebude ležet na výstupní ose a tíha setrvačníku bude nádobu otáčet a vytvářet mnoho různých nežádoucích silových momentů.

Abychom to napravili, musíme vyvrtat malé otvory nebo přidat k nádobě závažíčko a co nejpřesněji ji vyvážit. Pak musíme pečlivě změřit zbývající drift osy setrvačníku a na základě těchto měření provést kalibraci. Provedete-li měření na jednom určitém přístroji, který jste vyrobili a zjistíte, že nemůžete dosáhnout úplného vymizení driftu, můžete ho alespoň v tomto případě odstranit pomocí systému zpětné vazby. Horší je ovšem to, že drift je neurčitý; bude-li gyroskop v chodu dvě nebo tři hodiny, jeho těžiště se trochu posune v důsledku opotřebování ložisek osy.

V dnešní době jsou gyroskopy tohoto druhu více než stokrát lepší než ty, které se vyráběly před deseti léty. U nejlepších z nich se osa rotace nevychyluje více než o jednu setinu stupně za hodinu. Pro přístroj znázorněný na obr. 4.13 to znamená, že těžiště setrvačníku se nemůže vzdálit o více než jednu desetinu miliontiny palce od těžiště nádoby. Dobrá mechanická přesnost je v praxi něco kolem sta miliontin palce, takže náš gyroskop je vyroben tisíckrát přesněji, než je dosahováno u *dob-*



OBR. 4.15 Nevyvážený vznášející se závěs vyvolává v gyroskopu s jedním stupněm volnosti nežádoucí silové momenty kolem výstupní osy.

[2] Feynman naráží na známou báseň Olivera Wendella Holmese *Jáhenův mistrovský kousek neboli vozík tažený jedním koněm, logická historka*, která popisuje kočár tak dokonale zkonstruovaný, že sloužil bezchybně sto let a pak se najednou celý rozpadl v prach.

rých mechanických přístrojů. Je to skutečně jeden z nejzávažnějších problémů – jak zabránit opotřebení ložisek osy, aby se setrvačník nevychyloval o více než o vzdálenost 20 atomů na každou stranu.

4.7 Akcelerometry

Přístroje, o nichž jsme dosud hovořili, se používají k tomu, aby nám ukázaly směr cesty nebo aby zabraňovaly nežádoucímu otáčení něčeho kolem nějaké osy. Máme-li tři takové přístroje orientované podle tří os se všemi možnými závěsy atd., pak můžeme něco udržovat v dokonale stálé poloze. Když letadlo letí, plošina uvnitř může být udržována vodorovnou, nebude se otáčet doprava ani doleva, nebude dělat nic. Tímto způsobem můžeme udržovat náš sever nebo východ, směr nahoru nebo dolů nebo jakýkoliv jiný směr. Ale další úloha je zjistit, *kde se nacházíme* a jak daleko jsme se dostali.

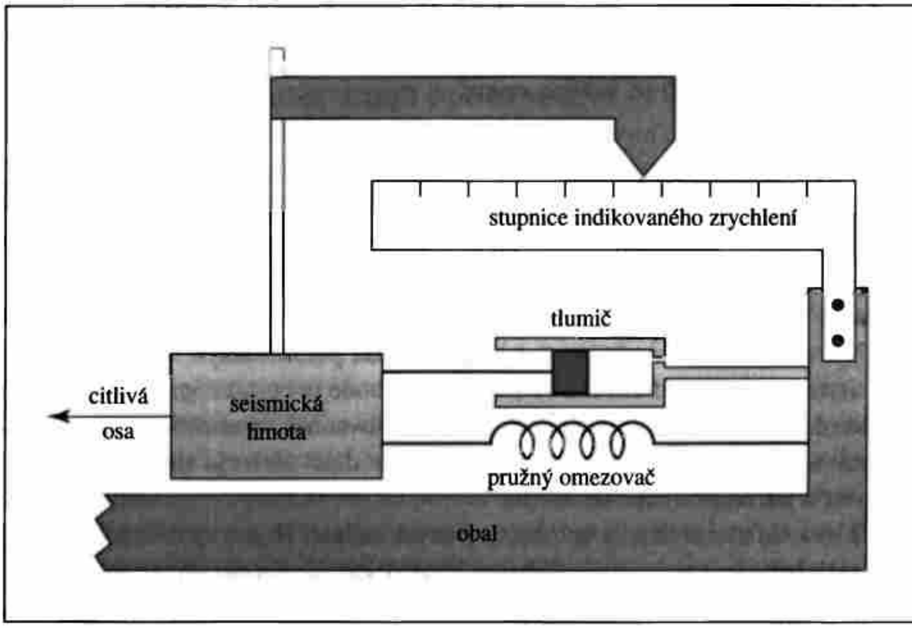
Už víte, že uvnitř letadla nemůžete provést měření, abyste zjistili, jakou *rychlostí* se pohybuje, a tedy také určitě nemůžete zjistit, jak *daleko* jste se dostali. *Můžete* ale změřit jeho *zrychlení.* Jestliže na počátku nenaměříme žádné zrychlení, řekneme: „Nacházíme se ve východním nulovém bodě a nemáme žádné zrychlení." Abychom se dostali do pohybu, *musíme* zrychlovat. A *toto* zrychlení můžeme změřit. Když pak zrychlení pomocí počítače zintegrujeme, můžeme vypočítat rychlost letadla a dalším integrováním najít jeho polohu. Tedy způsob, jak určit, jak daleko jsme doletěli, spočívá v měření zrychlení a dvojím integrování.

Jak byste změřili zrychlení? Zřejmý princip takového měření je na obr. 4.16, kde vidíme jednoduchý akcelerometr.

Jeho nejdůležitější část je prostě závaží (na obr. „seismická hmota"). Je tam také jakási slabá pružina („pružný omezovač"), která udržuje závaží více či méně na místě, a tlumič, který má bránit jeho oscilacím. Ale tyto podrobnosti nejsou důležité. Předpokládejme nyní, že celý přístroj bude zrychlován směrem vpřed, ve směru naznačeném šipkou („citlivá osa"). Pak se závaží samozřejmě začne pohybovat nazpět a my můžeme pomocí stupnice („stupnice indikovaného zrychlení") změřit, jak daleko se pohnulo. Odtud můžeme zjistit zrychlení a dvojím integrováním najít vzdálenost. Přirozeně dopustíme-li se malé nepřesnosti v měření polohy závaží, takže nalezené zrychlení bude trochu jiné než ve skutečnosti, potom za dlouhou dobu, po kterou provádíme dvojí integrování, vypočítaná vzdálenost se bude *pořádně* lišit od skutečné. Takže musíme přístroj vylepšit.

Další stupeň zdokonalení je ukázán schematicky na obr. 4.17.

Používá náš známý princip zpětné vazby. Když je přístroj urychlován, závaží se dá do pohybu a jeho pohyb vyvolá napětí na signálním generátoru úměrné jeho posunutí. Místo toho, abychom měřili toto napětí, zesílíme ho a vrátíme zpět do přístroje, který vrátí závaží do výchozí polohy. Nás zajímá, jak velká síla je zapo-



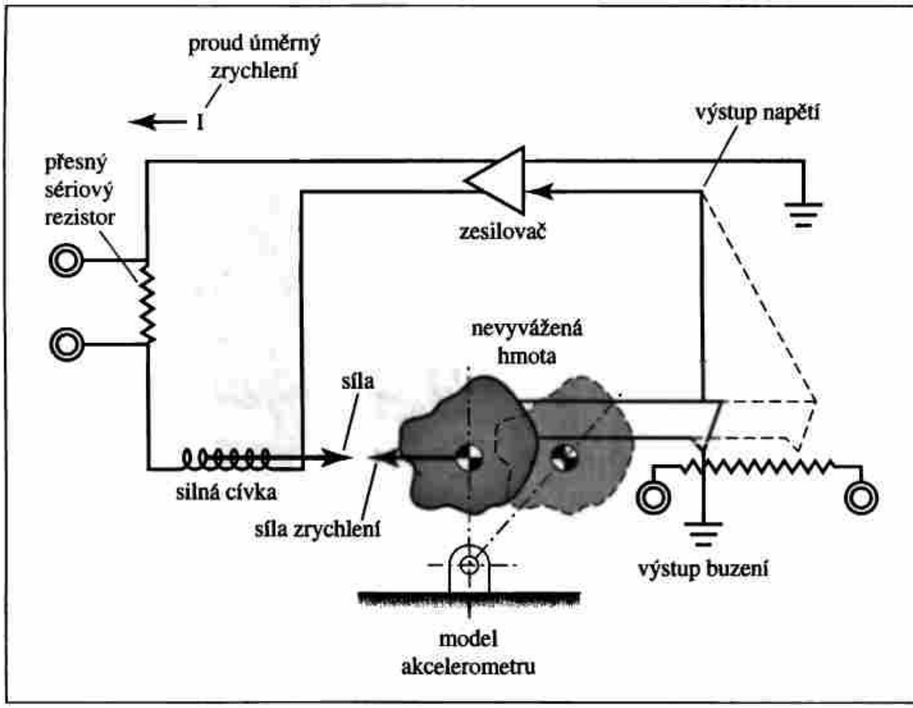
OBR. 4.16 Schéma jednoduchého akcelerometru. Použit originální přednáškový diapozitiv.

třebí k tomu, abychom zabránili pohybu závaží. Jinými slovy, než abychom nechali závaží pohybovat sem a tam a měřili, jak daleko se posune, změříme sílu reakce potřebnou k vyrovnávání pohybu a potom podle rovnice $F = ma$ najdeme zrychlení.

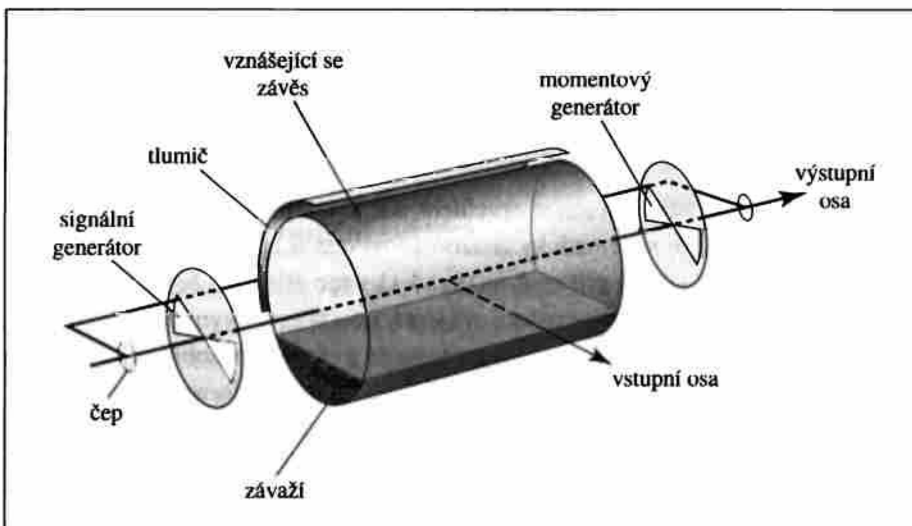
Jeden způsob zabudování takového přístroje je na obr. 4.18.

Obr. 4.19 zobrazuje řez, který ukazuje skutečné uspořádání přístroje. Je velmi podobný gyroskopům na obr. 4.11 a 4.13, až na to, že vypadá prázdný. Místo gyroskopu je to jen závaží upevněné na jedné straně v dolní části pláště. Celá nádobka se vznáší podepřena a vyvážena tekutým olejem na dokonale krásných jemných drahokamových čepech a zatížená strana nádobky tíhne dolů díky gravitaci.

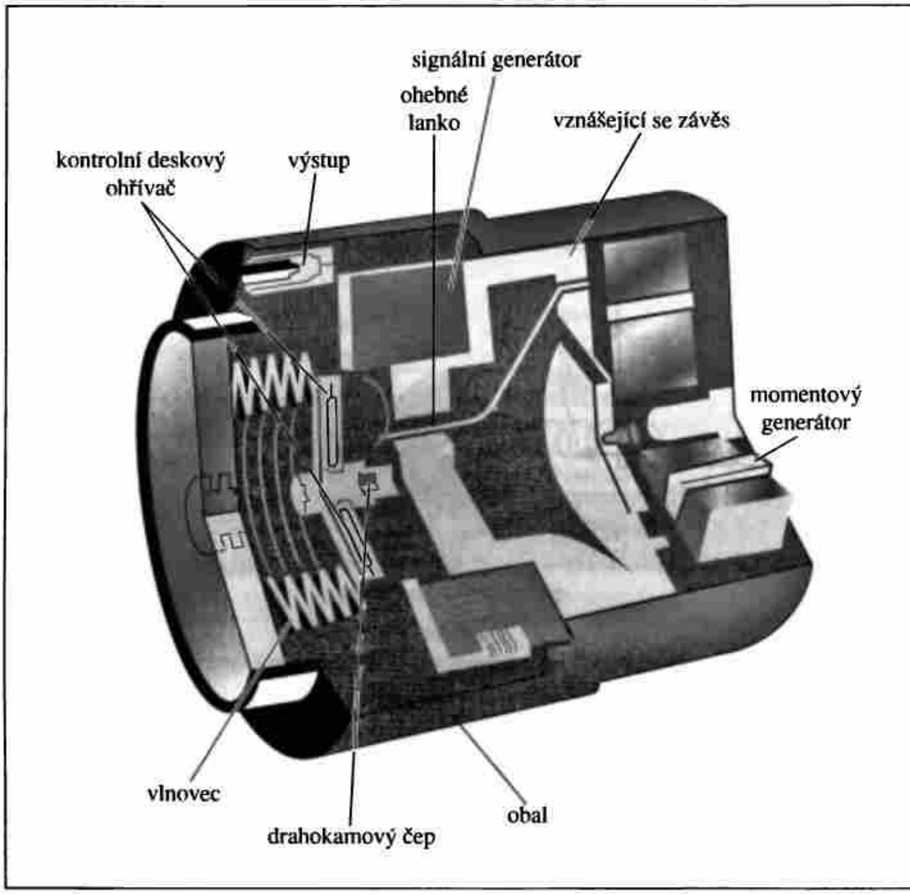
Přístroj je určen k měření vodorovného zrychlení ve směru kolmém k ose nádobky. Jakmile nastane zrychlení v tomto směru, závaží zůstane pozadu a zapůsobí na stranu nádobky, která se pootočí na svých čepech. Signální generátor okamžitě vytvoří signál, který postupuje na cívky generátoru silového momentu a ten vrátí nádobku do původní polohy. Stejně jako dřív, pomocí zpětné vazby napájíme silový generátor tak, aby udržel věci ve stálé poloze, změříme, jak velký silový moment je potřeba k tomu, aby nedocházelo k výkyvům, a znalost tohoto momentu nám pak udá zrychlení.



OBR. 4.17 Schéma nevyváženého hmotového akcelerometru se silovou zpětnou vazbou. Použit originální přednáškový diapozitiv.



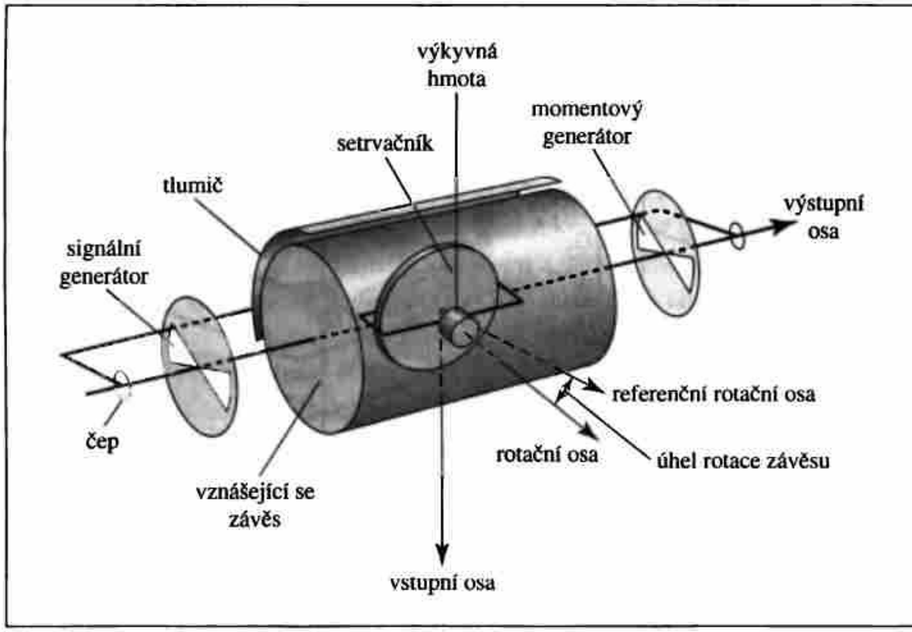
OBR. 4.18 Schéma vznášejícího se závěsu akcelerometru se zpětnou vazbou. Použit originální přednáškový diapozitiv.



OBR. 4.19 Řez skutečným vznášejícím se závěsem akcelerometru. Použit originální přednáškový diapozitiv.

Jiný zajímavý přístroj k měření zrychlení, který vlastně provádí jedno z integrování *automaticky*, je schematicky znázorněn na obr. 4.20.

Schéma je stejné jako u přístrojů na obr. 4.11 s tou změnou, že na jedné straně rotační osy gyroskopu je připevněno výkyvné závaží („výkyvná hmota" na obr. 4.20). Je-li přístroj urychlován směrem vzhůru, na gyroskop působí silový moment a pak už je to stejné jako u našeho prvního akcelerometru. Moment je prostě způsoben přímo zrychlením místo otáčením nádobky. Signální generátor, momentový generátor a všechno ostatní zůstává stejné. Zpětná vazba slouží k tomu, aby pootočila nádobku zpět kolem výstupní osy. Aby byla nádobka vyvážena, síla působící svisle vzhůru na závaží musí být úměrná zrychlení. Ale tato síla je úměrná úhlové rychlosti, s níž je nádobka natáčena, takže vlastně úhlová rychlost nádobky je úměrná zrychlení. To znamená, že *úhel* natočení nádobky je úměrný *rych-*



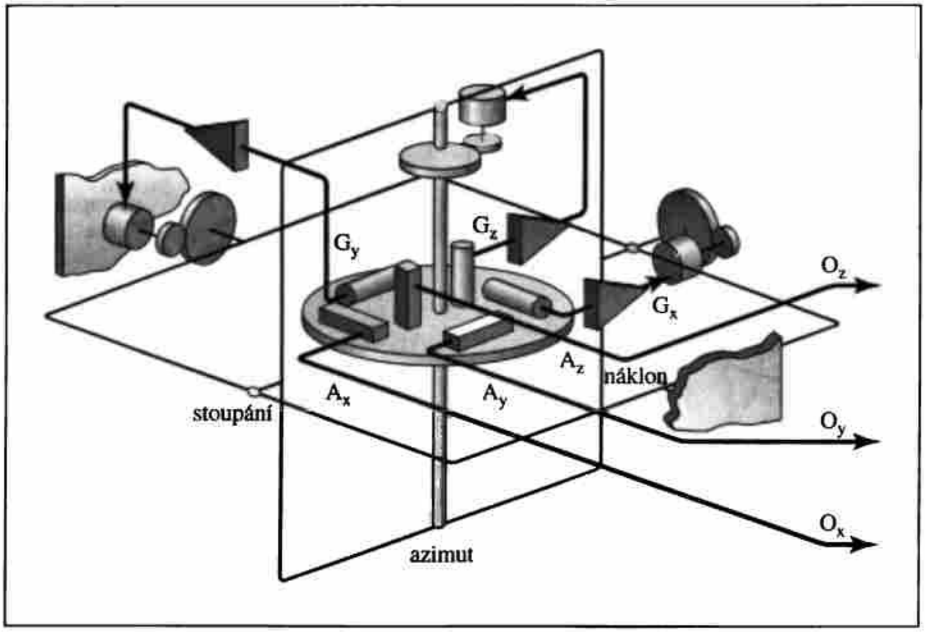
OBR. 4.20 Schéma výkyvného integrálního gyroskopu s jedním stupněm volnosti používaného jako akcelerometr. Úhel pootočení závěsu udává rychlost. Použit originální přednáškový diapozitiv.

losti. Změříme-li, kam až se nádobka natočila, dostaneme přímo rychlost, a jedno integrování je tak už provedeno. (To ovšem neznamená, že tento akcelerometr je lepší než předchozí. Co se lépe osvědčí při konkrétním použití, závisí na mnoha technických detailech a je otázkou konstrukce.)

4.8 **Kompletní navigační systém**

A teď, když jsme zkonstruovali takové přístroje, můžeme je shromáždit na plošině jako na obr. 4.21, který znázorňuje kompletní navigační systém.

Tři malé válečky (G_x, G_y, G_z) jsou gyroskopy, jejichž osy míří do tří vzájemně kolmých směrů, a tři pravoúhlé krabičky (A_x, A_y, A_z) jsou akcelerometry, pro každou osu jeden. Tyto gyroskopy se svými systémy zpětné vazby udržují plošinu v absolutním prostoru bez natáčení v jakémkoli směru – ani zprava doleva, ani zdola nahoru, ani ze strany na stranu. Zatímco letadlo, nebo třeba loď se různě pohybuje, plošina zůstává velmi pečlivě fixována. To je velmi důležité pro hračičky, které měří zrychlení, protože musíte přesně znát, ve kterém směru ho měříte. Kdyby začaly šilhat, takže navigační systém by si myslel, že se letadlo otáčí na



OBR. 4.21 Kompletní navigační systém s třemi gyroskopy a třemi akcelerometry upevněnými na jedné plošině. Použit originální přednáškový diapozitiv.

jednu stranu, a ve skutečnosti by se otáčelo na druhou stranu, šel by celý systém do háje. Podstata je v tom, udržovat akcelerometry ve fixované orientaci v prostoru, aby bylo možné provádět výpočet polohy.

Výstupy akcelerometrů x, y a z postupují do integračních obvodů, které vypočítávají polohu dvojím integrováním v každém směru. Takže předpokládáme-li, že jsme startovali z klidu ze známého místa, můžeme v každém okamžiku zjistit, kde jsme. A víme také, kam směřujeme, protože plošina se nachází ve stále stejné poloze jako při startu (v ideálním případě). To je tedy obecná představa. Je tu ale několik bodů, kterých bych si chtěl všimnout zvlášť.

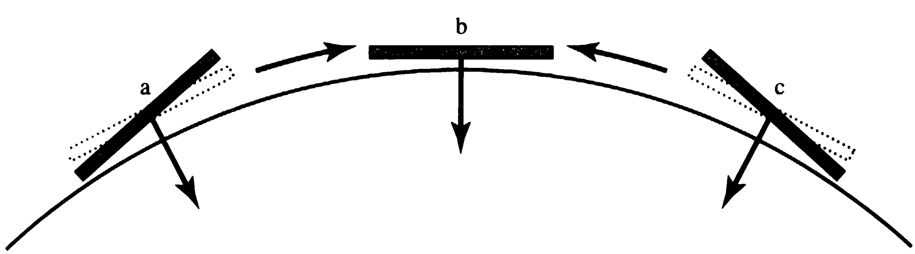
První se týká měření zrychlení. Uvažme, co se stane, dopustí-li se přístroj chyby, řekněme nepřesnosti jedné miliontiny. Předpokládejme, že máme třeba raketu a že potřebujeme změřit zrychlení až do 10 g. Rozlišit méně než 10^{-5} g přístrojem, který má měřit až 10 g, bude velmi obtížné, vlastně pochybuji, že by to vůbec šlo. Ale ukazuje se, že chyba v určení zrychlení 10^{-5} g po dvojím integrování během jedné hodiny znamená chybu v určení polohy více než půl kilometru. Po deseti hodinách je to asi 50 km, takže jsme někde *úplně jinde.* Takový přístroj by nemohl dlouhodobě pracovat. U raket na tom nezáleží, protože všechno zrychlení proběhne na samém začátku a potom se už raketa pohybuje volným pohybem. Ale v letadle nebo na lodi musíte systém čas od času seřizovat, stejně jako obyčejný směrový gyroskop, abyste si byli jisti, že stále ukazuje týmž směrem. To se dá provést pohledem na slunce nebo hvězdy, ale jak to zkontrolovat u ponorky?

Máte-li k dispozici mapu mořského dna, můžete vidět, jestli se nacházíte nad podmořským vrcholem nebo nad něčím, co by mělo být pod vámi. Ale když mapu nemáte, existuje ještě jedna možnost, jak to zkontrolovat! Její myšlenka je taková: Země je kulatá a když zjistíme, že jsme ujeli řekněme sto mil v nějakém směru, tíže už nebude ukazovat ve stejném směru jako dřív. Nebudeme-li udržovat plošinu kolmo ke směru tíže, bude výstup z akcelerometrů chybný. Proto musíme udělat následující. Začneme s plošinou ve vodorovném směru a použijeme akcelerometry k výpočtu polohy. Podle výsledku vypočítáme, jak bychom *měli* naklonit plošinu, aby zůstala vodorovná, a podle toho ji také natáčíme. To je velmi snadné, ale máme *také* přístroj, který nám problém řeší.

Uvažme, co se stane, objeví-li se chyba. Nechť se přístroj nachází v místnosti, naklání se a po nějaké době se ukáže, pro nedokonalou konstrukci, že plošina už *není* vodorovná, ale trochu se naklonila, jak je ukázáno na obr. 4.22a.

Tím se ovšem závaží akcelerometrů posunou, jako by působilo nějaké zrychlení, a poloha vypočítaná přístrojem bude ukazovat pohyb doprava, směrem (b). Mechanismus, který se snaží udržovat plošinu ve vodorovné poloze, ji bude pomalu natáčet a nakonec, až bude plošina opět vodorovná, si už nebude myslet, že dochází ke zrychlení. Avšak toto zdánlivé zrychlení způsobí, že přístroj si bude myslet, že se plošina pohybuje určitou rychlostí v témž směru. Takže mechanismus, který se snaží udržovat plošinu ve vodorovné poloze, ji bude dál velmi pomalu natáčet, až plošina zas vodorovná nebude (obr. 4.22c). Projde vlastně přes nulové zrychlení a pak bude zdánlivé zrychlení mířit opačným směrem.

Vznikne tedy kmitavý pohyb, sice velmi malý, ale chyby se budou během těchto kmitů hromadit. Vypočítáme-li úhly a natočení a tak podobně, zjistíme, že jeden z těchto kmitů zabere 84 minut. Stačí tedy, aby přístroj byl tak dobrý a ukazoval přesně během periody 84 minut. Během této doby se sám automaticky opravuje. Je to velmi podobné tomu, co děláme v letadle, kdy čas od času seřizujeme



OBR. 4.22 Ke kontrole vodorovné polohy stabilní plošiny se využívá zemské gravitace.

gyrokompas podle magnetického kompasu. V tomto případě se ale přístroj seřizuje podle směru gravitace jako u umělého horizontu.

Zhruba stejným způsobem pracuje azimutární přístroj na ponorce, který nám ukazuje sever. Čas od času je nastavován podle gyrokompasu, který průměruje přes dlouhé časové úseky, takže se pohyb lodi příliš neodchyluje. Azimut tedy můžete opravovat pomocí gyrokompasu a akcelerometry pomocí gravitace. Chyby se pak nehromadí dlouhodobě, ale jenom asi během jedné až půl druhé hodiny.

Na ponorce Nautilus byly tři hrozitánské plošiny tohoto typu, každá uvnitř velké koule, visely jedna vedle druhé ze stropu v navigační místnosti. Všechny tři byly nezávislé, pro případ, že by se některá z nich rozbila, anebo kdyby každá ukazovala něco jiného, aby navigátor mohl použít dva lepší výsledky ze tří. To ho muselo jistě hodně znervózňovat. Plošina byla ovšem každá trochu jiná, protože nemůžete vyrobit dvě naprosto stejné. Výchylky vyvolané malými nepřesnostmi musely být u každého přístroje proměřovány a přístroje kalibrovány tak, aby byly tyto výchylky kompenzovány.

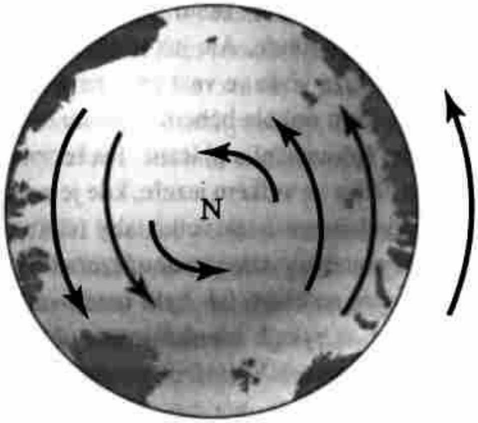
V Laboratoři tryskových pohonů existuje pracoviště, kde jsou některé z těchto přístrojů testovány. Je to zajímavé pracoviště, uvážíte-li, jak byste mohli kontrolovat takové přístroje. Nemůžete jít prostě na loď a začít se projíždět. V této laboratoři probíhá kontrola přístrojů vzhledem k zemské rotaci. Je-li přístroj citlivý, bude se natáčet podle rotace Země a bude driftovat. Měření tohoto driftu umožňuje určit nulové korekce během velmi krátké doby. Laboratoř je pravděpodobně jediná na světě, která pracuje na základě hlavního předpokladu, že se Země točí. Kdyby se Země netočila, kalibrace by se tam nemohly provádět.

4.9 Účinky zemské rotace

Další téma, o kterém bych chtěl hovořit, jsou účinky zemské rotace (kromě vlivu na kalibraci inerciálních navigačních přístrojů, o nichž už byla řeč).

Jeden z nejnápadnějších jevů, jimiž se zemská rotace projevuje, je vanutí větrů ve velkém měřítku. Existuje pověstná historka, kterou slýcháme znovu a znovu, o tom, že budete-li vypouštět vodu z vany a vytáhnete zátku, bude se voda otáčet v jednom směru na severní polokouli a v opačném směru na jižní polokouli. Když to ale zkusíte, zjistíte, že se to neděje. Důvod, proč předpokládáme, že by se to mělo dít, je tento. Mějme takovou výpusť na dně oceánu, pod severním pólem. Pak vytáhneme zátku a voda začne vytékat otvorem. (Viz obr. 4.23)

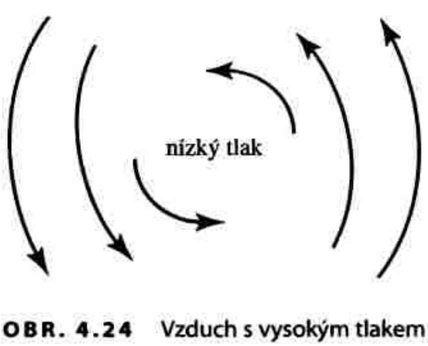
Oceán má obrovský poloměr a voda se bude působením zemské rotace pomalu otáčet kolem výpusti. Jak se voda bude přibližovat k otvoru, bude přecházet od velkého poloměru k malému, a proto se bude muset točit rychleji, aby zachovala svůj moment hybnosti (podobně jako když krasobruslařka při roztáčení přitáhne ruce



OBR. 4.23 Voda vytékající otvorem na severním pólu.

k tělu). Voda se otáčí stejným směrem, jakým rotuje Země, ale musí se pohybovat rychleji, takže ten, kdo stojí na Zemi uvidí, jak voda krouží kolem výpusti. To je v pořádku a tímto způsobem by to mělo probíhat. A tak to skutečně *probíhá* u větru. Vznikne-li někde oblast nižšího tlaku a obklopující vzduch se do ní hrne, potom místo aby se pohyboval přímo do středu, dostává se do jakéhosi postranního pohybu. Ve skutečnosti se tento postranní pohyb stane nakonec tak mohutným, že místo toho, aby vzduch směřoval dovnitř oblasti nízkého tlaku, prakticky kolem ní rotuje.

To je jeden ze zákonů počasí. Díváte-li se po větru na severní polokouli, nízký tlak je vždy na levé straně, vysoký tlak napravo (viz obr. 4.24). A to je právě způsobeno zemskou rotací. (Je to *skoro* pravda. Někdy se stane, za určitých bláznivých okolností, že to nefunguje. Kromě vlivu zemské rotace se někdy mohou uplatnit i jiné síly).

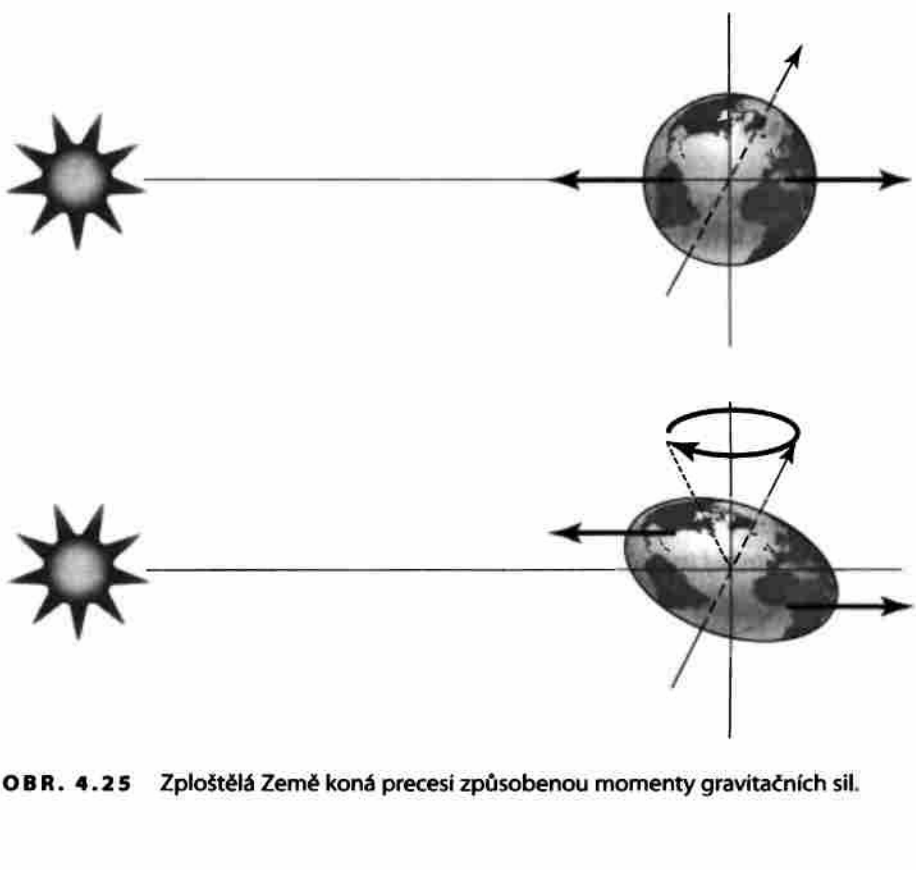


OBR. 4.24 Vzduch s vysokým tlakem se přibližuje k oblasti nízkého tlaku na severní polokouli.

Důvod, proč to nefunguje u vás ve vaně, je následující. Tento jev je vyvolán počáteční rotací vody a voda ve vaší vaně skutečně rotuje. Ale jak rychle rotuje Země? Jednu otáčku udělá *za den*. Můžete zaručit, že voda ve vaší vaně nezískala trochu pohybu v podobě jednoho šplouchnutí kolem dokola během *jednoho dne?*

Nikoliv. Obyčejně ve vaně dochází k mnoha šplouchání a plácání. Takže tento jev se uplatní jen v dostatečně velkém měřítku, třeba ve velkém jezeře, kde je voda dost klidná a vy můžete snadno ukázat, že cirkulace není tak velká, aby odpovídala jednomu oběhu kolem jezera za den. Když potom vyvrtáte ve dnu jezera otvor a necháte vodu vytékat, bude se otáčet správným směrem, jak bylo inzerováno.

Je tu ještě několik zajímavých otázek, které se týkají zemské rotace. Jedna z nich souvisí s tím, že Země nemá dokonalý kulový tvar. V důsledku rotace se od kulového tvaru trochu odchyluje. Odstředivé síly, které působí proti gravitaci, způsobují její zploštění. A vy můžete vypočítat, *jak moc* je Země zploštělá, víte-li, jak je poddajná. Budete-li předpokládat, že Země je jako dokonalá kapalina, která se deformuje do svého konečného tvaru, a spočítáte, jak velké má být zploštění, zjistíte, že výsledek souhlasí se skutečným zploštěním Země s přesností danou výpočty a měřením (asi na jedno procento).



OBR. 4.25 Zploštělá Země koná precesi způsobenou momenty gravitačních sil.

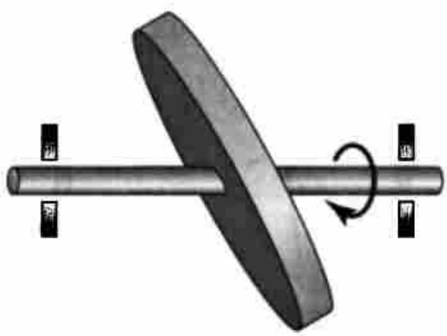
To neplatí pro Měsíc. Měsíc má mnohem nepravidelnější tvar, než by odpovídalo rychlosti jeho rotace. Jinými slovy Měsíc buď rotoval mnohem rychleji, když byl ještě v tekutém stavu, a pak rychle ztuhl a odolával snaze dodat mu správný tvar, nebo nebyl nikdy tekutý, ale byl utvářen dopady proudů meteoritů. A ten Bůh, který to prováděl, to nedělal dost přesně a vyrovnaně, takže Měsíc je trochu nakřivo.

Chtěl bych se ještě zmínit o faktu, že zploštělá Země rotuje kolem osy, která není kolmá k rovině zemského oběhu kolem Slunce (nebo rovině oběhu Měsíce kolem Země, která je přibližně stejná). Kdyby Země byla dokonale kulová, gravitační a odstředivé síly, které na ni působí, by byly vyrovnány vzhledem k jejímu středu. Ale protože je Země zploštělá, tyto síly nejsou vyrovnány a na Zemi působí moment gravitačních sil, které se snaží postavit zemskou osu kolmo k rovině oběhu. Takže podobně jako velký gyroskop, Země vykonává v prostoru precesi. (Viz obr. 4.25)

Zemská osa, která dnes ukazuje na Polárku, ve skutečnosti pomalu driftuje a průběhem času bude mířit ke všem hvězdám na obloze, které vytvářejí velký kužel, jehož osa je odchýlena o 23,5 stupně. Zemské ose trvá 26 000 let, než se vrátí opět k polární hvězdě, takže převtělíte-li se opět za 26 000 let do své nynější podoby, neuvidíte nic nového. V jiné době se ovšem budete muset učit jinou polohu a pravděpodobně i jiné jméno „polární" hvězdy.

4.10 **Rotující kotouč**

Na konci poslední přednášky (viz *Přednášky,* díl I., kapitola 20 „Rotace v prostoru") jsme diskutovali o zajímavém faktu, že moment hybnosti tuhého tělesa nemusí mít nutně stejný směr jako jeho úhlová rychlost. Jako příklad jsme uvažovali kotouč, který je upevněn na rotující hřídeli v nakloněné pozici, jak je ukázáno na obr. 4.26. Rád bych prozkoumal tento případ podrobněji.



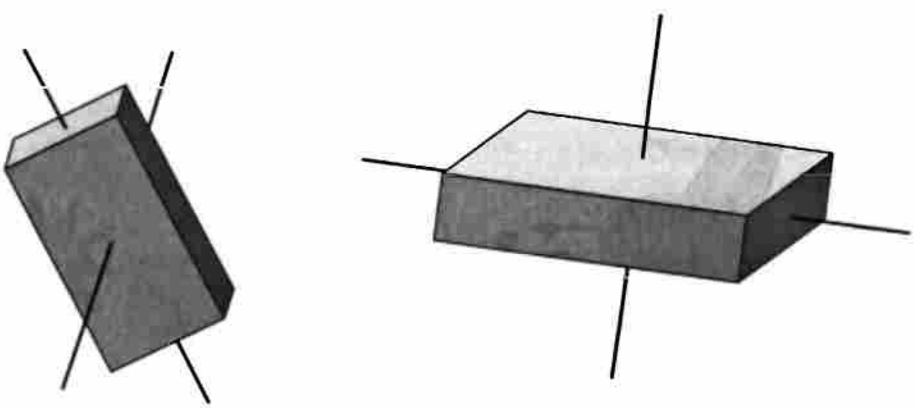
OBR. 4.26 Kotouč je upevněn v nakloněné pozici k rotující hřídeli.

Nejdřív chci připomenout zajímavou věc, o které jsme už mluvili. Totiž, že u každého tuhého tělesa existuje osa rotace procházející jeho těžištěm taková, že moment setrvačnosti vzhledem k této ose je největší, dále pak osa rotace procházející těžištěm taková, že moment setrvačnosti vzhledem k této ose je nejmenší a tyto dvě osy jsou k sobě kolmé. Je to dobře vidět u pravidelného kvádru, jak je znázorněno na obr. 4.27, ale překvapivě to platí pro každé tuhé těleso.

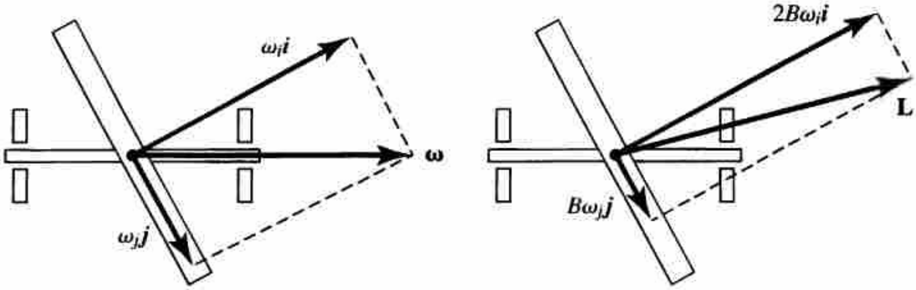
Tyto dvě osy a osa, která je k nim oběma kolmá se nazývají *hlavní osy setrvačnosti tělesa*. Hlavní osy tělesa mají následující speciální vlastnost. Složka vektoru momentu hybnosti tělesa je rovna složce jeho úhlové rychlosti v tomto směru násobené momentem setrvačnosti tělesa vzhledem k této ose. Jsou-li tedy $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ jednotkové vektory ve směru hlavních os tělesa a označíme-li odpovídající momenty setrvačnosti A, B, C, potom rotuje-li těleso kolem svého těžiště úhlovou rychlostí $\omega = (\omega_i, \omega_j, \omega_k)$, její moment hybnosti je

$$\boldsymbol{L} = A\omega_i\boldsymbol{i} + B\omega_j\boldsymbol{j} + C\omega_k\boldsymbol{k}. \tag{4.1}$$

Pro tenký kotouč hmotnosti m a poloměru r jsou hlavní osy orientovány takto: hlavní osa s největším momentem setrvačnosti $A = \frac{1}{2}mr^2$ je kolmá k rovině kotouče. Každá z os kolmá k této hlavní ose má nejmenší moment setrvačnosti $B = C = \frac{1}{4}mr^2$. Hlavní momenty setrvačnosti nejsou stejné, platí $A = 2B = 2C$. Takže roztočíme-li hřídel na obr. 4.26, moment hybnosti kotouče nebude rovnoběžný s jeho úhlovou rychlostí. Kotouč je vyvážen *staticky*, protože je upevněn na hřídeli v těžišti. Není ale vyvážen *dynamicky*. Otáčíme-li hřídelí, musíme otáčet vektorem momentu hybnosti, a tedy působit momentem síly. Obr. 4.28 ukazuje úhlovou rychlost kotouče ω a jeho moment hybnosti $\boldsymbol{L}$, a také jejich složky ve směru hlavních os setrvačností kotouče.



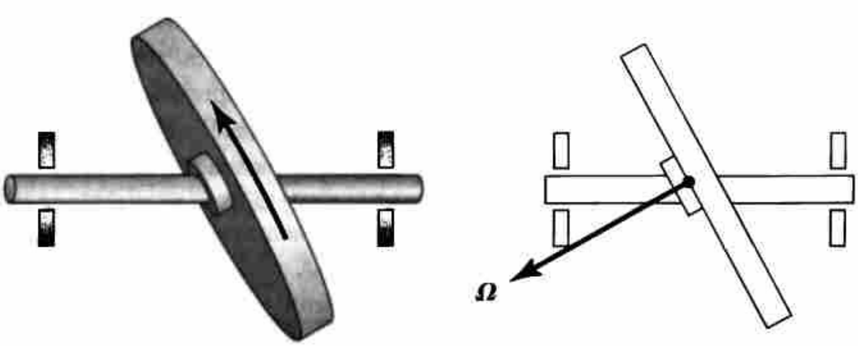
OBR. 4.27 Tělesa tvaru kvádru a jejich hlavní osy s nejmenším a největším momentem setrvačnosti.



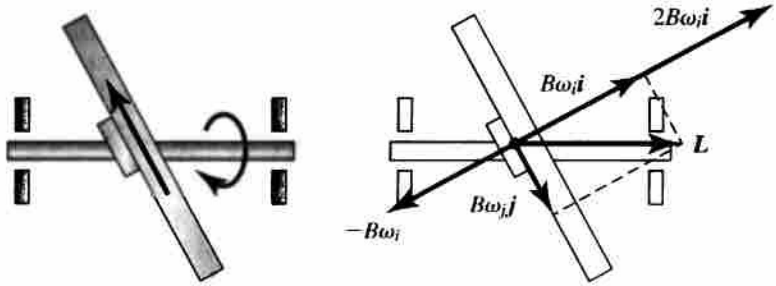
OBR. 4.28 Úhlová rychlost ω a moment hybnosti L kotouče otáčejícího se na hřídeli a jejich složky podél hlavních os setrvačnosti kotouče.

Uvažme teď následující zajímavou dodatečnou otázku. Předpokládejme, že jsme upevnili kotouč v ložisku tak, že jím můžeme otáčet také kolem *jeho* hlavní osy úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\Omega}$, jak je vidět na obr. 4.29.

Bude-li se hřídel otáčet, *výsledný* moment hybnosti kotouče bude dán rotací hřídele *a* rotací kotouče na hřídeli. Budeme-li roztáčet kotouč ve směru opačném, než jakém jím otáčí hřídel, podle obrázku 4.30 zmenšíme složku úhlové rychlosti kotouče kolem hlavní osy. Protože poměr hlavních momentů setrvačnosti kotouče je přesně 2 1, rovnice 4.1 nám říká, že otáčením kotouče v opačném směru přesně *poloviční* rychlostí, než jakou jím otáčí hřídel [takovou, že $\boldsymbol{\Omega} = -(\omega_i/2)\boldsymbol{i}$], můžeme dosáhnout takové zázračné situace, že celkový moment hybnosti bude mířit přesně podél hřídele. Pak ale můžeme hřídel úplně odstranit, protože na ni nepůsobí žádné síly!



OBR. 4.29 Rotace kotouče kolem jeho hlavní osy úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\Omega}$ na nehybné hřídeli.



OBR. 4.30 Otáčení hřídele a současné otáčení kotouče kolem jeho hlavní osy v opačném směru tak, že celkový moment hybnosti je rovnoběžný s hřídelí.

A právě tak rotuje volné těleso. Vyhodíte-li nějaký předmět do vzduchu, třeba talíř nebo minci, uvidíte, že nebude pouze rotovat kolem jedné osy. Jeho pohyb bude krásně využívat kombinace rotace kolem jeho hlavní osy a rotace kolem nějaké šikmé osy tak, že jako čistý výsledek bude dosaženo situace, kdy moment hybnosti je konstantní. To způsobuje, že těleso se kolébá. Také Země se kolébá.[3]

4.11 Zemská nutace

Na základě periody zemské precese – 26 000 let – bylo zjištěno, že největší moment setrvačnosti Země (kolem osy procházející póly) a nejmenší moment setrvačnosti (kolem nějaké osy ležící v rovině rovníku) se liší jen o 1/306. Země je tedy téměř koule. Avšak protože se tyto dva momenty setrvačnosti přece jen liší, každá porucha může vyústit v pomalou rotaci kolem nějaké jiné osy. Říkáme, že Země vedle precese vykonává také nutaci.

Nutační frekvenci Země můžete vypočítat, ukazuje se, že je rovna 306 dnům. A můžete ji velmi přesně změřit. Pól se vychyluje v prostoru o 50 stop měřeno na zemském povrchu. Kolébá se dokola, sem a tam, dosti nepravidelně, ale jeho hlavní pohyb má periodu 439 dní a *nikoli* 306. V tom je nějaké tajemství. Ale toto tajemství se dá snadno vysvětlit. Naše analýza byla prováděna pro dokonale tuhé těleso. Země ale není tuhá. Má uvnitř tekuté jádro, a tak zaprvé její perioda se liší

---

[3] Rotující a kolébající se kotouč měl zvláštní význam pro dr. Feynmana, jak se zmiňuje v kapitole „Důstojný profesor“ ve své knížce *To snad nemyslíte vážně, pane Feynmane!* *„Mé diagramy a celá ta záležitost, za kterou jsem dostal Nobelovu cenu, vznikly z toho, že jsem si pohrával s kolébajícím se talířem.“*

od periody tuhého tělesa. Za druhé její nutační pohyb je tlumen, takže nakonec by se měl zastavit. Proto je tak malý. Co ji vůbec nutí k nutaci, přes působící útlum, jsou různé nepravidelné jevy, které zachvívají Zemí, jako náhlé pohyby vzduchu nebo oceánské proudy.

4.12 Moment hybnosti v astronomii

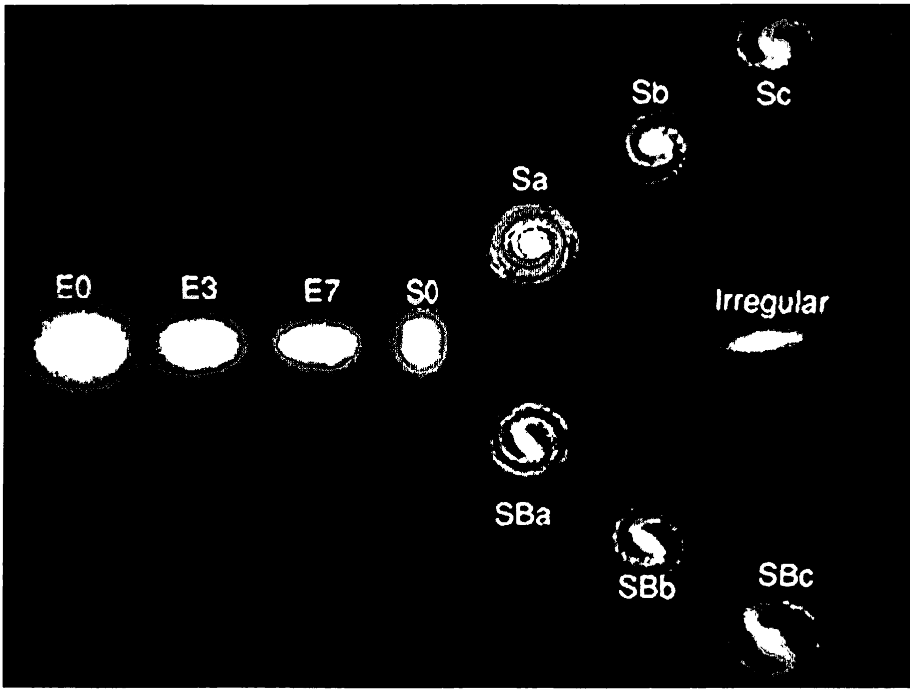
Jedna z nejnápadnějších charakteristik sluneční soustavy objevená Keplerem je to, že všechno obíhá po elipsách. To bylo nakonec vysvětleno na základě gravitačního zákona. Ale existuje řada dalších věcí týkajících se sluneční soustavy, různá podivná zjednodušení, která se vysvětlují obtížněji. Například všechny planety se zdají obíhat kolem Slunce zhruba v téže rovině a s výjimkou jedné nebo dvou všechny rotují kolem svých pólů stejným způsobem, od západu na východ, jako Země. Skoro všechny planetární měsíce obíhají ve stejném směru, a tak s několika málo výjimkami se všechno otáčí týmž směrem. Zajímavá otázka zní: jak se vlastně sluneční soustava do tohoto pohybu dostala?

Zkoumáme-li původ sluneční soustavy, jedna z nejdůležitějších úvah se týká momentu hybnosti. Představíte-li si celou hromadu prachu nebo plynu, který se gravitačními silami smršťuje, potom i kdyby měl v sobě jen malé množství vnitřního pohybu, jeho moment hybnosti se musí zachovávat. Jeho „ruce“ se přitahují k tělu a moment setrvačnosti se zmenšuje, takže úhlová rychlost musí růst. Je možné, že vznik planet je pouze výsledkem toho, že sluneční soustava potřebovala čas od času uskladnit část svého momentu hybnosti, aby se mohla dále smršťovat. Nevíme.

Je však skutečností, že 95 % momentu hybnosti sluneční soustavy připadá na planety a nikoli na Slunce. (Slunce ovšem také rotuje, ale připadá na ně jen 5 % momentu hybnosti sluneční soustavy.) O tomto problému bylo mnohokrát diskutováno, ale pořád není jasné, jak se plyn smršťuje nebo jak se prachový oblak shlukuje za pomalé rotace. Většina diskusí začíná tím, že se moc mluví o momentu hybnosti, ale pak, když se provede rozbor, se už nebere v úvahu.

Jiný důležitý problém v astronomii má co dělat s vývojem galaxií, mlhovin. Co určuje jejich tvar? Obr. 4.31 ukazuje několik různých typů mlhovin: známé obyčejné spirální mlhoviny (podobné naší vlastní Galaxii), spirální mlhoviny s příčkou (jejichž dlouhá ramena vycházejí ze střední příčky) a eliptické mlhoviny (které dokonce ramena nemají). A otázka zní, proč jsou tak odlišné?

Je ovšem možné, že hmotnosti různých mlhovin jsou různé a že začínáte-li s různým množstvím hmoty, dostanete různé konečné tvary. To je možné, ale protože spirální charakter mlhovin určitě nějak souvisí s jejich momentem hybnosti, zdá se pravděpodobnější, že rozdíly mezi mlhovinami se dají spíše vysvětlit růz-



OBR. 4.31 Různé typy mlhovin – spirální, spirální s příčkou a eliptické.

ným počátečním momentem hybnosti původního oblaku plynu či prachu (nebo prostě něčeho, o čem si myslíme, že z toho mlhovina vznikla).

Někteří lidé navrhovali jinou možnost, a to že různé typy mlhovin představují různé stupně jejich vývoje. To by ovšem znamenalo, že jsou všechny různého stáří, což by mělo dramatické důsledky pro naši teorii vývoje vesmíru. Došlo na počátku k jednomu obrovskému výbuchu, po němž plyn postupně kondenzoval a vytvářel různé typy galaxií? Potom by měly být všechny stejně staré. Nebo galaxie stále vznikají z trosek rozmetaných do prostoru a mohou tedy být různého stáří?

Správné chápání vzniku galaxií je otázkou mechaniky. Tato otázka souvisí s momentem hybnosti a nebyla dosud vyřešena. Fyzikové by se měli stydět. Astronomové se jich stále ptají: „Proč nám nevypočítáte, co se stane, máte-li velké množství haraburdí, které se gravitací smršťuje a rotuje? Můžete vysvětlit, jaký tvar bude mít taková mlhovina?“ A zatím jim nikdo neodpověděl.

4.13 Moment hybnosti v kvantové mechanice

V kvantové mechanice základní zákon $F = ma$ neplatí. Přesto však některé věci zůstávají. Zůstává zákon zachování energie, zákon zachování hybnosti a také zákon zachování *momentu* hybnosti. Ten zůstává dokonce ve velmi krásné podobě a tkví hluboko v srdci kvantové mechaniky. Moment hybnosti je vlastně ústředním bodem v analýzách kvantové mechaniky a je to ve skutečnosti jeden z hlavních důvodů, proč se jím v mechanice tolik zabýváme. Umožní nám to porozumět jevům probíhajícím v atomech.

Jeden ze zajímavých rozdílů mezi klasickou a kvantovou mechanikou je následující. V klasické mechanice daný objekt může mít *libovolný* moment hybnosti, může rotovat všemi možnými rychlostmi. V kvantové mechanice moment hybnosti vzhledem k dané ose nemůže být libovolný. Může mít jen takové hodnoty, které jsou celým nebo polocelým násobkem Planckovy konstanty dělené 2π ($h/2\pi$ neboli $\hbar$), a musí skákat z jedné hodnoty na druhou jen po kvantech velikosti $\hbar$. To je jeden z hlubokých principů kvantové mechaniky spojený s momentem hybnosti.

Nakonec ještě jedna zajímavost. Elektron si představujeme jako fundamentální částici, nejjednodušší, jak je vůbec možné. Nicméně i elektron má svůj vnitřní moment hybnosti. Malujeme si ho ne prostě jako bodový náboj, ale jako bodový náboj, který je jakýmsi limitním případem skutečného objektu s momentem hybnosti. Je něco jako těleso rotující kolem své osy v klasické teorii, ale ne přesně. Ukazuje se, že elektron je analogický nejjednoduššímu druhu setrvačníku a představujeme si, že má velmi malý moment setrvačnosti a rotuje nesmírnou rychlostí kolem své hlavní osy. A co je zvlášť zajímavé, to co vždycky děláme v klasické mechanice v prvním přiblížení, když zanedbáváme moment setrvačnosti kolem osy precese, se zdá u elektronu platit *přesně.* Jinak řečeno elektron se jeví jako setrvačník s nekonečně malým momentem setrvačnosti rotující nekonečně velkou úhlovou rychlostí, takže má *konečný* moment hybnosti. Je to limitní případ. Není to *přesně* totéž co setrvačník – je to dokonce jednodušší. Ale pořád je to záhada.

Mám tady po ruce vnitřek gyroskopu ukázaného na obr. 4.13. Kdo chcete, můžete se na něj přijít podívat. Pro dnešek je to všechno.

4.14 Po přednášce

Feynman: Podíváte-li se dost pozorně zvětšovacím sklem, můžete vidět vééélmi jemné polokruhové drátky, které dodávají energii do nádobky a jsou spojeny tady s těmi malými hroty zvenku.

Student: Kolik jedna taková věc asi stojí?

Feynman: Bůhví, kolik to stojí. Je v tom obsaženo tolik přesné práce, ani ne tak na *výrobu* takové věci, jako spíš na kalibraci a měření. Vidíte tady ty malinkaté dírky a čtyři zlaté špendlíčky, které vypadají, jako by je někdo ohnul? Ty špendlíčky jsou ohnuty přesně tak, aby nádobka byla dokonale vyvážena. Kdyby se ale změnila hustota oleje, nádobka by se nemohla vznášet. Klesla by do oleje nebo by se vynořila z oleje a objevily by se síly působící na čepy. Abyste mohli udržet hustotu oleje přesně takovou, aby se v něm nádobka vznášela, musíte udržovat jeho správnou teplotu pomocí topné spirálky s přesností několika *tisícin* stupně. A pak je tu ještě drahokamový čep, hrot, který je upevněn v drahokamu, jako u hodinek. Takže vidíte, že to musí být velmi drahé, já ani nevím jak.

Student: Nedělaly se nějaké práce na výzkumu gyroskopu, který představoval závaží na konci ohebné tyčky?

Feynman: Ano, ano. Pokoušeli se zkusit i jiné konstrukce, jiné metody.

Student: Nezjednodušil by se ten problém s ložisky?

Feynman: Jedna věc by se zjednodušila, ale vznikly by jiné problémy.

Student: Používal se takový gyroskop?

Feynman: Nevím o tom. Gyroskopy, o kterých jsme diskutovali, jsou jediné, které se skutečně používaly až dosud. Nemyslím, že jiné konstrukce by se jim mohly *zatím* vyrovnat, ale jsou jim blízko. Je to výzkum na předním kraji. Lidé stále navrhují nové gyroskopy, nové přístroje, nové způsoby a může se docela dobře stát, že některý z nich vyřeší naše problémy. Například tu šílenost, že musíte mít ložiska hřídele tak jemná a přesná. Budete-li si s gyroskopem nějakou dobu pohrávat, zjistíte, že tření působící na jeho *hřídel není* malé. Důvod je ten, že budou-li mít ložiska příliš malé tření, hřídelka bude poskakovat a budete se muset zabývat tou desetimiliontinou palce, což je směšné. Musí existovat nějaký lepší způsob.

Student: Pracoval jsem v mechanické dílně.

Feynman: Takže můžete ocenit, co znamená desetimiliontina palce, to je nemožná věc.

Jiný student: A co použít ferrokeramiku?

Feynman: Myslíte tu záležitost s nadnášením supravodiče v magnetickém poli? Zdá se, že dotknete-li se koule rukou, proudy, které jsou generovány proměnným polem se trochu zeslabí. Výzkumníci se pokoušejí si s tou věcí poradit, ale *zatím* se to nedaří. Je spousta jiných chytrých nápadů, ale chtěl jsem vám ukázat jenom jeden, který byl doveden do technické realizace, se všemi podrobnostmi.

Student: Tady ty pružinky uvnitř jsou děsně jemné.

Feynman: Jo. Nejenom, že jsou jemné ve smyslu drobné, ale jsou jemné i v tom smyslu, jak byly vyrobeny. Musel být použit zvláštní materiál, dobrá pružinová ocel, všechno dokonalé. Tenhle druh gyroskopů je ve skutečnosti nepraktický. Je *tak obtížné* vyrobit je s potřebnou přesností. Musí se vyrábět v místnosti, kde není absolutně žádný prach, lidé musí mít speciální pláště, rukavice, obuv a masky. Kdyby se zrníčko prachu usadilo na jedné z těchhle věciček, bylo by hned špatné tření. Vsadil bych se, že toho víc vyhazují než úspěšně vyrobí, protože všechno musí být uděláno *tak* pečlivě. To není jen nějaká malá věc, kterou sestavujete dohromady, je to mnohem obtížnější. Taková pozoruhodná přesnost je právě na hranici našich současných schopností. Proto je to tak zajímavé a každé zlepšení, které můžete navrhnout nebo vynalézt by bylo samozřejmě velká věc. Jeden z velkých problémů spočívá v tom, že když se osa nádobky vychýlí ze střední polohy a ta věc se otáčí, potom měříte pootočení kolem špatné osy a dostanete nějaký legrační výsledek. Ale zdá se mi očividné (nebo skoro – můžu se mýlit), že to není podstatné. Musí existovat nějaký způsob, jak podpírat rotující věc tak, aby podpěry udržovaly osu procházející těžištěm. Zároveň můžete měřit, je-li osa vychýlena. Protože vychýlení je něco jiného, než když je osa mimo těžiště. Rádi bychom dosáhli toho, aby přístroj přímo měřil vychýlení kolem těžiště. Kdybychom mohli nějak vypočítat, že měřící zařízení *skutečně* měří vychýlení osy kolem těžiště, potom by nezáleželo na tom, jestli se těžiště chvěje. Jestliže se celá plošina chvěje vždycky *stejným způsobem,* jako ta věc, kterou chcete měřit, pak neexistuje způsob, jak z toho *ven.* Ale ten setrvačník, který se dostává mimo těžiště, *není* přesně totéž, jako to, co chceme měřit, takže tady musí existovat nějaké východisko.

Student: Dá se obecně říct, že mechanické a analogové integrátory jsou horší než elektrické a digitální?

Feynman: V podstatě ano. Většina integrujících zařízení je elektrická. Ale jsou dva typy těchto integrátorů. Jeden nazývají analogový; takový přístroj používá *fyzikální metodu,* takovou, že výsledek měření je integrálem něčeho. Například máte-li rezistor a vznikne na něm nějaké napětí, bude rezistorem protékat určitý proud úměrný tomuto napětí. Ale budete-li měřit celkový náboj a ne proud, dostanete integrál proudu. Uváděli jsme mechanický případ – měřením úhlu jsme integrovali zrychlení. Takhle můžete integrovat různými způsoby a nezáleží na tom, jestli mechanicky nebo elektricky. Obyčejně se to dělá elektricky, ale pořád je to analogový způsob.

Pak máme jinou možnost, a to získat signál a převést ho např. na měření frekvence. Pak dostanete spoustu pulzů a když je signál silnější, pulzy přicházejí častěji. A pak počítáte pulzy, víte?

Student: A integrujete počet pulzů?

Feynman: Prostě *počítáte* pulzy. Můžete je počítat přístrojem, který připomíná takové ty malé krokoměry, na které zatlačíte po každém pulzu, nebo můžete dělat totéž elektricky s cívečkami, které běhají sem a tam. Když potom chcete integrovat znovu, můžete to už dělat numericky, jako při numerickém integrování na tabuli. V podstatě můžete použít sčítací stroj – nikoli integrátor, ale sčítací stroj – ke sčítání čísel a *tato* čísla nebudou vykazovat žádné patrné chyby, je-li stroj správně zkonstruován. Takže chyby vzniklé integrováním můžeme prakticky vyloučit, i když přetrvávají chyby pocházející z měřicího zařízení, tření atd. Digitální integrátory se zatím moc *nepoužívají* u skutečných raket a ponorek. Ale blížíme se k tomu. *Mohly by* nás zbavit chyb způsobených nepřesnostmi integrujících strojů, a zbavíme se jich, jakmile převedeme signál na to, čemu se říká digitální informace, tedy na věci, které se dají počítat.

Student: A pak bychom prostě měli digitální počítač?

Feynman: Pak byste měli něco jako digitální počítač, který numericky provádí dvojí integrování.

V perspektivě je to lepší než dělat to analogově. Počítání se dnes dělá většinou analogově, ale pravděpodobně brzy přejdeme na digitální způsoby, možná za rok nebo za dva, protože ty nevykazují chyby.

Student: Můžete použít stomegacyklovou logiku?

Feynman: Rychlost tu není podstatná, to je jen otázka konstrukce počítače. Analogové integrátory nejsou dnes už dost přesné, a tak je snadnější přejít na digitální. Myslím, že to bude pravděpodobně další krok. Ale skutečný problém je ovšem sám gyroskop, *ten* musíme pořád vylepšovat.

Student: Moc děkuju za přednášku o aplikacích. Myslíte, že byste později v trimestru mohl ještě nějakou přednést?

Feynman: Vám se líbí tyhle záležitosti s aplikacemi?

Student: Chtěl bych se věnovat inženýrství.

Feynman: V pořádku. To je samozřejmě jedna z nejkrásnějších věcí v mechanickém inženýrství.

Vyzkoušíme si to. Je to zapnuté?

Student: Ne, myslím, že to není v zásuvce.

Feynman: Aha, promiňte. Už to je. Tak a *teď* to zapněte.

Student: Když to zapnu, tak to ukazuje „vypnuto“

Feynman: Co? Nevím, co se stalo. Na tom nezáleží. Promiňte.

Jiný student: Můžete ještě jednou vysvětlit, jak Coriolisova síla působí na gyroskop?

Feynman: Ano.

Student: Už chápu, jak to působí na kolotoči.

Feynman: Dobrá. Tady je kolo, které se otáčí na hřídeli. Jako kolotoč, když se točí. Chci vám ukázat, že k tomu, abych mohl natočit *hřídel,* musíme *působit proti precesi,* neboli budou mechanická napětí v tyčích, které udržují hřídel, jasné?

Student: Jasné.

Feynman: Teď se pokuste sledovat, jak se *skutečně* pohybuje nějaký určitý bod, nějaká částečka *na* setrvačníku, když budeme natáčet osu. Kdyby setrvačník *nerotoval,* odpověď by zněla, že tento bod se pohybuje po kružnici. Působí na něj odstředivá síla, která je vyrovnána napětím ve špicích kola. Ale kolo se *točí,* velmi rychle. Takže když pootáčíme hřídel, bod se pohybuje a kolo se také otáčí, vidíte? Nejdřív je tady, potom tady, pohybuje se sem nahoru a setrvačník se otáčí. Takže náš bod se pohybuje po nějaké křivce. Když se pohybujete podél nějaké křivky musíte táhnout – to dělá odstředivá síla. Tato síla ale není vyrovnána napětím ve špicích, které působí radiálně, musí být vyrovnávána nějakou silou působící na setrvačník *do strany.*

Student: Aha!

Feynman: Takže abych *udržel* tuhle hřídel, když setrvačník rotuje, musím ji tlačit do strany. Chápete?

Student: Jo.

Feynman: Je tu ještě jedna věc. Můžete se zeptat: „Působí-li tam síla do strany, proč se nepohybuje celý *gyroskop?*" Zřejmá odpověď je, že druhá strana setrvačníku se pohybuje *opačným směrem.* A když si zopakujete tutéž proceduru a budete sledovat dráhu nějakého bodu na druhé straně rotujícího setrvačníku, zjistíte, že tam působí opačná síla. Takže na gyroskop nepůsobí žádná výsledná síla.

Student: Začínám tomu rozumět, ale nechápu, jaký je rozdíl v tom, že setrvačník rotuje.

Feynman: To je právě ten největší rozdíl na světě. A čím rychleji se setrvačník točí, tím je jeho účinek výraznější, i když to chce trochu se zamyslet nad tím proč. Točí-li se rychleji, potom křivka, kterou opisuje bod na setrvačníku není tak ostrá. Na druhé straně je pak složitější ho sledovat. V každém případě se ukazuje, pohybuje-li se setrvačník rychleji, působící síla je větší, vlastně úměrná rychlosti.

Jiný student: Doktore Feynmane...

Feynman: Ano?

Student: Je pravda, že umíte zpaměti násobit sedmiciferná čísla?

Feynman: Ne. To *není* pravda. Dokonce není ani pravda, že umím násobit zpaměti *dvouciferná* čísla. Umím násobit jen *jednociferná* čísla.

Student: Znáte nějaké učitele filozofie na Central College ve Washingtonu?

Feynman: Proč?

Student: Mám tam přítele. Nějakou dobu jsem ho neviděl a o vánočních prázdninách se mě zeptal, co dělám. Řekl jsem mu, že studuji na Caltechu. A tak se zeptal: „Znáš tam nějakého učitele, který se jmenuje Feynman?" Protože jejich učitel filozofie jim řekl, že nějaký chlápek jménem Feynman na Caltechu umí zpaměti násobit sedmiciferná čísla.

Feynman: Není to pravda. Ale zase umím jiné věci.

Student: Můžu si ten přístroj vyfotografovat?

Feynman: Jistě. Chcete snímek nějakého detailu?

Student: Já myslím, že odtud to bude stačit. Ale hlavně, abych tam měl na památku vás.

Feynman: Já si *vás* pamatovat budu.

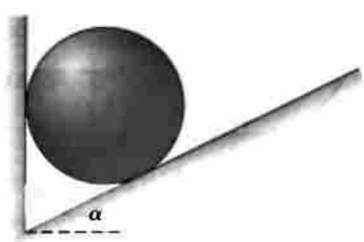
5 Vybrané úlohy[1]

Následující úlohy jsou uspořádány do oddílů odpovídajících kapitolám knihy *Cvičení k úvodu do fyziky (Exercises in Introductory Physics)*. V závorce uvádíme příslušnou kapitolu *Feynmanových přednášek z fyziky*, kde je potřebná látka probírána. Např. látka ke cvičením oddílu 5.1 Zachování energie, statika (díl I., kap. 4) znamená, že příslušná látka je probírána v I. díle, 4. kapitole *Feynmanových přednášek z fyziky*.[2]

V každém oddílu jsou úlohy rozčleněny do kategorií podle stupně obtížnosti. V pořadí, v jakém jdou po sobě, jsou to snadné úlohy (*), středně těžké úlohy (**) a složitější, obtížnější úlohy (***). Průměrný student by neměl mít žádné problémy při řešení úloh označených jako snadné a měl by umět vyřešit středně těžké úlohy v přijatelné době – řekněme během dvaceti minut na každou úlohu. Náročnější úlohy obecně vyžadují hlubší fyzikální porozumění nebo rozsáhlejší úvahy a budou zajímavé především pro nadprůměrné studenty.

5.1 Zachování energie, statika (díl I., kap. 4)

***1.1** Koule poloměru 3,0 cm a hmotnosti 1,00 kg spočívá na nakloněné rovině svírající úhel α s vodorovnou rovinou a také se dotýká svislé stěny. Obě plochy jsou dokonale hladké. Určete sílu, jíž koule působí na každou z ploch.

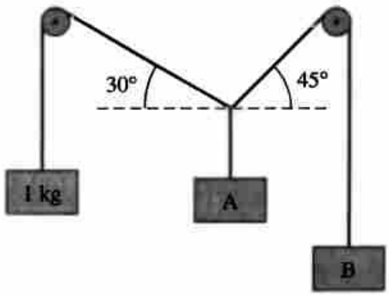


OBR. 1.1

[1] Vybráno z knihy Roberta B. Leightona a Rochuse E. Vogta *Exercises in Introductory Physics*, Addison-Wesley 1969. Katalog knihovny Kongresu USA č. 73-82143. Viz též zmínku v Úvodu Michaela Gottlieba k této publikaci.

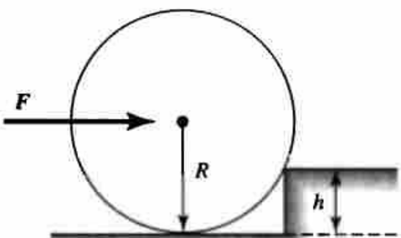
[2] Poznámka k českému překladu. Velká část zde publikovaných ukázkových úloh byla zařazena do českého překladu *Feynmanových přednášek z fyziky*, I. díl, nakladatelství Fragment, 2000. V českém překladu jsou uvedeny i návody k řešením. V takových případech uvádíme u příslušných úloh i její číslo v českém překladu, a to v hranaté závorce, např. 1.8 [4.5].

***1.2** Soustava ukázaná na obrázku je ve statické rovnováze. Použijte princip virtuální práce a určete hmotnosti A a B. Hmotnost závěsů a tření kladek zanedbejte.



OBR. 1.2

***1.3** Jak velká vodorovná síla F působící na osu je zapotřebí k tomu, aby kolo hmotnosti M a poloměru R vystoupilo na stupeň výšky h?



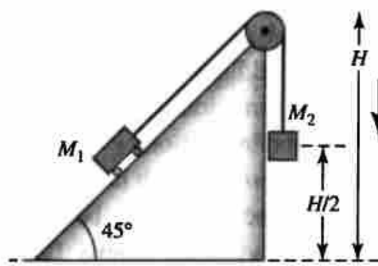
OBR. 1.3

****1.4** Hmotnost M_1 klouže po nakloněné rovině pod úhlem 45° z výšky H, jak je ukázáno na obrázku. Je spojena ohebným vláknem zanedbatelné hmotnosti přes malou kladku, rovněž zanedbatelné hmotnosti, se stejnou hmotností M_2, která visí svisle (viz obrázek). Délka vlákna je taková, že obě hmotnosti mohou být udrženy v klidu ve stejné výšce $H/2$. Rozměry hmotností a kladek jsou zanedbatelné ve srovnání s H. V okamžiku
$t = 0$ jsou obě hmotnosti uvolněny.

a) Vypočítejte zrychlení M_2 ve svislém směru pro $t > 0$.

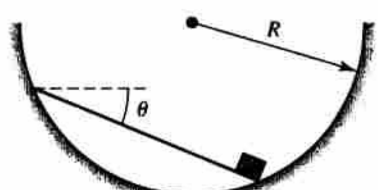
b) Která z hmotností bude klesat? V kterém okamžiku t_1, narazí na zem?

c) Narazí-li jedna z hmotností na zem podle případu b) a druhá se bude ještě pohybovat, ukažte, zda narazí na kladku nebo ne.



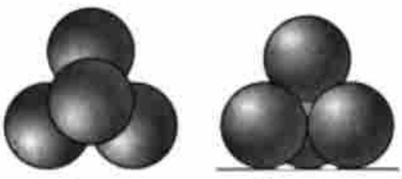
OBR. 1.4

****1.5** Tyčka hmotnosti M a délky $\sqrt{3}R$ leží v hladkém kruhovém korytě poloměru R. Na jednom konci tyčky je upevněna hmotnost $M/2$. Najděte úhel θ, který svírá tyčka s vodorovným směrem, je-li v rovnovážné poloze.



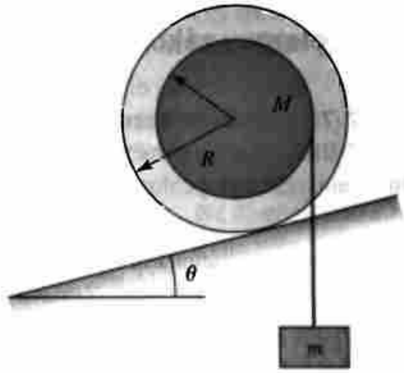
OBR. 1.5

**1.6 Na nádvoří Světového obchodního centra má být umístěna ozdoba tvořená čtyřmi stejnými hladkými kovovými koulemi, každá o hmotnosti $2\sqrt{6}$ tun. Koule mají být uspořádány podle obrázku; tři z nich mají ležet ve vodorovné rovině a vzájemně se dotýkat a čtvrtá má na nich ležet volně. Tři spodní mají být zabezpečeny před rozestoupením bodovými svary v místech doteku. Je-li zadán bezpečnostní faktor rovný 3, určete, jak velkou napěťovou sílu shora musí svary překonávat.



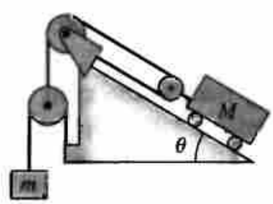
OBR. 1.6

**1.7 Cívka o hmotnosti $M = 3$ kg se skládá ze středního válce poloměru $r = 5$ cm a dvou koncových kruhových desek poloměru $R = 6$ cm. Je umístěna na drsné nakloněné rovině, po níž se může valit bez prokluzování. Na konci vlákna navinutého na cívce je zavěšena hmotnost $m = 4{,}5$ kg. Pozorujeme, že soustava je ve statické rovnováze. Jaký je úhel náklonu roviny?



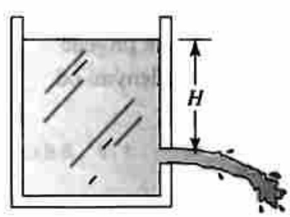
OBR. 1.7

**1.8 [4.5] Vozík je udržován na nakloněné rovině závažím o hmotnosti m, které je zavěšeno, jak vidíme na obrázku. Tření všech částí můžeme zanedbat. Určete hmotnost vozíku M.



OBR. 1.8

**1.9 [4.12] V nádobě konstantního vodorovného průřezu S je ideální kapalina hustoty ρ. Kapalina volně vytéká malým otvorem průřezu s v hloubce H. Jakou rychlostí kapalina z nádoby vytéká?



OBR. 1.9

5.2 Keplerovy zákony a gravitace (díl I., kap. 7)

***2.1 [7.7]** Excentricita zemské trajektorie je 0,0167. Najděte poměr maximální a minimální orbitální rychlosti Země.

****2.2** Pravá geostacionární družice obíhá synchronně s rotací Země. Zůstává stále ve stejné poloze vzhledem k bodu na zemském povrchu.

a) Uvažujte přímku spojující střed Země s družicí. Leží-li bod P na průsečíku této přímky se zemským povrchem, jaká je jeho zeměpisná šířka? Vysvětlete.

b) Jaká je vzdálenost r_d od středu Země ke geostacionární družici hmotnosti m? Vyjádřete r_d v jednotkách vzdálenosti Země a Měsíce r_{ZM}.

Návod: Považujte Zemi za homogenní kouli. Oběžnou dobu Měsíce vezměte rovnou $T_M = 27$ dní.

5.3 Kinematika (díl I., kap. 8)

***3.1** Průzkumný balon s vědeckými přístroji stoupá rychlostí 1 000 stop za minutu. Ve výšce 30 000 stop balon exploduje a jeho náklad padá volným pádem. (Taková neštěstí se stávají!)

a) Po jakou dobu se náklad nacházel mimo zemský povrch?

b) Jakou rychlostí náklad dopadne?

Odpor vzduchu zanedbejte.

***3.2** Uvažujte vlak, který se může rozjíždět s maximálním zrychlením 20 cm s^{-2} a brzdit se zpomalením 100 cm s^{-2}. Jaký je nejkratší čas, za který vlak projede mezi dvěma stanicemi vzdálenými od sebe 2 km?

***3.3** Vyhodíte-li malý míček svisle vzhůru v reálném odporujícím vzduchu bude déle stoupat nebo padat zpět?

****3.4** Na přednáškové demonstraci se malá ocelová kulička odráží od ocelové desky. Při každém dopadu se rychlost kuličky zmenší koeficientem e, tj.

$$v_{\mathrm{odrazu}} = e \quad v_{\mathrm{dopadu}}.$$

Byla-li kulička původně vypuštěna z výšky 50 cm nad deskou v okamžiku $t = 0$ a jestliže po 30 sekundách zvuk mikrofonu indikoval, že odrazy skončily, jaká je hodnota e?

**3.5 Řidič automobilu jede za kamionem a náhle si všimne, že mezi dvěma zadními pneumatikami kamionu se zachytil kámen. Protože to byl opatrný řidič (a fyzik), okamžitě zvětšil svou vzdálenost od kamionu na 22,5 m, aby nedošlo k nárazu kamene na jeho vůz v případě, že by se kámen uvolnil. Jakou rychlostí se pohyboval kamion? (Předpokládejte, že kámen neodskočí po nárazu na zem.)

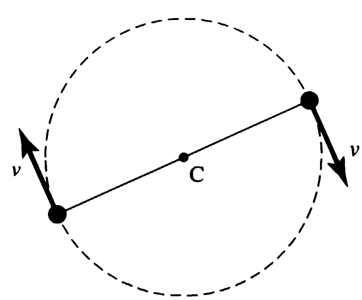
***3.6 [8.6] Student prvního ročníku Caltechu, který nemá dostatek zkušeností s dopravními policisty, byl pokutován za rychlou jízdu. Když pak na přímém úseku dálnice uviděl plakát s nápisem „Zkontrolujte svůj tachometr", rozhodl se to vyzkoušet. V okamžiku, kdy míjel nulovou čáru označeného úseku, šlápl na plyn a snažil se udržovat vůz v pohybu se stálým zrychlením. Všiml si, že za 16 sekund míjí sloupek s označením 0,10 míle a za dalších 8 sekund značku 0,20 míle.

a) Jakou rychlost by měl ukazovat jeho tachometr na značce 0,20 míle?
b) Jaké bylo jeho zrychlení? (Americká míle je 1 609 m.)

***3.7 [8.8] Na dlouhém vodorovném úseku zkušebního polygonu v Edwards AFB se testují raketové a letecké reaktivní motory. Jednoho dne raketový motor startoval z klidu, pohyboval se se stálým zrychlením až do vyhoření paliva a pak pokračoval v pohybu stálou rychlostí. Palivo mu došlo přesně v polovině měřené vzdálenosti. Při dalším testu reaktivní motor startoval z klidu a urazil stejnou dráhu se stálým zrychlením, a to za stejnou dobu. Čemu je roven poměr zrychlení obou testovaných souprav?

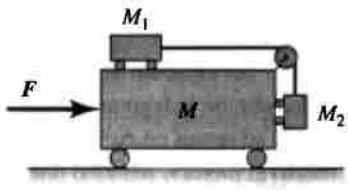
5.4 Newtonovy zákony (díl I., kap. 9)

*4.1 Dvě tělesa o stejné hmotnosti $m = 1$ kg, která jsou spojena pevným vláknem délky $l = 2$ m, se pohybují po kruhové dráze konstantní rychlostí $v = 5$ m s^{-1} kolem společného středu v beztížném prostředí. Jaká je napěťová síla vlákna?



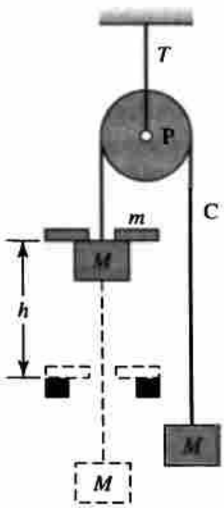
OBR. 4.1

4.2 [9.13] Jaká stálá vodorovná síla musí působit na vozík M, aby se závaží M_1 a M_2 vzhledem k vozíku nepohybovala? Tření zanedbejte.



OBR. 4.2

4.3 [9.8] Na obrázku je znázorněn jeden z prvních přístrojů k měření tíhového zrychlení, Atwoodův padostroj. Kladka P a vlákno C mají zanedbatelnou hmotnost a tření. Soustava je vyvážena stejnými hmotnostmi M po obou stranách kladky (na obrázku nepřerušovaná čára) a na jednu stranu je přidán malý jezdec hmotnosti m. Soustava se začne zrychlovat a projde určitou vzdálenost h. Pak je jezdec zachycen speciální podložkou a padostroj pokračuje v pohybu konstantní rychlostí. Určete velikost tíhového zrychlení g, které odpovídá změřeným hodnotám m, M, h a v.

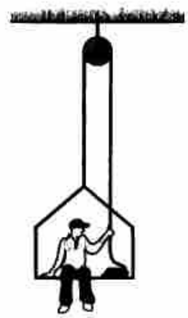


OBR. 4.3

***4.4 [9.12]** Natěrač o hmotnosti 72 kg pracuje v křesle zavěšeném u stěny vysoké budovy. Potřebuje se rychle zvednout do větší výšky a začne táhnout za volný provaz takovou silou, že zatěžuje křeslo jen hmotností 40 kg. Křeslo váží 12 kg.

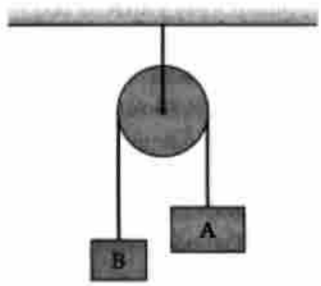
a) S jakým zrychlením se pohybuje natěrač s křeslem?

b) Jaké je celkové zatížení kladky?



OBR. 4.4

*****4.5 [9.10]** Kosmický cestovatel se chystá k odletu na Měsíc. Má s sebou pružinové váhy a těleso A o hmotnosti 1 kg, kterou ukazují tyto váhy na povrchu Země. Cestovatel pak přistane v určité oblasti měsíčního povrchu, kde tíhové zrychlení přesně nezná; ví jen, že je přibližně šestkrát menší než na Zemi. Pak najde kámen B, který na týchž vahách vyvolá údaj 1 kg. Pak zavěsí těleso A a kámen B pomocí nehmotných vláken přes kladku podle obrázku a zjistí, že kámen klesá se zrychlením $1{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Čemu je rovna hmotnost kamene B?



OBR. 4.5

5.5 Zachování hybnosti (díl I., kap. 10)

***5.1** Dva jezdce se mohou bez tření pohybovat po vodorovné vzduchové dráze. Jeden z nich stojí nehybně a druhý do něho dokonale pružně narazí. Po srážce se oba jezdce rozjedou na opačné strany stejnými rychlostmi. Jaký je poměr jejich hmotností?

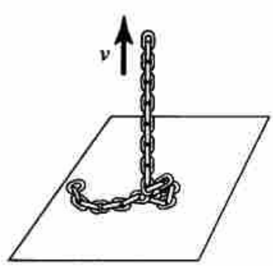
****5.2** Strojní puška je upevněna na severním konci desky o hmotnosti 10 000 kg a délce 5 m, která se může volně pohybovat ve vodorovných vzduchových ložiscích. Puška vystřeluje každou sekundu 10 kulek o hmotnostech 100 g rychlostí $500\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ do tlustého terče na jižním konci desky.

a) Bude se deska pohybovat?

b) Jakým směrem?

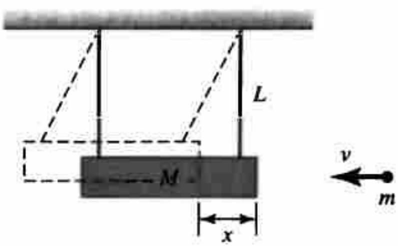
c) Jakou rychlostí?

****5.3** Řetěz o hmotnosti μ na jednotku délky leží na stole. V okamžiku $t = 0$ začneme jeho konec zvedat svisle vzhůru rychlostí v. Vypočítejte závislost zvedající síly na čase.



OBR. 5.3

*****5.4** Rychlost kulky vystřelené z pušky se dá měřit balistickým kyvadlem. Kulka známé hmotnosti m a neznámé rychlosti v je vystřelena do nehybného masivního dřevěného bloku zavěšeného jako kyvadlo na vláknech délky L a uvázne v něm. Blok se tím rozkývá. Amplituda jeho kmitů x se dá změřit. Ze zákona zachování hybnosti můžeme zjistit rychlost bloku bezprostředně po nárazu. Odvoďte výraz pro rychlost kulky v závislosti na m, M, L a x.



OBR. 5.4

*****5.5** Dva jezdce o stejné hmotnosti, které se pohybují na vodorovné vzduchové dráze stejně velkými protichůdnými rychlostmi v a $-v$ se téměř pružně srazí a vzájemně se odrazí o něco málo menšími rychlostmi. Při srážce ztratí malý díl $f \ll 1$ své kinetické energie. Srazí-li se tytéž jezdce za situace, v níž je jeden z nich v klidu, jakou rychlostí se bude druhý jezdec pohybovat po srážce? (Malá zbytková rychlost Δv narazivšího jezdce může být snadno změřena a porovnána s konečnou rychlostí v původně nehybného jezdce, a tak může být zjištěna pružnost pružinového nárazníku.)
Poznámka:
pro $x \ll 1$ platí $(1 - x)^{1/2} \approx 1 - (1/2)\,x$.

*****5.6** Umělá družice Země hmotnosti 10 kg a středního průřezu obsahu 0,50 m^2 se pohybuje po kruhové trajektorii ve výšce 200 km, kde střední volná dráha molekul vzduchu je rovna délce mnoha metrů a hustota vzduchu je asi $1{,}6 \cdot 10^{-10}$ kg m^{-3}. Za přibližného předpokladu, že dopady molekul vzduchu na družici jsou efektivně nepružné (molekuly ovšem na povrchu družice neulpívají, ale odpadají relativně malou rychlostí), spočítejte brzdící sílu, která působí na družici díky odporu prostředí. Jak se bude tato síla měnit s rychlostí družice? Bude se družice v důsledku výsledné působící síly zpomalovat? (Uvažte změnu rychlosti družice na oběžné dráze v závislosti na výšce.)

5.6 Vektory (díl I., kap. 11)

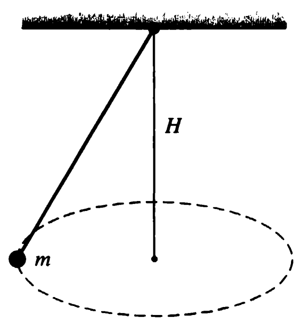
****6.1 [11.6]** Člověk stojící na břehu řeky široké 1 míli se chce dostat na druhý břeh, přímo do místa ležícího naproti přes řeku. Může to udělat dvojím způsobem: (1) plavat po celou dobu pod úhlem ke směru proudu tak, aby výsledná rychlost byla stále kolmá ke břehu, (2) plavat přímo k protějšímu břehu a vzdálenost, o kterou bude proudem snesen, dojít po výstupu na protější břeh pěšky. Náš člověk plave rychlostí 2,5 míle/h, chodí rychlostí 4 míle/h, řeka teče rychlostí 2 míle/h. Kterým způsobem dosáhne člověk dříve svého cíle a o kolik?

****6.2 [11.5]** Motorový člun, který pluje stálou rychlostí v vzhledem k vodě operuje na přímém úseku řeky, která teče stálou rychlostí u. Nejprve člun pluje proti proudu do vzdálenosti d od svého přístaviště a vrací se zpět. Potom pluje do místa na druhém břehu řeky přímo proti přístavišti a vrací se zpět. Šířka řeky je také rovna d. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že člun se pohybuje stále stejnou rychlostí a na obrátkách neztrácí čas. Je-li t_V doba pohybu člunu podél řeky, t_A doba pohybu napříč řekou a t_L doba, za níž by člun uplul vzdálenost $2d$ na jezeře, určete:

a) čemu je roven poměr t_V/t_A?

b) čemu je roven poměr t_A/t_L?

****6.3** Malé těleso hmotnosti m je zavěšeno na konci vlákna libovolné délky. To je na druhém konci upevněno na čepu, který se může otáčet bez tření. Těleso uvedeme do kruhového pohybu ve vodorovné rovině, která leží ve svislé vzdálenosti H pod čepem (kónické kyvadlo). Najděte dobu oběhu tělesa.



OBR. 6.3

*****6.4 [11.3]** Nacházíte se na lodi, která směřuje k východu konstantní rychlostí 15 uzlů. Jiná loď pohybující se ve stálém kurzu známou rychlostí 26 uzlů je od vás vzdálena 6 mil v jižním směru. Za nějakou dobu vás bude míjet za zádí, přičemž se přiblíží na nejmenší vzdálenost 3 mil.

a) Najděte kurz této lodi.

b) Jaká doba proběhla mezi dvěma událostmi popsanými v úloze?

5.7 Nerelativistické trojrozměrné binární srážky (díl I., kap. 10 a 11)

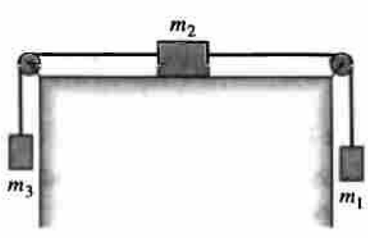
****7.1 [11.16]** Částice o hmotnosti M nalétává na částici o hmotnosti $m < M$, která je v klidu, a dochází k pružné srážce. Najděte největší možný úhel odchýlení nalétající těžké částice.

****7.2** Částice hmotnosti m_1 pohybující se v laboratorní vztažné soustavě rychlostí v se srazí s částicí hmotnosti m_2, která je v klidu. Bylo zjištěno, že po srážce se v těžišťové soustavě ztratila $(1 - \alpha^2)$-tá část kinetické energie. Kolik procent této energie se ztratilo v laboratorní soustavě?

****7.3** Proton s kinetickou energií 1 MeV se pružně sráží s nehybným jádrem a je odchýlen o 90 ° Je-li nyní energie protonu 0,80 MeV, jaká byla hmotnost terčového jádra vyjádřená v hmotnostech protonu?

5.8 Síly (díl I., kap. 12)

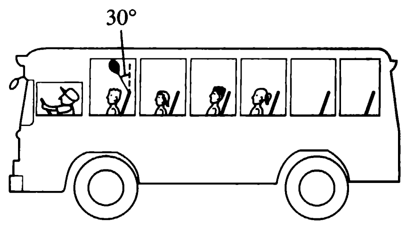
***8.1** Dvě hmotnosti, $m_1 = 4$ kg a $m_3 = 2$ kg jsou spojeny nehmotnými vlákny přes nehmotné kladky bez tření s třetí hmotností $m_2 = 2$ kg. Hmotnost m_2 se pohybuje na dlouhém stole s koeficientem tření $\mu = 1/2$. Jaké bude zrychlení hmotnosti m_1, až bude soustava uvolněna z klidu?



OBR. 8.1

****8.2** Kulka hmotnosti 5 g je vystřelena vodorovně do dřevěného bloku hmotnosti 3 kg, který leží na vodorovné podložce. Koeficient tření mezi blokem a podložkou je 0,2. Kulka v bloku uvázne a ten se posune o vzdálenost 25 cm po podložce. Jaká byla rychlost kulky?

****8.3** Při vyšetřování na místě automobilové nehody policie změřila, že automobil A zanechal na vozovce brzdnou stopu dlouhou 150 stop, než narazil do automobilu B. Bylo také známo, že koeficient tření mezi pneumatikou a dlažbou na místě nehody nebyl menší než 0,6. Ukažte, že automobil A musel těsně před nehodou překročit povolenou rychlost 45 mil za hodinu. (Pozn. 60 mil za hodinu = 88 stop za sekundu a tíhové zrychlení je 32 stop/sekunda^2).



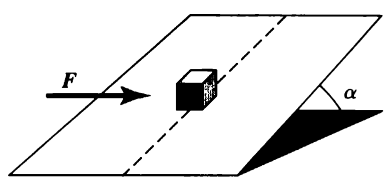
OBR. 8.4

****8.4** Klimatizovaný školní autobus se blíží k železničnímu přejezdu. Jedno z dětí přivázalo dětský balonek naplněný vodíkem k jednomu ze sedadel. Vlákno, k němuž je balonek přivázán, svírá s vertikálou úhel 30 ° ve směru pohybu. Zrychluje řidič nebo zpomaluje autobus a jak moc? Co by mu řekl dopravní policista?

*****8.5 [12.3]** Těleso o hmotnosti M leží v klidu na drsné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel α.

a) Je-li koeficient statického tření roven $\mu = 2 \operatorname{tg} \alpha$, najděte nejmenší *vodorovnou* sílu F působící napříč ke sklonu svahu, která uvede těleso do pohybu.

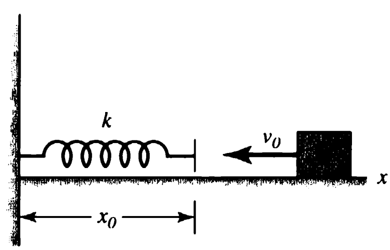
b) Kterým směrem se bude pohybovat?



OBR. 8.5

5.9 **Potenciály a pole (díl I., kap. 13 a 14)**

***9.1** Těleso hmotnosti m pohybující se po hladké vodorovné rovině narazí na pružinu o pružinové konstantě k. Ve kterém bodě se poprvé zastaví? Hmotnost pružiny zanedbejte.



OBR. 9.1

***9.2** Dutý asteroid kulového tvaru letí volně prostorem. Uvnitř se nachází malá částice hmotnosti *m*. Ve kterém bodě uvnitř dutiny bude částice v rovnovážném stavu?

***9.3 [14.20]** Rychlost, jakou musíme udělit tělesu, aby opustilo gravitační pole Země, je přibližně 11 km/s. Jestliže meziplanetární sonda, která při výstupu z atmosféry spálí všechno palivo, získá rychlost 12 km/s, jaká bude její rychlost vzhledem k Zemi ve vzdálenosti 10^6 km?

****9.4 [14.16]** Malý vozík se pohybuje bez tření po nakloněné rovině, která je dole zakončena kruhovou smyčkou poloměru *R*. Z jaké výšky *H* nad vrcholem smyčky se musí vozík začít pohybovat, aby projel celou smyčkou a neodtrhl se?

****9.5 [14.9]** Ohebný kabel délky *L* a lineární hmotnosti *M* kilogramů na metr délky je přehozen přes kladku o zanedbatelné hmotnosti, poloměru a tření. V počátečním okamžiku je kabel v rovnováze. Je z ní vyveden malým zatáhnutím a začne se urychlovat. Jakou bude mít rychlost, když jeho konec bude opouštět kladku?

****9.6 [14.17]** Částice je v klidu v nejvyšším bodě dokonale hladké koule poloměru *R*. Pak začne klouzat po povrchu koule působením tíhové síly. Jakou projde vzdálenost, než se od povrchu koule odtrhne?

****9.7 [14.8]** Automobil má hmotnost 1 tuny a jeho motor má výkon 120 kW. Motor dosáhne tohoto výkonu při rychlosti 60 km/h. Jaké bude zrychlení automobilu při této rychlosti?

****9.8 [14.11]** Světové rekordy ve vrhu koulí, hodu diskem a vrhu oštěpem v roce 1960 byly 19,30 m, 59,87 m a 86,09 m. Hmotnosti těchto vrhaných nářadí jsou v tomto pořadí 7,25 kg, 2 kg a 0,8 kg. Porovnejte práci, kterou vykonal každý z rekordmanů při těchto hodech za předpokladu, že dráha nářadí začíná vždy ve výšce 1,80 m nad zemí a elevační úhel je roven 45 ° Odpor vzduchu zanedbejte.

*****9.9** Družice hmotnosti *m* se pohybuje po kruhové dráze kolem asteroidu hmotnosti *M* ($M \gg m$). Jestliže se hmotnost asteroidu náhle zmenší na polovinu původní hodnoty[3], co se stane s družicí? Popište její novou dráhu.

---

[3] Jak by se mohlo stát: Družice může být např. umístěna na oběžnou dráhu ve velké vzdálenosti od asteroidu, aby sledovala průběh jaderného výbuchu na něm. Při explozi je odvržena polovina hmotnosti asteroidu, aniž by přímo zasáhla družici.

5.10 Jednotky a rozměry (díl I., kap. 5)

***10.1** Moe a Joe, dva kosmičtí fyzikové, kteří vyrůstali na různých planetách, se setkají na meziplanetárním sympoziu o váhách a mírách, aby prodiskutovali vytvoření univerzální soustavy jednotek. Moe hrdě vychvaluje přednosti soustavy MKSA, která se používá ve všech civilizovaných zemích na zeměkouli, Joe stejně tak vychvaluje krásu soustavy M'K'S'A', která se používá ve zbytku sluneční soustavy. Základní jednotky hmotnosti, délky a času v těchto soustavách se liší konstantními koeficienty μ, λ a τ tak, že $m' = \mu m$, $l' = \lambda l$ a $t' = \tau t$. Jaké koeficienty se objeví při transformaci jednotek rychlosti, zrychlení, síly a energie mezi těmito dvěma soustavami?

****10.2** Vytvoříme-li zmenšený model sluneční soustavy a použijeme materiály o téže průměrné hustotě, jakou má Slunce a planety, ale zmenšíme všechny lineární rozměry k – krát, jak budou oběžné doby planet záviset na k?

5.11 Relativistická energie a hybnost (díl I., kap. 16 a 17)

***11.1**

a) Vyjádřete hybnost částice pomocí její kinetické energie T a klidové energie m_0c^2

b) Jaká je rychlost částice, jejíž kinetická energie je rovna její klidové energii?

****11.2 [17.3]** Klidový pion ($m_\pi = 273\ m_e$) se rozpadá na mion ($m_\mu = 207\ m_e$) a neutrino ($m_\nu = 0$). Vyjádřete v MeV kinetickou energii a hybnost mionu a neutrina.

****11.3 [16.4]** Částice o klidové hmotnosti m_0 pohybující se rychlostí $4c/5$ se nepružně srazí se stejně těžkou částicí, která je v klidu.

a) Čemu je rovna rychlost vzniklé spojené částice?

b) Jakou má spojená částice klidovou hmotnost?

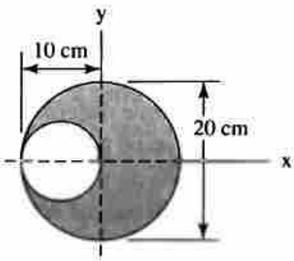
****11.4** Proton – antiprotonový pár může vzniknout při pohlcení fotonu (γ) klidovým protonem:

$$\gamma + p \rightarrow p + (p + p')$$

Jakou nejmenší energii E_γ musí mít foton? Vyjádřete E_γ v klidových energiích protonu m_pc^2.

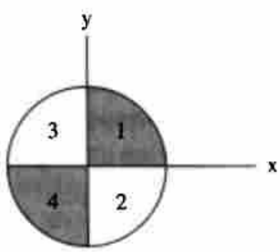
5.12 Dvourozměrná rotace, těžiště (díl I., kap. 18 a 19)

****12.1 [19.12]** V kruhovém kotouči konstantní hustoty je vyříznut otvor podle obrázku. Kde leží těžiště tohoto tělesa?



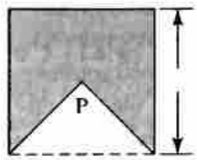
OBR. 12.1

****12.2 [19.11]** Plný válec se skládá ze čtyř sekcí – kvadrantů, přičemž hustoty materiálů, z nichž jsou jednotlivé sekce vyrobeny, se liší, a jsou v poměru čísel uvedených na obrázku. Vedeme-li osy x a y, jak je ukázáno, napište rovnici přímky procházející počátkem a těžištěm válce.



OBR. 12.2

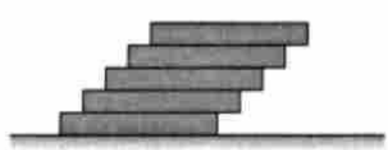
****12.3 [19.16]** Z čtvercové homogenní kovové destičky strany a máme z jedné strany vyříznout rovnoramenný trojúhelník tak, aby zbývající část destičky zavěšená v bodě P (vrchol trojúhelníka, viz obrázek) byla v rovnováze v libovolné poloze. Čemu se rovná výška trojúhelníka?



OBR. 12.3

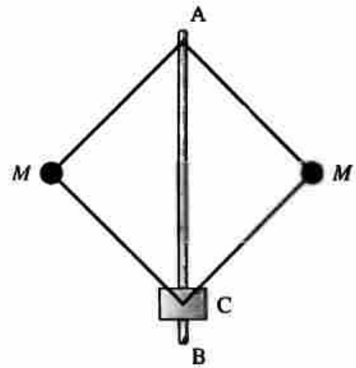
****12.4** Hmotnosti M_1 a M_2 jsou umístěny na opačných koncích tuhé tyčky délky L a zanedbatelné hmotnosti. Také rozměry M_1 a M_2 jsou nepatrné ve srovnání s L. Tyčka je uvedena do rotace kolem kolmé osy. Kterým bodem tyčky musí osa procházet, aby práce potřebná k uvedení tyčky do rotace úhlovou rychlostí ω byla minimální?

*****12.5 [18.13]** Homogenní cihla délky L leží na hladké vodorovné ploše. Shora na ni klademe stejné cihly, jak je ukázáno na obrázku tak, aby po stranách byly zarovnány a čelo každé cihly posuneme přes okraj cihly ležící pod ní o délku L/a, kde a je celé číslo. Kolik cihel může být tímto způsobem umístěno než se hromada zřítí?



OBR. 12.5

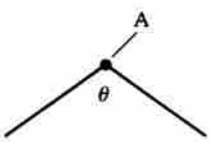
***12.6 [18.11] Odstředivý regulátor na obrázku má vypínat motor, když rychlost rotace hřídele překročí 120 otáček za minutu. Vedená objímka C má hmotnost 4 kg a klouže bez tření po svislé tyči AB. Motor se vypne, když se vzdálenost AC zkrátí na 43 cm. Délka každého ze čtyř ramen regulátoru je 30 cm, můžeme je považovat za nehmotná a tření v kloubech zanedbat. Jaké musí být hmotnosti M, aby regulátor fungoval podle požadavků?



OBR. 12.6

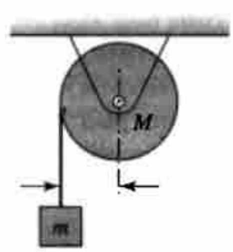
5.13 Moment hybnosti, moment setrvačnosti (díl I., kap. 18 a 19)

*13.1 Přímý homogenní drát délky L a hmotnosti M je uprostřed ohnut, aby tvořil úhel θ. Jaký je jeho moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející bodem A kolmo k rovině určené ohnutým drátem?



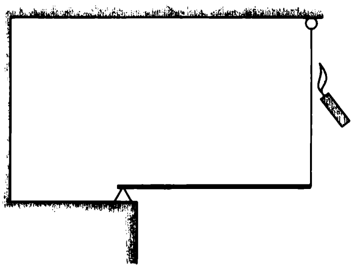
OBR. 13.1

*13.2 [18.7] Závaží o hmotnosti m je zavěšeno na vlákně namotaném na plném válci o hmotnosti M a poloměru r. Válec se může otáčet kolem vodorovné osy bez tření. Najděte zrychlení závaží m.



OBR. 13.2

****13.3** Vodorovná tenká tyčka hmotnosti M a délky L se opírá jedním koncem o podložku a na druhém konci je zavěšena na tenkém vlákně. Jakou silou bude působit tyčka na podložku v okamžiku, kdy vlákno přepálíme?

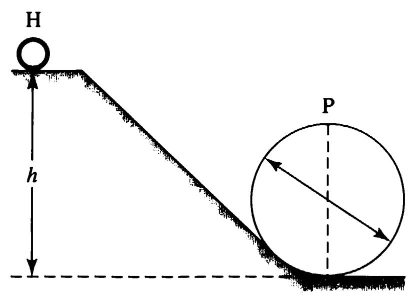


OBR. 13.3

****13.4** Symetrické těleso se začne z klidu valit bez prokluzování po svahu výšky h. Moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose procházející těžištěm je I, jeho hmotnost je M a poloměr plochy dotýkající se při valení svahu je r. Určete rychlost těžiště na úpatí svahu.

****13.5** Na nekonečném pásu, který svírá úhel θ s vodorovnou rovinou, je umístěn homogenní válec. Jeho osa je vodorovná a kolmá k okrajům pásu. Povrchy ploch jsou takové, že válec se může valit po pásu bez prokluzování. Jak se musí pás pohybovat, aby osa válce zůstávala po uvolnění nehybná?

****13.6** Obruč H poloměru r se valí bez prokluzování po svahu. Její počáteční výška je taková, že obruč získá rychlost právě dostatečnou k tomu, aby proběhla kruhovou smyčkou, aniž by se v bodě P odtrhla (viz obrázek). Jaké je h?



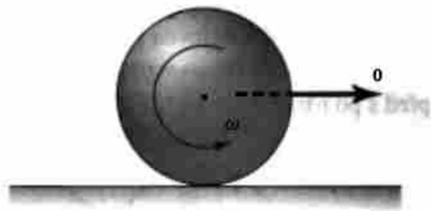
OBR. 13.6

*****13.7** Homogenní kuželníková koule poloměru R a hmotnosti M je na počátku vypuštěna tak, že klouže rychlostí V_0 bez valení na trati s koeficientem tření μ. Jak daleko se koule dostane, než se začne valit bez prokluzování, a jakou bude mít rychlost?

*****13.8** Jako zábavný trik přitlačíme prstem dětskou kuličku na vodorovné stolní desce tak, že kulička je vystřelena na ploše stolu počáteční rychlostí V_0 a s počáteční zpětnou úhlovou rychlostí ω_0. Osa rotace ω_0 je vodorovná a kolmá k V_0. Koeficient smykového tření mezi kuličkou a povrchem stolu je konstantní. Poloměr kuličky je R.

a) Jaký vztah musí platit mezi V_0, R a ω_0 aby kulička klouzala až do konečného zastavení?

b) Jaký vztah musí platit mezi V_0, R a ω_0 aby kulička klouzala až do konečného zastavení a pak se začala vracet do počátečního místa s konečnou *konstantní* lineární rychlostí 3/7 V_0?



OBR. 13.8

5.14 Trojrozměrná rotace (díl I., kap. 20)

***14.1** Tryskový letoun, v němž všechny motory rotují ve směru pravotočivého šroubu vzhledem ke směru letu provádí obrat doleva. Gyroskopický efekt motorů se bude snažit přimět letoun:

a) k náklonu doprava;

b) k náklonu doleva;

c) k vybočení doprava;

d) k vybočení doleva;

e) k náklonu vzhůru nebo

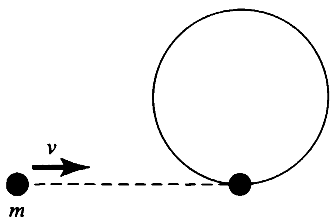
f) k náklonu dolů?

****14.2** Dvě stejná hmotná tělesa jsou spojena ohebným vláknem. Experimentátor drží jedno z nich v ruce a nechává druhé vykonávat nad hlavou kruhový pohyb ve vodorovné rovině kolem prvního tělesa. Potom první těleso uvolní.

a) Jestliže se vlákno během experimentu přetrhne, přetrhne se předtím, než je první těleso uvolněno, nebo potom?

b) Jestliže se vlákno nepřetrhne, popište pohyb těles, až bude první z nich uvolněno.

****14.3** Tenká kruhová dřevěná obruč hmotnosti m a poloměru R spočívá na vodorovné hladké rovině. Kulka, také hmotnosti m, pohybující se vodorovnou rychlostí v narazí do obruče a uvázne v ní, jak je vidět na obrázku. Spočítejte rychlost těžiště, moment hybnosti soustavy vzhledem k těžišti, úhlovou rychlost obruče ω a kinetickou energii soustavy před a po nárazu.



OBR. 14.3

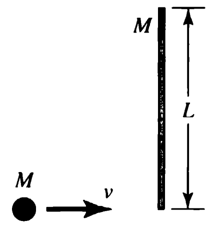
****14.4 [20.12]** Tenká tyč o hmotnosti M a délky L leží na vodorovné dokonale hladké ploše. Kousek plastelíny téže hmotnosti narazí rychlostí v směřující kolmo k tyči na jeden její konec a přilepí se. Jde o nepružný krátkodobý ráz (viz obrázek).

a) Jaká je rychlost těžiště této soustavy před a po nárazu?

b) Jaký je moment hybnosti této soustavy vzhledem k jejímu těžišti těsně před nárazem?

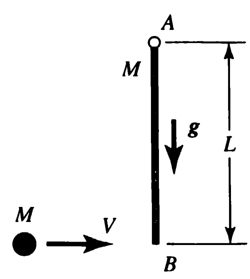
c) Jaká je úhlová rychlost tyče s plastelínou vzhledem k těžišti těsně po nárazu?

d) Oč se zmenší kinetická energie soustavy při nárazu?



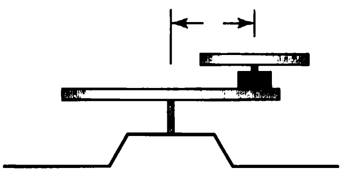
OBR. 14.4

****14.5** Tenká homogenní tyč AB hmotnosti M a délky L se může volně otáčet ve svislé rovině kolem vodorovné osy procházející jejím koncem A. Kus plastelíny, také hmotnosti M je vržen rychlostí V vodorovně na dolní konec B, když je tyč v klidu. Plastelína se přilepí. Jaká je nejmenší rychlost plastelíny před nárazem, která přiměje tyč k tomu, aby vykonal *jednu celou otáčku* kolem A?



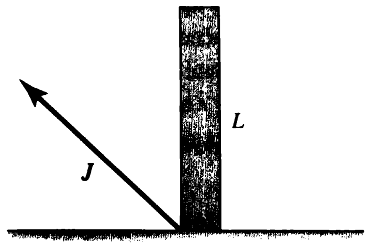
OBR. 14.5

****14.6** Otočný stolek T_1, který je v klidu, má na sobě upevněn malý otočný stolek T_2, a ten rotuje úhlovou rychlostí ω. V určitém okamžiku se sepne vnitřní brzda, která působí na osu stolku T_2, a ten se přestane točit vzhledem k T_1. Stolek T_1 se však volně točit může. Stolek T_1 má hmotnost M_1 a moment setrvačnosti I_1 vzhledem k ose O_1 procházející středem kolmo k rovině stolku, podobně stolek T_2 má hmotnost M_2 a moment setrvačnosti I_2 vzhledem k ose O_2 procházející středem kolmo k jeho rovině. Vzdálenost os O_1 a O_2 je r. Najděte úhlovou rychlost Ω stolku T_1 poté, když se stolek T_2 zastaví.



OBR. 14.6

*****14.7** Vzpřímená tyč hmotnosti M a délky L dostane silový impulz $\boldsymbol{J}$ působící na jeho dolní konec vzhůru pod úhlem 45 ° k vodorovnému směru tak, že tyč vzletí. Jaká musí být hodnota (hodnoty) tohoto impulzu, aby tyč dopadla opět vertikálně do původní polohy?



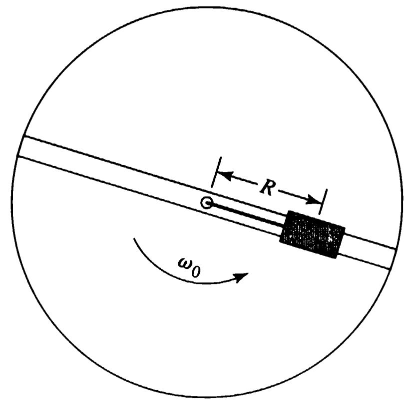
OBR. 14.7

*****14.8 [19.18]** Otočný stůl s momentem setrvačnosti I_0 se může volně otáčet kolem duté vertikální osy. Vozík hmotnosti m se pohybuje bez tření po přímé radiální dráze na stole. K vozíku je připevněna nit, která je vedena přes malou kladku dutou osou pod stůl. Na počátku se celá soustava otáčí úhlovou rychlostí ω_0 a vozík je upevněn ve vzdálenosti R od osy. Pak začne být nit vtahována vnější silou do duté osy, až se vozík zastaví ve vzdálenosti r od osy.

a) Jaká bude nová úhlová rychlost soustavy?

b) Ukažte podrobně, že rozdíl energií konečného a počátečního stavu soustavy je roven práci, kterou vykonala dostředivá síla.

c) Jestliže nit uvolníme, jakou radiální rychlostí $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ bude vozík procházet bodem o poloměru R?



OBR. 14.8

*****14.9** Setrvačník ve tvaru homogenní tenké kruhové desky hmotnosti 10,0 kg a poloměru 1,00 m je upevněn na kolíku procházejícím těžištěm, ale svírajícím s kolmicí k jeho rovině úhel 1 ° 0 ′ Bude-li setrvačník rotovat kolem této osy úhlovou rychlostí 25 rad/s, jaký moment síly bude působit na ložiska?

Výsledky úloh

1.1

$$F_p = \frac{Mg}{\cos \alpha}$$

$$F_w = Mg \operatorname{tg} \alpha$$

1.2

$$A = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{kg}$$

$$B = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{kg}$$

1.3

$$F = Mg \frac{\sqrt{h(2R - h)}}{R - h}$$

1.4

a) $a = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)g$

b) $M_2, t_1 = \sqrt{\dfrac{2H}{g\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}}$

c) Nenarazí

1.5

$\theta = 30°$

1.6

Odpovídající tíze tělesa o hmotnosti 2 t

1.7

$\theta = 30°$

1.8

$$M = \frac{4m}{\sin \theta}$$

1.9

$$v = \sqrt{2Hg}\Big/\left[1 - \frac{s^2}{S}\right]$$

2.1

1,033

2.2

a) $\lambda = 0$

b) $r_d = \frac{1}{9} r_{ZM}$

3.1

a) $t = 1843{,}8$ s

b) $v \approx 1385$ stop za sekundu

3.2

≈ 155 s

3.3

Padat

3.4

$e \approx 0{,}98$

3.5

$14{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

3.6

a) $3{,}35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

b) $0{,}84 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

3.7

$$a_J = \frac{8}{9} a_R$$

4.1

$T = 25$ N

4.2

$$F = \frac{M_2}{M_1}(M + M_1 + M_2)g$$

4.3

$$g = \frac{v^2(2M + m)}{2mh}$$

4.4

a) $a_{\text{vzhůru}} = g/3$
b) 112 kg

4.5

$m_B = 5{,}75$ kg

5.1

$m_2/m_1 = 3$

5.2

a) Ano
b) Na sever
c) $v = 5 \times 10^{-4}$ m s^{-}

5.3

$F = \mu v(v + gt)$

5.4

$$v = x\frac{m+M}{m}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

5.5

$$\Delta v \approx v\frac{f}{4}$$

5.6

$F_R = 5{,}1 \times 10^{-3}$ N

$F_R \infty = v^2$

6.1

Druhý způsob, o 4 minuty

6.2

$$\frac{t_V}{t_A} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

$$\frac{t_A}{t_L} = \frac{t_V}{t_A}$$

6.3

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{H}{g}}$$

6.4

a) severní
b) 0,17 h

7.1

$$\theta_{\max} = \arcsin\frac{m}{M}$$

7.2

$$\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{\text{lab}} = \frac{(1-\alpha^2)\, m_2}{m_1 + m_2}$$

7.3

$$\frac{M}{m_P} = 9$$

8.1

$$a = -\frac{g}{8}$$

8.2

$v_0 = 595$ m s^{-1}

8.3

51,8 mil za hodinu

8.4

Zrychluje

$$a = \frac{g}{\sqrt{3}} \text{ m s}^{-2}$$

8.5

a) $\sqrt{3}\, Mg \sin\alpha$
b) pod úhlem 60°

9.1

$$x_0 - x = x_0 - v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$$

9.2

Kdekoliv

9.3

$v_\infty \approx 4{,}78$ km/s

9.4

$$H = \frac{1}{2} R$$

9.5

$$v = \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

9.6

$$\frac{R}{3}$$

9.7

7,2 m s^{-2}

9.8

$\approx$ 625 J

$\approx$ 570 J

$\approx$ 330 J

9.9

Družice odletí po parabolické dráze.

10.1

$$v' = \frac{\lambda}{\tau} v$$

$$a' = \frac{\lambda}{\tau^2} a$$

$$F' = \frac{\mu\lambda}{\tau^2} F$$

$$E' = \frac{\mu\lambda^2}{\tau^2} E$$

10.2

T nezávisí na k.

11.1

a) $pc = T\left(1 + \frac{2m_0^2}{T}\right)^{1/2}$

b) $\frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11.2

$T_\mu = 4{,}1$ MeV

$T_\nu = 29{,}7$ MeV

$p_\mu = p_\nu = 29{,}7$ MeV/c

11.3

a) $c/2$

b) $\frac{4}{\sqrt{3}} m_0$

11.4

$E_\gamma = 4m_pc^2$ (3,8 GeV)

12.1

$x = 1{,}7$ cm

12.2

$$y = \frac{1}{2} x$$

12.3

$$h = \frac{a}{2}(3 - \sqrt{3})$$

12.4

$$n = \frac{m_1 L}{m_1 + m_2} \text{ (od } m_2\text{)}$$

12.5

$n = a$

12.6

M = asi 1,6 kg

13.1

$$I = \frac{mL^2}{12}$$

13.2

$$a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}}$$

13.3

$$F = \frac{Mg}{4}$$

13.4

$$V_0 = r\sqrt{\frac{2Mgh}{I + Mr^2}}$$

13.5

$a = 2g \sin \theta$

13.6

$$h = \frac{3d}{2} - 3r$$

13.7

$$D = \frac{12V_0^2}{49\mu g}$$

$$V = \frac{5}{7} V_0$$

13.8

a) $V_0 = \frac{2}{5} R\omega_0$

b) $V_0 = \frac{1}{4} R\omega_0$

14.1

e)

14.2

a) před

b) $V_T = \frac{\ell}{2}\omega_0 \quad \omega = \omega_0$

(kde ℓ je délka vlákna)

14.3

$$V_T = \frac{v}{2}$$

$$L = \frac{mvR}{2}$$

$$\omega = \frac{v}{3R}$$

$$K.E.\Big|_1 = \frac{mv^2}{2}$$

$$K.E.\Big|_2 = \frac{mv^2}{3}$$

14.4

a) $\frac{v}{2}$

b) $M_v \frac{L}{4}$

c) $\frac{6}{5} \frac{v}{L}$

d) 20 %

14.5

$V = \sqrt{8g\,L}$

14.6

$$\Omega = \frac{I_2}{I_1 + I_2 + M_2 r^2}\,\omega$$

14.7

$J = M\sqrt{\frac{\pi g L n}{3}}$ (n je celé číslo)

14.8

a) $\omega = \frac{I_0 + mR^2}{I_0 + mr^2}\,\omega_0$

b) (Bez komentáře)

c) $v = \omega_0 \sqrt{\frac{I_0 + mR^2}{I_0 + mr^2}(R^2 - r^2)}$

14.9

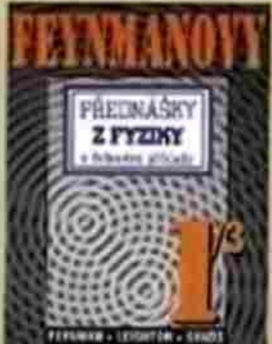
$N = 27$ N m

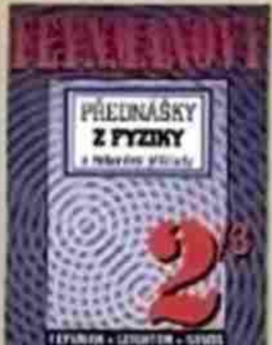
Poděkování za poskytnutí fotografií

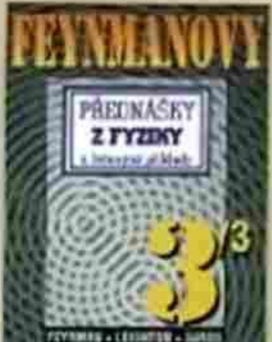
Str. 5, Feynman kolem 1962 (fotograf neznámý) laskavostí Ralpha Leightona
Str. 62, Knihovna vzácných knih a rukopisů Columbijské univerzity
Str. 101, Fyzikální fakulta univerzity v Bristolu
Str. 112, Caltech (California Institute of Technology)

Rejstřík k přehledovým přednáškám

Tato kniha není ani učebnice, ani sbírka příkladů, ani populárně vědecký spis. Je to svého druhu historický dokument, jakási jahůdka na dortu pro příznivce a obdivovatele Richarda Feynmana a jeho třídílného kultovního kurzu *Přednášek z fyziky*. Ve vzpomínkách pamětníků kniha vydává podivuhodné svědectví o tom, jak Feynmanovy *Přednášky* vznikaly ve společenské situaci 60. let minulého století, jaké byly poměry v americkém školství, a nezakrývá ani různé komplikované vztahy mezi zúčastněnými a překážky, které bylo třeba překonávat.
Kniha obsahuje rovněž čtyři přednášky, které nebyly do souboru Feynmanových *Přednášek* zařazeny a které vycházejí až nyní.







FRAGMENT
www.fragment.cz

ISBN 978-80-253-0391-7
9 788025 303917